libros-gratis-en-pdf.blogspot.com

17

FÍSICA

ELECTROSTÁTICA

TEORÍA Y PRÁCTICA

Contiene:

- CARGA ELÉCTRICA
  - Ley de Coulomb
- CAMPO ELÉCTRICO
  - Ley de Gauss
- ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA
- POTENCIAL ELÉCTRICO
- POLARIZACIÓN

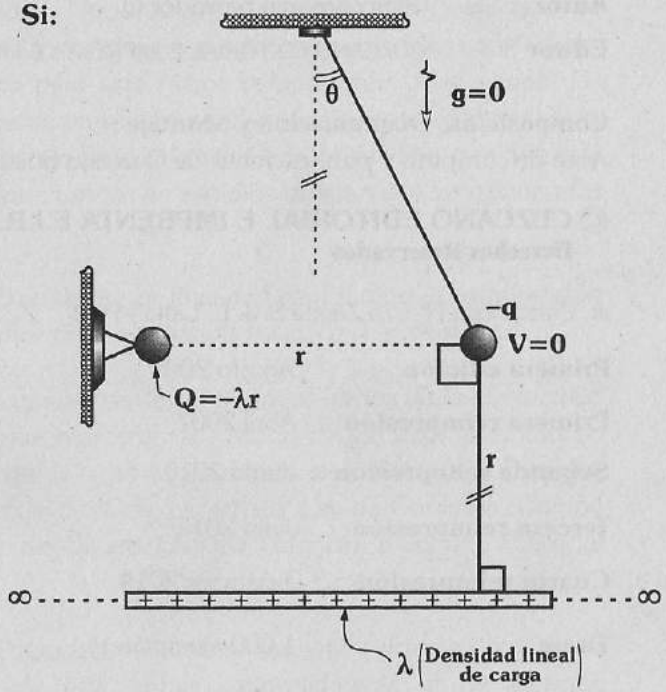
Editorial CUZCANO
Aportando en la Difusión de la Ciencia y la Cultura

Ing. MARCOANTONIO SALVADOR Q.

ELECTROSTÁTICA

FISICA

Si:



$$\theta = \frac{53^\circ}{2}$$

Marcoantonio Salvador Quispelaya

Editorial CUZCAN
Aportando en la Difusión de la Ciencia y la Cultura

Presentación

El presente trabajo, se hizo pensando en los estudiantes preuniversitarios que aspiran ingresar a las diferentes universidades de nuestro país, especialmente para los postulantes a la Universidad Nacional de Ingeniería (UNI); ya que es necesario ampliar nuestros conocimientos en cada capítulo del curso de Física para una mejor comprensión y así vencer los obstáculos que se presentan en el entendimiento de ésta ciencia tan maravillosa que llegó a la cima con I. Newton; también esta dirigido para los alumnos de estudios superiores y los aficionados de la Física.

Este trabajo tiene por finalidad contribuir a la comprensión de los fenómenos de la electricidad estática (Electrostática).

En este capítulo se desarrollará los inicios de la electricidad y los hechos que marcaron la historia de éste, como el famoso experimento de la cometa realizado por Benjamín Franklin, además los temas de: Carga Eléctrica, Ley de Coulomb, Campo Eléctrico, Ley de Gauss, Energía Potencial Eléctrica, Potencial Eléctrico.

Quiero agradecer a todos los que hicieron posible la publicación de este trabajo, especialmente al Sr. Enrique Cuzcano Puza por los detalles y las observaciones que le inserta en la edición de los libros, a los que laboran en la Editorial Cuzcano S.A.C. por su paciencia y arduo trabajo, a los lectores y a mis alumnos que hicieron llegar sus sugerencias. Espero recibir observaciones y sugerencias de los lectores y colegas para futuras publicaciones.

El autor

Índice

ELECTROSTÁTICA

INDICE

Pág.

Introducción ... 7

Definición ... 8

◈ **CARGA ELÉCTRICA** ... 9

LEY DE LAS CARGAS ELÉCTRICAS ... 11

CUANTIZACIÓN DE LA CARGA ELÉCTRICA (Q) ... 12

Propiedades de las Cargas Eléctricas ... 13

EL ELECTROSCOPIO ... 15

CONDUCTORES Y AISLANTES ELÉCTRICOS ... 15

◈ **LEY DE COULOMB** ... 18

DISTRIBUCIÓN CONTINUA DE LA CARGA ELÉCTRICA ... 22

PROBLEMAS DE APLICACIÓN ... 24

◈ **CAMPO ELÉCTRICO** ... 32

CAMPO ELÉCTRICO ... 32

INTENSIDAD DEL CAMPO ELÉCTRICO ($\vec{E}$) ... 33

LÍNEAS DE FUERZA ... 35

Representación del Campo Eléctrico para Varias Configuraciones de Carga ... 36

Propiedades de las Líneas de Fuerza ... 37

CAMPO ELÉCTRICO UNIFORME ... 40

CAMPO ELÉCTRICO ASOCIADO A UNA ESFERA CONDUCTORA ... 41

FENÓMENOS PRODUCIDOS POR EL CAMPO ELÉCTRICO ... 44

1. Inducción Electrostática ... 44

2. Carga Imagen ... 47

3. Esferas Conductoras en Contacto ... 49

PROBLEMAS DE APLICACIÓN ... 50

◈ **LEY DE GAUSS** ... 60

FLUJO ELÉCTRICO ... 60

LEY DE GAUSS ... 63

PROBLEMAS DE APLICACIÓN ... 66

◈ **ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA** ... 71

Para un Sistema de Partículas Electrizadas ... 72

PROBLEMAS DE APLICACIÓN ... 77

◆ **POTENCIAL ELÉCTRICO** 85

POTENCIAL ELÉCTRICO EN UN PUNTO DEBIDO A UN SISTEMA DE PARTÍCULAS ELECTRIZADAS 86

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES 88

TRABAJO DEL CAMPO ELÉCTRICO SOBRE UN PARTÍCULA ELECTRIZADA 90

DIFERENCIA DE POTENCIAL ELÉCTRICO EN UN CAMPO ELÉCTRICO UNIFORME 93

POTENCIAL ELÉCTRICO DE UNA ESFERA CONDUCTORA 94

ESFERAS CONDUCTORAS UNIDAS POR UN HILO CONDUCTOR 98

DÍPOLO ELÉCTRICO 99

El Generador de Van de Graaff 99

PROBLEMAS DE APLICACIÓN 101

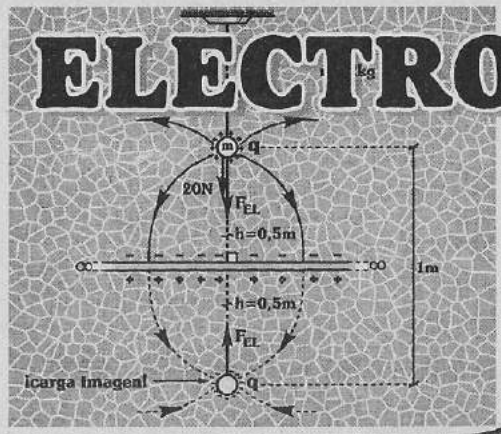
◆ **POLARIZACIÓN** 117

DIELÉCTRICO 117

◆ **PROBLEMAS RESUELTOS** 121

◆ **PROBLEMAS PROPUESTOS** 225

ELECTROSTÁTICA



15 CAPÍTULO

FÍSICA

INTRODUCCIÓN

Hace unos 2 500 años, un sabio griego llamado Thales de Mileto comprobó que el **ámbar** (*una resina de color amarillo*), frotado con un trozo de lana, era capaz de atraer cuerpos ligeros, como papelitos, plumas, etc.

El ámbar, llamado "electrón" en griego, había adquirido al frotarlo algo que se llamó "electricidad", que tenia la propiedad de atraer cuerpos ligeros.

Muchos siglos mas tarde, se comprobó que otras sustancias se comportan como el ámbar, es decir, se electrizan al ser frotadas. Es así como se inicia el estudio de la electricidad presente en estos cuerpos a la que llamaremos **electricidad estática (*electrostática*)**.

El peine al rozar se carga y atrae pedazos de papel.

Benjamín Franklin (1 706 - 1 790) fue el científico más importante durante la colonia en los Estados Unidos, quien estudió la electricidad producida por fricción o frotamiento, Franklin propuso su famoso experimento de la cometa en 1 7 50 concluyendo que los rayos (*descarga eléctrica*) son similares a la electricidad por fricción.

Franklin explicó la carga y descarga de los cuerpos suponiendo que solamente un fluido entraba o salía del cuerpo en cuestión. Esta astuta suposición todavía recibe crédito hoy en día, sólo que hoy sabemos que dicho fluido está formado por unas partículas cargadas a las que llamamos **electrones**, que incluso han podido ser pesados y medidos.

BENJAMÍN FRANKLIN, fue el primer hombre que comprendió la verdadera naturaleza de los relámpagos. Durante una tormenta consiguió conducir una descarga al suelo a través del hilo de una cometa.

Los principios electrostáticos se han utilizado en diversas aplicaciones, tales como: **los precipitadores electrostáticos**, utilizados para reducir el nivel de la contaminación atmosférica al quemar carbón en las plantas de potencia, en el proceso de la xerografía, el cual ha revolucionado el proceso de producción de imágenes; aplicaciones científicas de los principios electrostáticos para acelerar partículas elementales cargadas y el microscopio electrónico, el cual se utiliza para obtener imágenes de átomos sobre superficies metálicas.

DEFINICIÓN

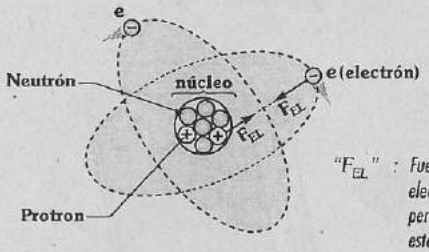
Es parte de la física que estudia a las cargas eléctricas que se pueden reunir y mantener en un lugar determinado (*electricidad estática*).

CARGA ELÉCTRICA

Usted habrá podido observar en diferentes ocasiones, que un bolígrafo de plástico frotado con una franela atrae trocitos de papel; cuando los materiales se comportan de esta manera se dice que están **electrizados** o que se han **cargado electricamente**.

Para explicar estos fenómenos, debemos de saber que la materia está formada por partículas pequeñísimas llamadas **átomos**. La estructura del átomo nos explica la naturaleza de la electricidad. Recordemos que un átomo consta de un **núcleo**, donde hay protones, con carga positiva, neutrones, sin carga; y alrededor del núcleo, se mueven los **electrones**, que tienen una carga negativa. En estado normal (*átomo neutro*), el número de protones es igual al número de electrones.

EL ÁTOMO



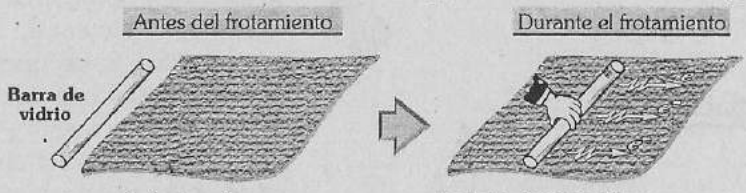
"F_{EL}" : *Fuerza eléctrica entre el electrón y protón, es la que permite, que el electrón esté ligado al núcleo atómico.*

En un átomo neutro se cumple : # de protones = # de electrones

* Al frotar dos cuerpos de materiales diferentes, se arrebatan electrones del uno al otro, por lo que uno queda con carga eléctrica positiva, (*porque ha perdido electrones*), y el otro queda cargado negativamente, (*por que gana electrones*).

Ejemplo :

Cuando frotamos una barra de vidrio con un paño de seda, ocurre lo siguiente :

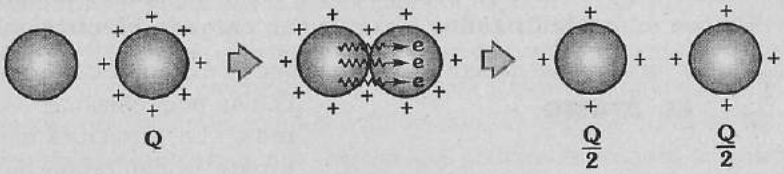


Luego :

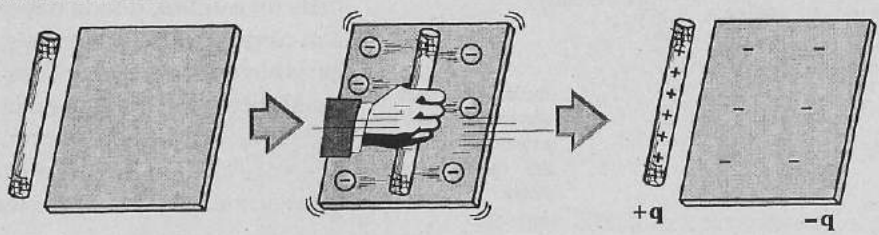
"Un cuerpo estará electrizado cuando la cantidad de electrones y protones que tiene son diferentes".

FORMAS DE ELECTRIZAR A UN CUERPO

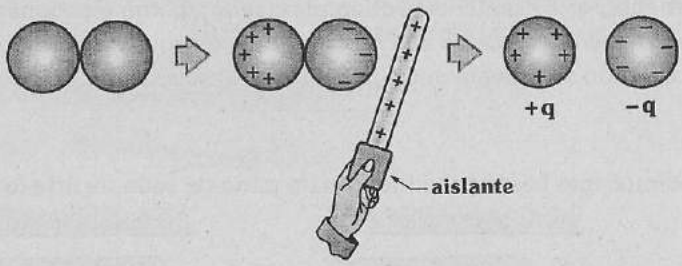
A. Por contacto :



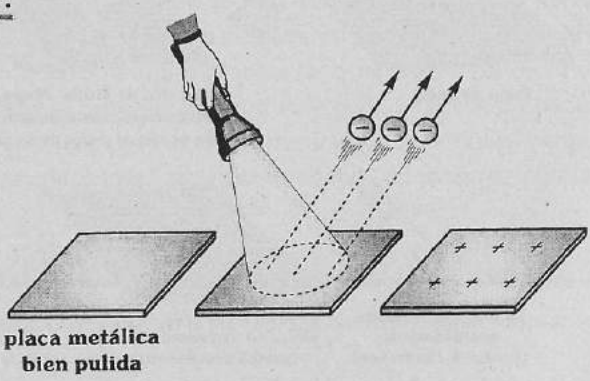
B. Por frotamiento :



C. Por inducción :

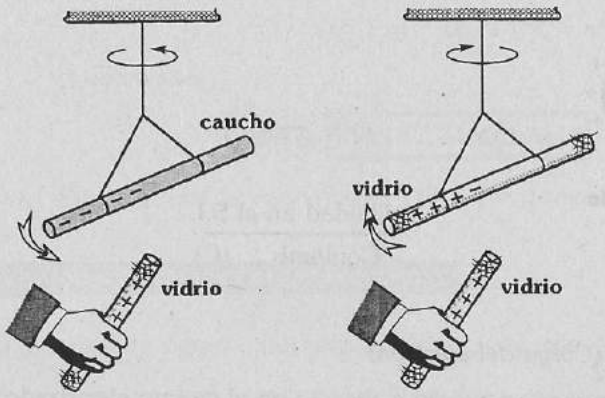


D. Por radiación :



LEY DE LAS CARGAS ELÉCTRICAS

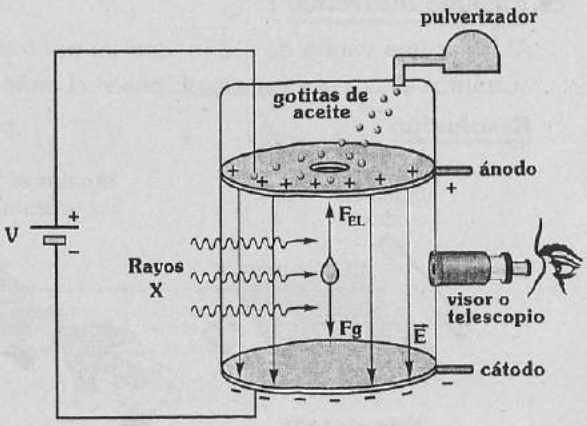
"Cargas de igual signo se repelen y cargas de diferentes signos se atraen".



Usando la convención sugerida por Franklin, la carga eléctrica en la barra de vidrio se llama POSITIVA y la carga de la barra de caucho se llama NEGATIVA.

Experimento de Millikan :

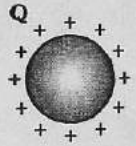
En 1 909, el físico Norteamericano Robert A. Millikan llevó a cabo su famoso experimento de las "Gotas de aceite" que consistía en : Un pulverizador o atomizador inyecta gran cantidad de gotitas de aceite, las cuales se cargan negativamente al ser previamente radiadas con rayos X. Las gotas caen por acción de la gravedad, pero, como poseen carga negativa, son atraídas por el polo positivo (*ánodo*) y repelidas por el polo negativo (*cátodo*); algunas gotas se mantienen en estado de equilibrio en el instante que las dos fuerzas son iguales (*fuerza de gravedad y fuerza eléctrica*). Luego, realizando los cálculos en base a la Ley de Coulomb y la caída de los cuerpos por acción de la gravedad, R.A. Millikan encontró que las cargas de todas las gotas eran múltiplos de una carga fundamental, que es la carga del electrón; el valor encontrado fue $1{,}591\times10^{-19}$ Coulumb.



Actualmente, con tecnologías, más sofisticadas, se ha establecido que la carga del electrón es $1{,}6022\times10^{-19}$ Coulumb

CUANTIZACIÓN DE LA CARGA ELÉCTRICA (Q)

La carga eléctrica podemos cuantificarlo o medirlo mediante una magnitud escalar denominada **cantidad de carga eléctrica (Q)** que nos indica en que intensidad o grado se ha electrizado el cuerpo.



$$Q = \pm n|q_e|$$

Unidad en el S.I.

Coulomb ... (C)

Además :

- $q_e = -1{,}6\times10^{-19}C$ ... (*Carga del electrón*)
- n : Número de electrones en exceso o defecto en el cuerpo electrizado.

  (+) : Cuando hay defecto de electrones (*el cuerpo pierde electrones*).

  (−) : Cuando hay exceso de electrones (*el cuerpo gana electrones*).

Equivalencias :

$$1mC = 10^{-3}C \quad ; \quad 1\mu C = 10^{-6}C \quad ; \quad 1nC = 10^{-9}C$$

Ejemplo Ilustrativo :

Al frotar una varilla de vidrio con un paño de seda, el vidrio se electriza con +16μC . ¿Cuántos electrones en exceso posee el paño de seda?

Resolución

* Según el dato del problema se sabe que :

$$Q = 16\ \mu C$$

* Durante el frotamiento entre la varilla de vidrio y el paño de seda, se transfiere "n" electrones de la varilla hacia el paño de seda; y debido a esto la varilla y el paño de seda se electrizan con $+Q$ y $-Q$ respectivamente.

Luego :

$$Q = n|q_e| \Rightarrow 16\times10^{-6}C = n\left(1{,}6\times10^{-19}C\right)$$

Resolviendo :

$$\boxed{n = 10^{14} \text{ electrones}} \quad \text{Rpta.}$$

Significa que la varilla cede "10^{14} electrones" al paño de seda.

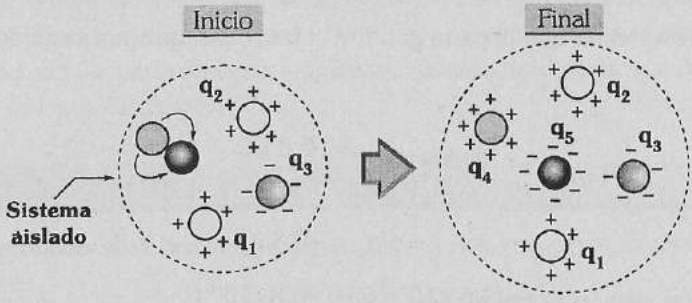
Propiedades de las cargas eléctricas:

① "Cargas de signos contrarios se atraen y de signos iguales se repelen".

② La carga eléctrica esta cuantizada, es decir, existen paquetes discretos que son múltiplos de la carga del electrón.

③ "La cantidad de carga eléctrica de un sistema aislado permanece constante, independiente del tiempo".

Teniendo en cuenta esto, la física de partículas elementales ha podido investigar la existencia de otras partículas tales como el neutrino, quarks, mesón, barión, etc.



$$\Rightarrow \boxed{\Sigma Q^{\text{sistema}}_{\text{inicial}} = \Sigma Q^{\text{sistema}}_{\text{final}}}$$

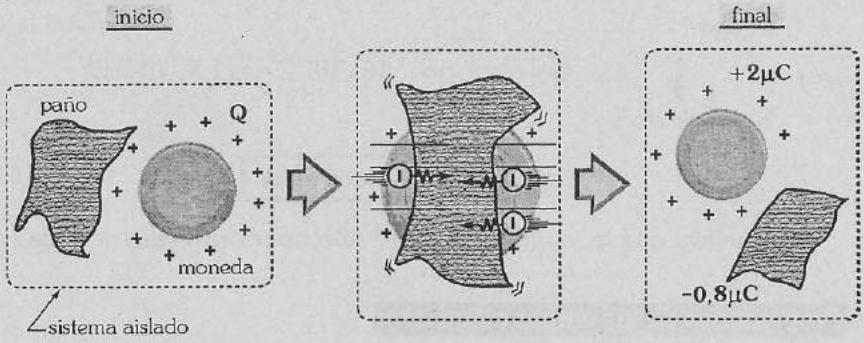
La carga eléctrica del sistema no varía, sólo se transfiere entre las partículas del sistema.

Ejemplo Ilustrativo :

Una moneda de cobre electrizado con Q, fue frotada con un paño de seda inicialmente neutro. Si luego de frotar la moneda, ésta queda electrizado con $2\mu C$ y el paño con $-0{,}8\mu C$. Determine "Q" y el número de los electrones transferidos entre

la moneda y el paño de seda durante el frotamiento. (*Considere que sólo hay transferencia de carga entre la moneda y el paño de seda*).

Resolución :



* Durante el frotamiento se puede apreciar que se altera la carga eléctrica del paño y la moneda; pero la carga eléctrica del sistema debe conservarse :

$$\Rightarrow \quad \Sigma Q^{sis.}_{inicial} = \Sigma Q^{sis.}_{final}$$

$$0 + Q = +2\mu C - 0{,}8\mu C$$

$$\therefore \quad \boxed{\mathbf{Q = 1{,}2\mu C}} \text{ (Rpta)}$$

* Se puede apreciar que el paño gana "n" electrones, que son cedidos por la moneda.

Luego :

$$Q_{\substack{\text{transferida}\\ \text{de la moneda}\\ \text{hacia el paño}}} = -0{,}8\ \mu C$$

$$\Rightarrow \quad -n|q_e| = -0{,}8\mu C \ ; \quad n = \#\text{ de electrones transferidos}$$

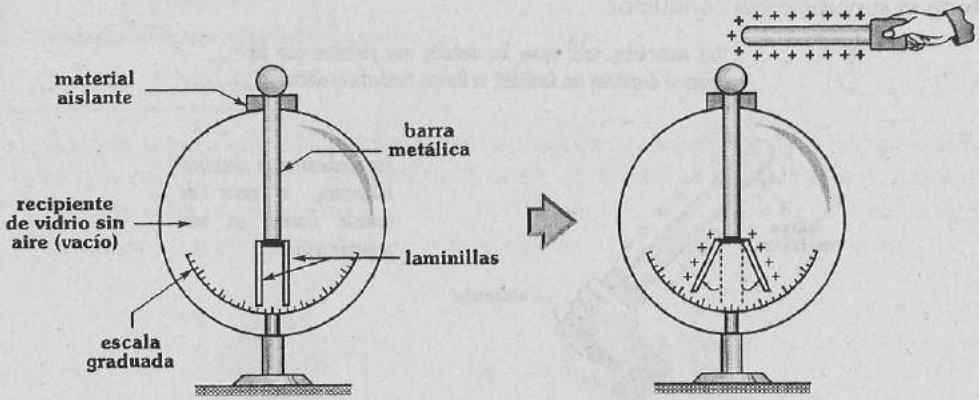
$$-n\left(1{,}6\times10^{-19}C\right) = -0{,}8\times10^{-6}C$$

$$\therefore \quad \boxed{\mathbf{n = 5\times10^{12}\ electrones}} \text{ (Rpta)}$$

Significa que la moneda transfiere "5×10^{12} electrones" al paño de seda.

EL ELECTROSCOPIO

Es un aparato eléctrico que se utiliza para conocer el valor y el signo de los cuerpos electrizados.



Consiste en dos láminas muy finas (*laminillas*), de oro o aluminio, que pueden girar sobre un extremo de una barra metálica; éstos se encuentran encerrados en un recipiente de vidrio que las aisla del exterior.

Si acercamos un cuerpo electrizado a la bola del electroscopio, las cargas pasan a través de la barra metálica a las laminillas (*esto se da por inducción*), las laminillas quedan cargadas con el mismo tipo de carga eléctrica, y por lo tanto se separan. La separación la mediremos con la escala graduada situada en la parte inferior. Cuanto mayor sea la separación, mayor será el valor de la carga eléctrica.

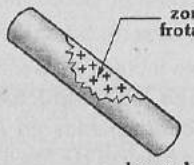
CONDUCTORES Y AISLANTES ELÉCTRICOS

Es conveniente clasificar las sustancias en términos de su capacitancia para conducir la carga eléctrica.

Aislantes o Dieléctricos :

Materiales como el vidrio, caucho y la mayor parte de los plásticos están dentro de la categoría de los aisladores eléctricos. Cuando estos materiales son cargados por frotamiento, sólo el área que se frota se carga y ésta no se mueve hacia otras regiones.

"Los materiales en los cuales las cargas no se mueven con facilidad se denominan aislantes eléctricos".

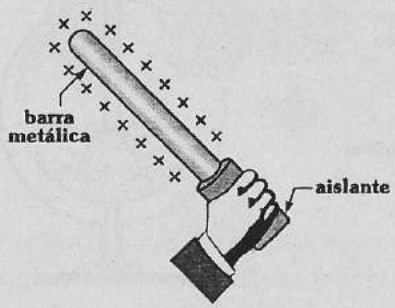


Los aislantes o dieléctricos, sólo se electriza en las zonas frotadas.

Conductores Eléctricos :

Materiales como la plata, el cobre, el oro, el aluminio y la mayoría de los metales son buenos conductores de la electricidad. Cuando estos materiales se cargan por frotamiento en alguna pequeña región, la carga eléctrica se distribuye rápidamente sobre toda la superficie del conductor.

"Los materiales, tales como los metales, que permiten que las cargas se desplacen con facilidad, se llaman conductores eléctricos".

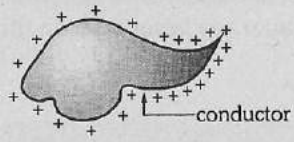


Los conductores se electrizan totalmente, a pesar de haberla frotado en una pequeña región.

Observación

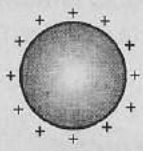
* ***La carga eléctrica de un material conductor siempre se establece en la superficie exterior, concentrándose mayormente en las puntas o zonas agudas del material conductor.***

Cuerpo irregular



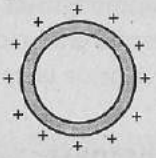
La carga eléctrica, se encuentra en mayor cantidad en las puntas del conductor.

Esfera conductora



La carga eléctrica se distribuye uniformemente en la superficie exterior de la esfera.

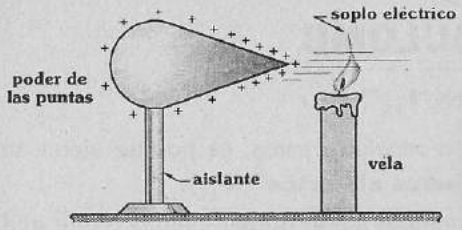
Cascarón conductor



La carga eléctrica se distribuye en la superficie exterior.

Muy interesante:

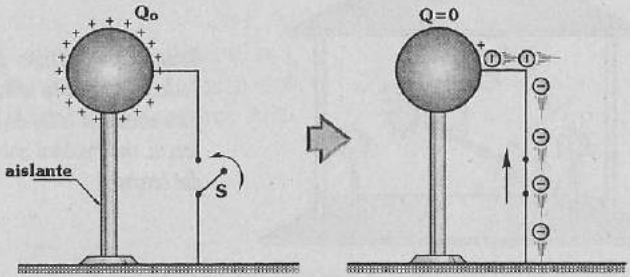
La propiedad que tienen los conductores de distribuir las cargas en su superficie exterior hace que éstas se concentren más en las puntas o zonas agudas, y menos en los llanos o hendiduras. La concentración de las cargas en las puntas es verdaderamente muy intenso que, en ocasiones produce chispazos eléctricos de descarga.



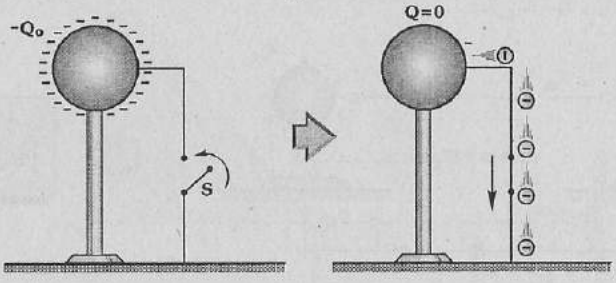
El principio de las puntas de un conductor sirve para explicar la construcción de un ***pararrayo****; cuyo objetivo es hacer descargas eléctricas a través de las puntas.*

Conexión a Tierra :

a) Cuando una esfera conductora cargado positivamente se conecta a tierra mediante un hilo conductor; los electrones de la tierra se desplazan hacia la esfera, hasta que la esfera presenta carga neutra. Esto se debe porque las cargas de diferentes signos se atraen. (*La carga positiva de la esfera atrae a los electrones de la tierra*).



b) Lo mismo sucede cuando la esfera conductora esta cargando negativamente; en este caso la esfera cede electrones a la superficie de la tierra.



Observación

Cuando un conductor se conecta a tierra por medio de un alambre conductor, se dice que está ***aterrizado.*** *"La tierra puede considerarse como un* ***mar de electrones****, en el cual los electrones pueden ingresar y salir con facilidad, según las exigencias externas".*

La fuerza con que se atraen o rechazan dos partículas electrizadas se denomina Fuerza Eléctrica, y fue estudiada por Charles Agustín Coulomb.

A continuación veremos la Ley de Coulomb, que nos explica las interaccciones eléctricas.

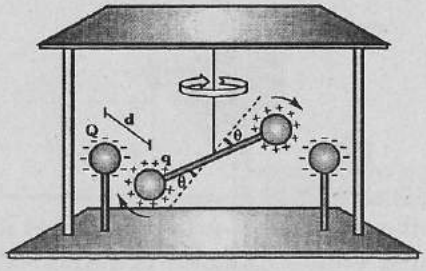
LEY DE COULOMB

(Fuerza eléctrica "F_{EL}")

Si un cuerpo electrizado es capaz de atraer o repeler a otros, es porque ejerce una fuerza sobre éstos. Esta fuerza la llamaremos **"Fuerza eléctrica"** (F_{EL}).

En 1 785 el científico francés Charles Agustín Coulomb fue el primer científico que midió las fuerzas de atracción o repulsión de las cargas eléctricas.

Utilizando una Balanza de Torsión, Coulumb encontró que "el módulo de la fuerza de atracción o repulsión entre dos cargas puntuales (*cuerpos con dimensiones despreciables*) es proporcional a sus cantidades de carga eléctrica e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa".



Balanza de torsión de Coulomb, la cual se utilizó para establecer la ley de la fuerza electrostática entre dos cargas.

La fuerza eléctrica para dos cargas puntuales, que se encuentran en el aire o vacío; esta dado por :

$$F_{EL} = \frac{K|q_1||q_2|}{d^2}$$

Donde :

$|q_1|;|q_2|$: Valor absoluto de las cantidades de carga eléctrica de las partículas ... (C)

d : Distancias de separación entre las partículas electrizadas ... (m)

F_{EL} : Fuerza eléctrica ... (N)

K : Constante eléctrica en el vació ... $\left(\frac{Nm^2}{C^2}\right)$

* El valor de "K" es :

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \quad ; \quad \varepsilon_o = 8{,}85\times10^{-12}\,\frac{C^2}{Nm^2}$$

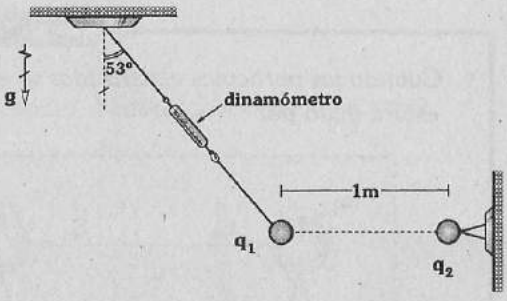
$$\therefore \boxed{K = 9\times10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}}$$

Observación

"Las fuerzas eléctricas que actúan sobre cada cuerpo electrizado, son de igual módulo, con igual línea de acción, pero en direcciones contrarias".

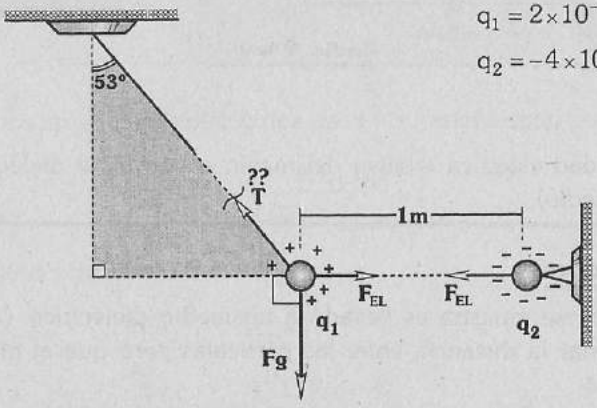
Ejemplo Ilustrativo :

La figura muestra a dos pequeñas esferas electrizadas con $q_1 = +2mC$ y $q_2 = -4\mu C$, si el sistema se mantiene en equilibrio, determine la lectura del dinamómetro ideal. (*Considere hilo aislante*).



Resolución :

Haciendo el D.C.L. a la esfera con carga "q_1".



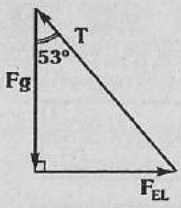
$$q_1 = 2\times10^{-3}C$$
$$q_2 = -4\times10^{-6}C$$

* La lectura del dinamómetro ideal, estará dado por el módulo de la fuerza de tensión.
* Cálculo de la fuerza eléctrica :

$$F_{EL} = \frac{K|q_1||q_2|}{d^2} = \frac{(9\times10^9)(2\times10^{-3})(4\times10^{-6})}{(1)^2}$$

$$\therefore \underline{F_{EL} = 72N}$$

* Por equilibrio :



$\ldots \left(\vec{F}_R = \vec{0}\right)$

En el ◺ :

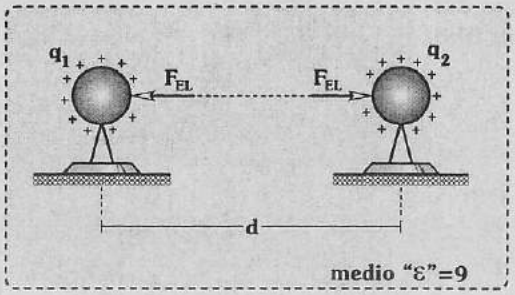
$$\underbrace{\text{sen } 53^\circ}_{\frac{4}{5}} = \frac{F_{EL}}{T}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{72N}{T}$$

Resolviendo : **T = 90N** (Rpta)

Importante

* *Cuando las partículas electrizadas se encuentran en otros medios, la fuerza eléctrica estará dado por :*



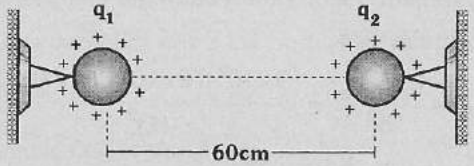
$$\Rightarrow \boxed{F_{EL} = \frac{1}{\varepsilon}\left[\frac{K|q_1||q_2|}{d^2}\right]}$$

Donde :

ε : permitividad eléctrica relativa del medio o constante dieléctrica (*depende del tipo de medio*).

***Ejemplo Ilustrativo* :**

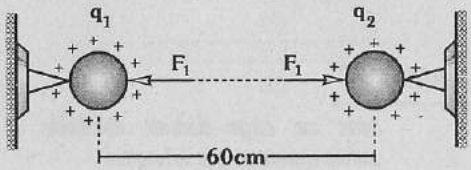
Si el sistema que se muestra es llevado a un medio dieléctrico $(\varepsilon = 9)$. Determine cuánto debe variar la distancia entre las partículas para que el módulo de la fuerza eléctrica no varíe.



Resolución :

Caso I

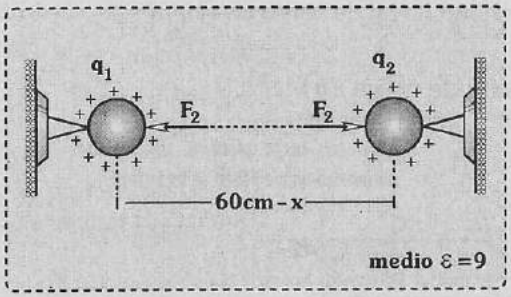
Cuando las partículas se encuentran en el aire o vacío.



$$\Rightarrow \quad F_1 = \frac{K\, q_1 q_2}{(60\ cm)^2} \qquad \ldots (\alpha)$$

Caso II

Cuando las partículas son llevados a otro medio, de constante dielectrica $\varepsilon = 9$.



La fuerza eléctrica en el medio dieléctrico de $\varepsilon = 9$, estará dado por :

$$F_2 = \frac{1}{\varepsilon}\left[\frac{K\, q_1\, q_2}{(60\ cm - x)^2}\right] \qquad \ldots (\beta)$$

* Según el dato del problema se sabe :

$$F_1 = F_2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{K q_1 q_2}{(60\ cm)^2} = \frac{1}{\varepsilon}\left[\frac{K\, q_1\, q_2}{(60\ cm - x)^2}\right] \quad ; \quad \varepsilon = 9$$

$$\frac{1}{(60\ cm)^2} = \frac{1}{9(60cm - x)} \quad \Rightarrow \quad 60\ cm = 3(60\ cm - x)$$

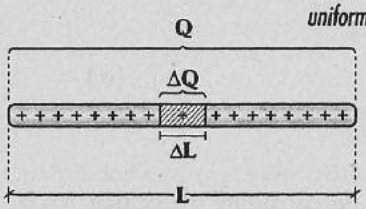
Resolviendo : **x=40 cm** (Rpta)

DISTRIBUCIÓN CONTINUA DE LA CARGA ELÉCTRICA

Se presenta en cuerpos homogéneos en donde la carga total ha sido distribuida uniformemente en forma proporcional a la longitud, superficie o volumen del cuerpo electrizado.

Densidad lineal de carga (λ)

Barra con carga eléctrica, distribuida uniformemente en toda su longitud.

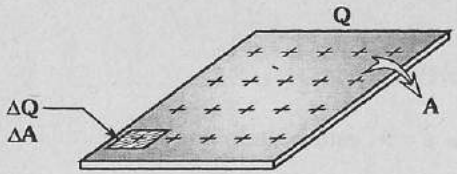


$$\lambda = \frac{Q}{L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = cte$$

Donde : λ : densidad lineal de carga ... $\left(\frac{C}{m}\right)$

Densidad superficial de carga (σ)

Placa con carga eléctrica, distribuida uniformemente en toda su superficie.

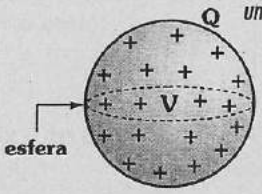


$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{\Delta Q}{\Delta A} = cte$$

Donde : σ : densidad superficial de carga ... $\left(\frac{C}{m^2}\right)$

Densidad volumétrica de carga (ρ)

Esfera con carga eléctrica, distribuida uniformemente en todo su volumen.

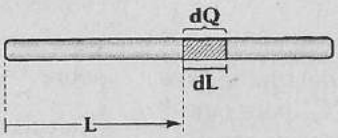


$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{\Delta Q}{\Delta V} = cte$$

Donde : ρ : densidad volumétrica de carga ... $\left(\frac{C}{m^3}\right)$

Observación

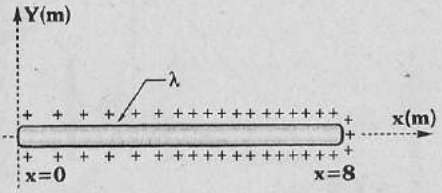
Cuando la carga eléctrica de un cuerpo no se distribuye uniformemente, entonces la densidad de carga no será constante, y se hallará utilizando las derivadas; de la siguiente manera :



Lineal : $\lambda = \frac{dQ}{dL}$ *Superficial* : $\sigma = \frac{dQ}{dA}$ *Volumetrica* : $\rho = \frac{dQ}{dV}$

Ejemplo Ilustrativo :

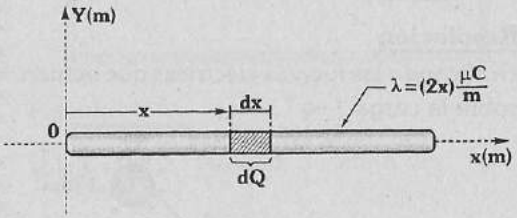
Se tiene un alambre recto paralelo al eje "X", tal como se muestra, donde su cantidad de carga está distribuída de acuerdo a $\lambda = (2x)\frac{\mu C}{m}$. Determine la cantidad de carga que existe desde x=2m hasta x=4m.



Resolución :

Tomando una pequeña porción del alambre (*diferencial de la longitud del alambre*).

Para la pequeña porción del alambre (dx), la densidad de carga lineal "λ" es prácticamente constante; entonces se tendrá :



$$\lambda = \frac{dQ}{dx}$$

$$\Rightarrow \quad dQ = \lambda dx$$

$$dQ = (2x)dx$$

Integrando a cada miembro : $\int dQ = \int_{x=2}^{x=4} (2x)dx$

$$Q = \left[\frac{2x^{1+1}}{1+1}\right]_2^4 = \left[x^2\right]_2^4$$

$$\Rightarrow \quad Q = \left[\left(4^2\right) - \left(2^2\right)\right]$$

$$\therefore \quad \boxed{Q = 12\mu C} \quad \text{(Rpta.)}$$

Recuerde

Si : $I = \int_a^b x^n dx$

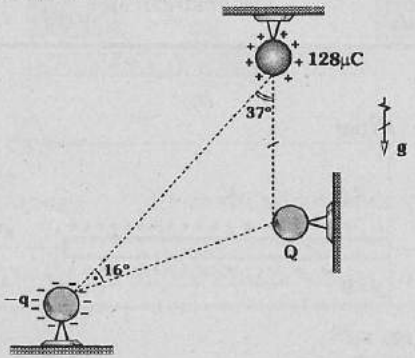
$$\Rightarrow \quad I = \left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_a^b$$

PROBLEMAS DE APLICACIÓN

Ley de Coulomb

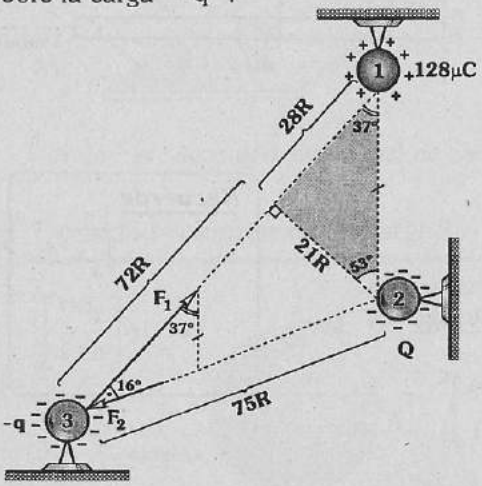
Aplicación N° 1

En el gráfico que se muestra, determine la cantidad de carga eléctrica "Q" para que "−q" experimente una fuerza eléctrica resultante en dirección vertical.



Resolución

Graficando las fuerzas eléctricas que actúan sobre la carga " −q ".



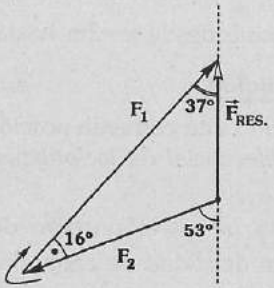
* Del gráfico se puede apreciar que la carga "Q" tiene que ser negativa; para que la fuerza eléctrica resultante sobre " −q " sea vertical.

* Calculando la fuerza eléctrica " F_1 " y " F_2 ".

$$F_1 = \frac{K(q)(128\mu C)}{(100R)^2}$$

$$F_2 = \frac{K(q)|Q|}{(75R)^2}$$

* Gráficamente, la fuerza resultante de " F_1 " y " F_2 " sera así :



Por la Ley de senos :

$$\frac{F_1}{\text{sen } 53^\circ} = \frac{F_2}{\text{sen } 37^\circ} \rightarrow \frac{F_1}{(4/5)} = \frac{F_2}{(3/5)}$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{4}{3}F_2$$

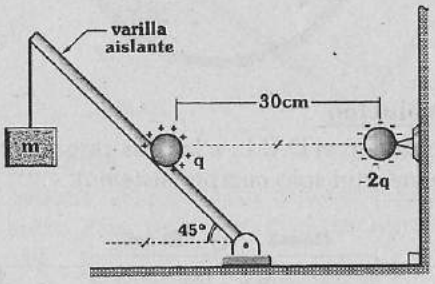
$$\frac{K(q)(128\mu C)}{(100R)^2} = \frac{4}{3}\left[\frac{K(q)|Q|}{(75R)^2}\right]$$

$$\frac{128\mu C}{16} = \frac{4}{3}\left[\frac{|Q|}{9}\right] \rightarrow |Q| = 54\mu C$$

$$\therefore \boxed{Q = -54\mu C} \quad \textit{Rpta.}$$

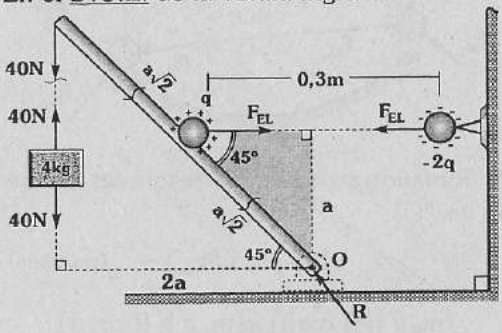
Aplicación N° 2

La varilla ingrávida se encuentra en equilibrio mecánico. Si en el centro de ésta se encuentra incrustada una partícula electrizada de masa despreciable. Determine "q". (m=4kg ; g=10 m/s²)



Resolución

En el D.C.L. de la varilla ingravida :



* Según la Ley de Coulomb se tiene que :

$$F_{EL} = \frac{K(q)(2q)}{(0,3)^2} = \frac{(9\times10^9)(q)(2q)}{9\times10^{-2}}$$

$$\therefore \quad F_{EL} = \underline{2q^2\times10^{11}}$$

* En la varilla :

Tomando como centro de torques al punto "O".

$$\Rightarrow \quad \Sigma M_{o}\,) = \Sigma M_{o}\,) \quad \text{...(equilibrio)}$$

$$(F_{EL})(a) = (40N)(2a)$$

$$\underline{F_{EL}} = 80N$$

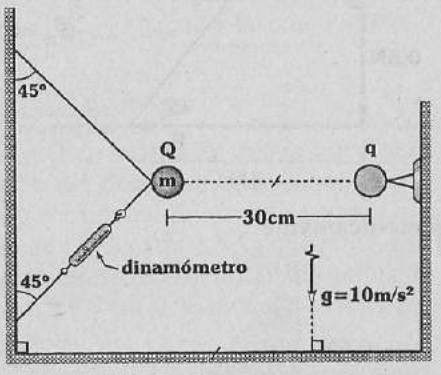
$$2q^2\times10^{11} = 80 \Rightarrow q=2\times10^{-5}C$$

$$\therefore \boxed{q = 20\mu C} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación N° 3

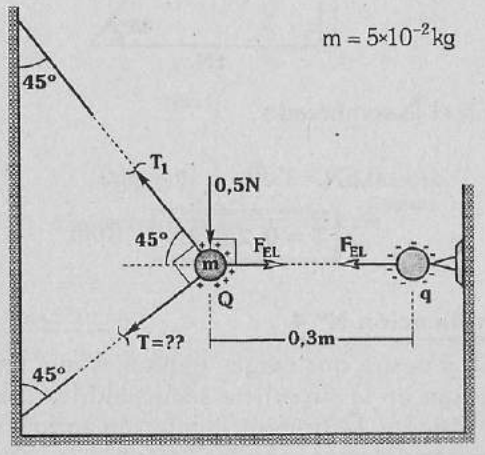
Del gráfico que se muestra, determine la lectura del dinamómetro ideal, si las pequeñas esferas electrizadas se encuentran en equilibrio mecánico.

$(Q = 10\mu C \ ; \ q = -1\mu C \ ; \ m = 5\times10^{-2}kg)$



Resolución

D.C.L. de la partícula de masa "m" :

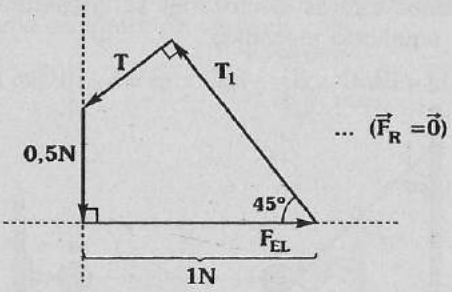


* Cálculo de la fuerza eléctrica "F_{EL}"

$$F_{EL} = \frac{K|Q||q|}{d^2} = \frac{(9\times10^9)(10\times10^{-6})(10^{-6})}{(3\times10^{-1})^2}$$

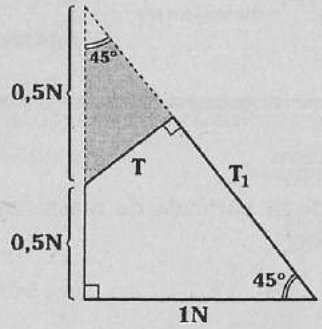
$$\therefore\ F_{EL} = 1N$$

* Por equilibrio :



... $(\vec{F}_R = \vec{0})$

Geométricamente :



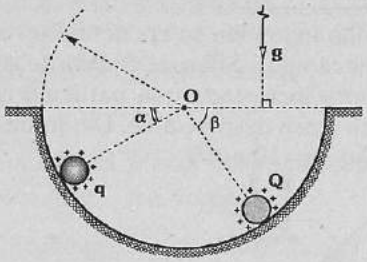
En el ◺sombreado :

$$0{,}5N = T\sqrt{2} \quad \text{... (notable)}$$

$$\therefore\ \boxed{T = 0{,}25\sqrt{2}N} \quad \textit{Rpta.}$$

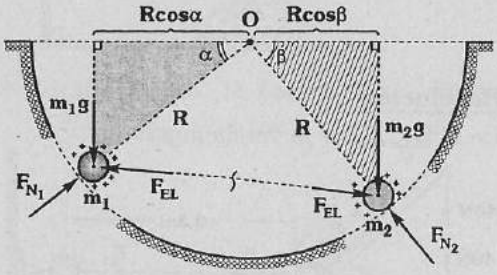
Aplicación Nº 4

Se muestra dos cargas puntuales que reposan en la superficie semicilíndrica lisa y aislante. Determine la relación entre las masas de estas esferitas (*cargas*).



Resolución

Realizando el D.C.L. a las dos cargas como si fueran un solo cuerpo (*sistema*).



* Tomando como centro de torques al punto "O".

$$\Rightarrow\ \Sigma M_{o\,\curvearrowright} = \Sigma M_{o\,\curvearrowleft} \quad \text{... (equilibrio)}$$

$$(m_2 g)(R\cos\beta) = (m_1 g)(R\cos\alpha)$$

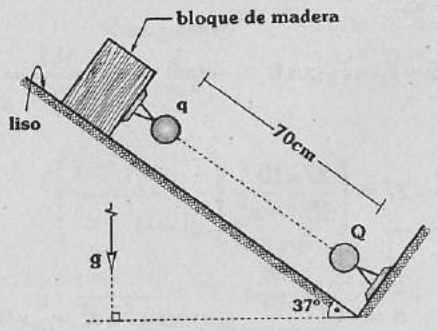
$$m_2\cos\beta = m_1\cos\alpha$$

$$\therefore\ \boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación Nº 5

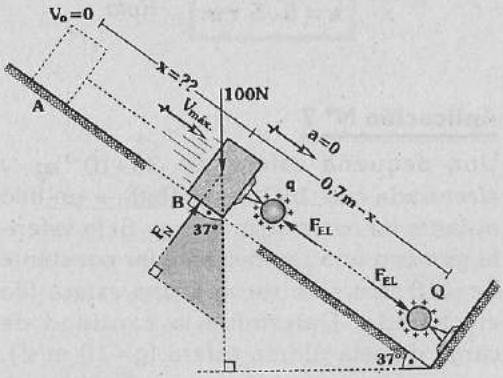
Se suelta un bloque de 10 kg en la posición mostrada. Determine el recorrido del bloque hasta el instante en que este presenta su máxima rapidez. Desprecie la masa de "q".

$(Q = +150\mu C\ ;\ q = +4\mu C\ ;\ g = 10\ m/s^2)$



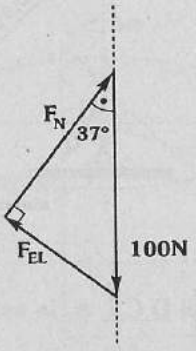
Resolución

El bloque alcanzará su rapidez máxima; cuando éste presente aceleración nula (a=0).



* En la posición "B" :

Como a=0 $\Rightarrow$ $\vec{F}_R = \vec{0}$ ... *(equilibrio)*



Del ◺ notable :

$$\underbrace{\frac{KQq}{d^2}}_{F_{EL}} = 60N$$

$$\Rightarrow \frac{(9\times10^9)(150\times10^{-6})(4\times10^{-6})}{(0,7-x)^2} = 60$$

Resolviendo :

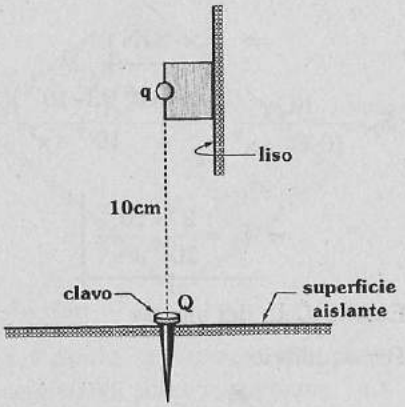
$$x = 0,4\ m$$

$$\therefore \boxed{x = 40\ cm} \quad Rpta.$$

Aplicación N° 6

Del gráfico mostrado, determine a qué distancia del clavo hay que clavar otro con la misma cantidad de carga para que el bloque de madera de 3,5 kg que tiene una pequeña esfera incrustada se encuentre en reposo, tal como se muestra. Desprecie la masa de "q".

$(Q = +3\mu C\ ;\ q = +10\mu C\ ;\ g=10\ m/s^2)$

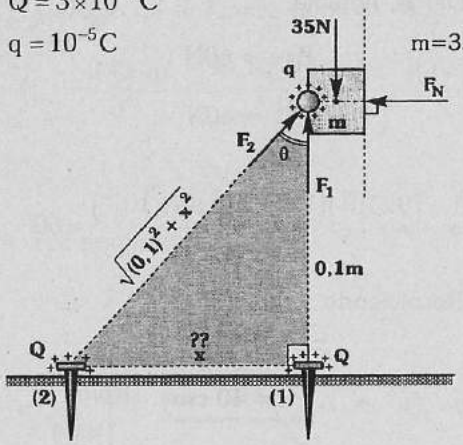


Resolución

Para que el bloque se encuentre en reposo permanente, el otro clavo que debemos clavar debe ubicarse a la izquierda del clavo que ya esta clavado.

$Q = 3\times10^{-6}$ C

$q = 10^{-5}$ C



En el ◺ sombreado

$$\cos\theta = \frac{0,1}{\sqrt{(0,1)^2+x^2}}$$

* Cálculo de las fuerzas eléctricas "F_1" y "F_2"

- $F_1 = \dfrac{KQq}{(0,1)^2} = \dfrac{(9\times10^9)(3\times10^{-6})(10^{-5})}{10^{-2}}$

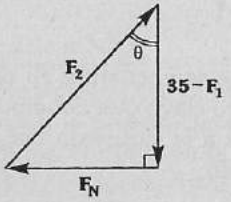
$$\Rightarrow \underline{F_1 = 27N}$$

- $F_2 = \dfrac{KQq}{(0,1)^2+x^2} = \dfrac{(9\times10^9)(3\times10^{-6})(10^{-5})}{10^{-2}+x^2}$

$$\Rightarrow \underline{F_2 = \frac{27\times10^{-2}}{10^{-2}+x^2}}$$

* En el D.C.L. del bloque :

Por equilibrio :



$$\ldots\left(\vec{F}_R = \vec{0}\right)$$

En ◺ :

$$35 - F_1 = F_2\cos\theta \;;\; \cos\theta = \frac{0,1}{\sqrt{(0,1)^2+x^2}}$$

$$35 - 27 = \left(\frac{27\times10^{-2}}{10^{-2}+x^2}\right)\left(\frac{0,1}{\sqrt{(0,1)^2+x^2}}\right)$$

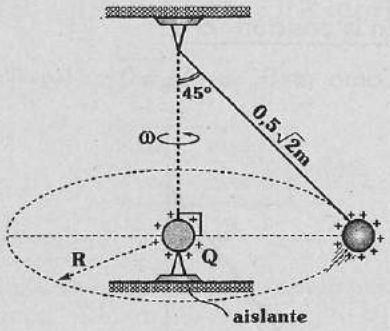
$$8 = \frac{27\times10^{-3}}{\left(\sqrt{10^{-2}+x^2}\right)^3} \Rightarrow \sqrt{10^{-2}+x^2} = \frac{3}{2}\times10^{-1}$$

$$x^2 = \frac{5}{4}\times10^{-2} \;\rightarrow\; x = \frac{\sqrt{5}}{2}\times10^{-1}\,m$$

$$\therefore \boxed{x = 5\sqrt{5}\ cm} \quad \textit{Rpta.}$$

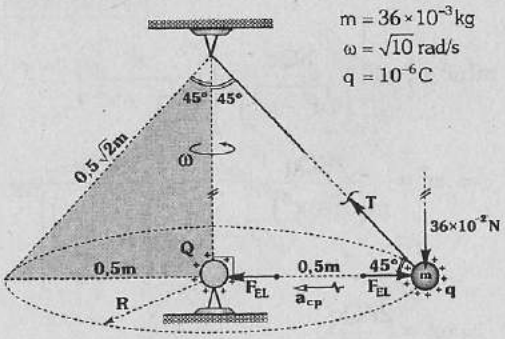
Aplicación N° 7

Una pequeña esfera de 36×10^{-3}kg y electrizada con 1μC, está atada a un hilo aislante tal como se muestra. Si la esferita gira con una rapidez angular constante de $\sqrt{10}$ rad/s en torno a una esfera fija electrizada. Determine la cantidad de carga de esta última esfera (g=10 m/s²).



Resolución

Realizando el D.C.L a la esferita atada al hilo.



Del gráfico : $R = 0,5\ m$

* Cálculo de la fuerza eléctrica "F_{EL}" :

$$F_{EL} = \frac{KQq}{R^2} = \frac{(9\times10^9)(Q)(10^{-6})}{(5\times10^{-1})^2}$$

$$\therefore\ F_{EL} = \frac{9}{25}Q\times10^5$$

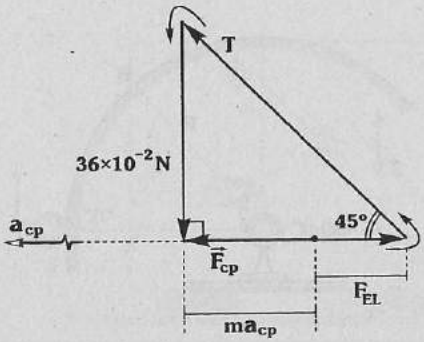
* Para la esferita "m" :

Se puede apreciar que sólo existe aceleración centrípeta "a_{cp}"; entonces la fuerza resultante tendrá la misma dirección que la "a_{cp}"; ya que $\vec{F}_{res.} = \vec{F}_{cp}$.

* Se sabe :

$$\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_{cp}\ ;\ \vec{F}_{cp} // \vec{a}_{cp}$$

Gráficamente :



Del ◺ notable

$$ma_{cp} + F_{EL} = 36\times10^{-2}N$$

$$m(\omega^2R) + \frac{9}{25}Q\times10^5 = 36\times10^{-2}$$

$$(36\times10^{-3})(\sqrt{10}^2\times0,5) + \frac{9}{25}Q\times10^5 = 36\times10^{-2}$$

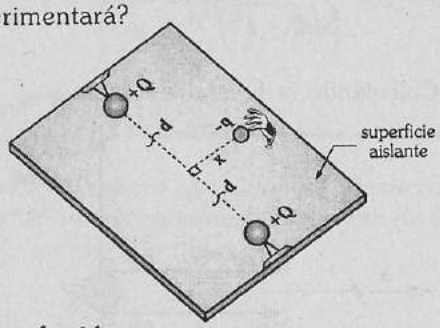
Resolviendo :

$$Q = 5\times10^{-6}C$$

$$\therefore\ \boxed{Q = 5\mu C}\quad \text{Rpta.}$$

Aplicación Nº 8

En el gráfico; sobre la superficie lisa horizontal se desplazó la bolita de masa "m" y cantidad de carga "−q" una distancia "x", de modo que : x<<<<d. Si se suelta a la bolita. ¿Qué período de oscilación experimentará?

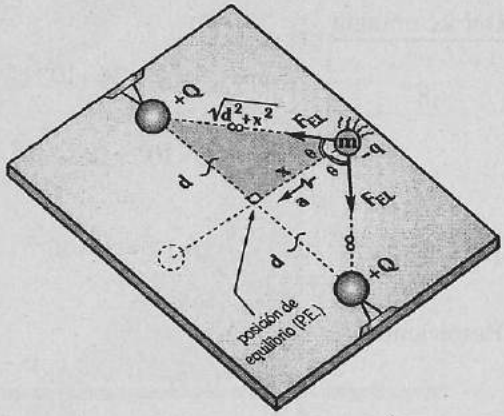


Resolución

* Graficando las fuerzas que producen aceleración, sobre la partícula "−q".

Como $x <<<< d \Rightarrow \frac{x}{d} <<<< 1$

$$\therefore\ \boxed{\frac{x}{d} \approx 0}$$



En el △sombreado

$$\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{d^2+x^2}}$$

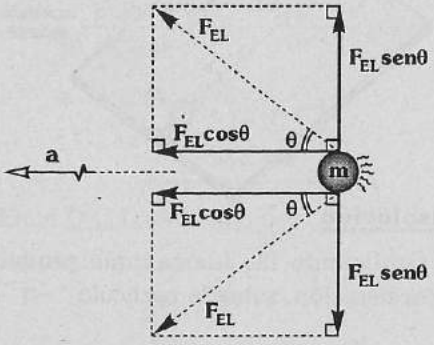
* Como la partícula de masa "m" desarrollada un M.A.S.

$$\Rightarrow a=\omega^2 x \quad \text{... (M.A.S.)}$$

* Calculando la fuerza eléctrica "F_{EL}" :

$$F_{EL} = \frac{KQq}{\left(\sqrt{d^2+x^2}\right)^2} \quad \text{... (Ley de Coulomb)}$$

* Calculando la fuerza resultante :



Del gráfico :

$$\underline{F_{RES.}} = 2F_{EL}\cos\theta$$

$$ma = 2F_{EL}\cos\theta$$

$$m(\omega^2 x) = 2\left[\frac{KQq}{\left(\sqrt{d^2+x^2}\right)^2}\right]\left(\frac{x}{\sqrt{d^2+x^2}}\right)$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{2KQq}{m\left(d^2+x^2\right)^{3/2}} = \frac{2KQq}{m\left[d^2\left(1+\frac{x^2}{d^2}\right)\right]^{3/2}}$$

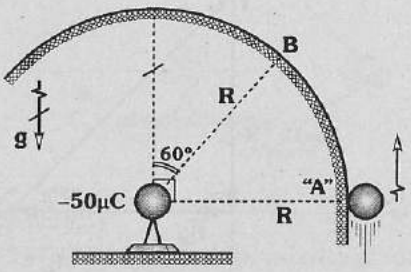
$$\omega^2 = \frac{2KQq}{md^3}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{2KQq}{md^3}}$$

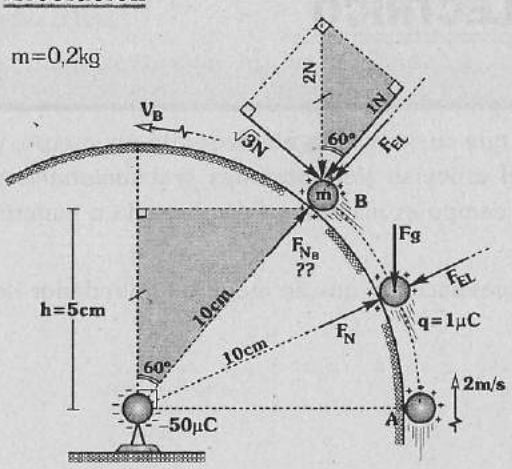
$$\therefore \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{md^3}{2KQq}}} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación Nº 9

Una pequeña esfera de 0,2 kg y electrizada con +1μC es impulsada tangencialmente en "A" de manera que adquiera una rapidez de 2 m/s. Determine el módulo de la fuerza que la partícula ejerce sobre la superficie esférica al pasar por "B" (*considere superficie lisa y aislante*; $g = 10\ \frac{m}{s^2}$; R=10 cm)



Resolución



Del gráfico :

$$F_{EL} = \frac{K|q_1||q_2|}{d^2} = \frac{(9\times10^9)(50\times10^{-6})(10^{-6})}{(10^{-1})^2}$$

$$\therefore \quad F_{EL} = 45N$$

* En el tramo $A-B$ de la esferita, utilizamos :

$$W_{AB}^{NETO} = (E_K)_B - (E_K)_A \quad \text{... (definición)}$$

$$\Rightarrow W_{AB}^{Fg} + \cancel{W_{AB}^{Fx}}^{0} + \cancel{W_{AB}^{F_{EL}}}^{0} = \frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2$$

"F_g" se opone al movimiento

$$-mgh = \frac{1}{2}m\left(V_B^2 - V_A^2\right)$$

$$-(10)(5\times10^{-2}) = \frac{1}{2}\left(V_B^2 - 2^2\right)$$

Resolviendo : $V_B^2 = 3$

* En la posición "B" de la esferita :

$$F_{cp} = ma_{cp} \quad \text{... (Dinámica circunferencial)}$$

$$F_{EL} + 1 - F_{N_B} = m\frac{V_B^2}{R}$$

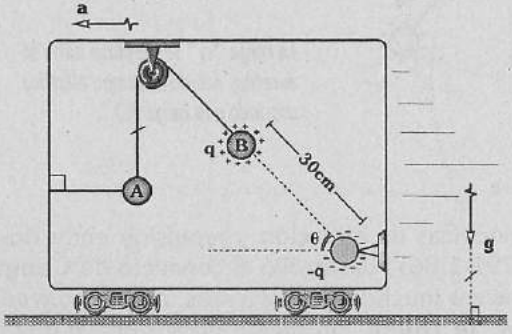
$$45 + 1 - F_{N_B} = (0,2)\frac{3}{(0,1)}$$

Resolviendo :

$$\boxed{F_{N_B} = 40N} \quad \textit{Rpta.}$$

"Para el Lector" :

Si el sistema de esferitas permanece en reposo respecto al coche que desarrolla MRUV. Determine la masa de la esferita "A" no electrizada; si la masa de la esferita "B" es 16g (g=10 m/s²; a=7,5 m/s²; q=10⁻⁶C)



Rpta. $\boxed{3\times10^{-2}kg}$

¿y cuánto vale "θ"?

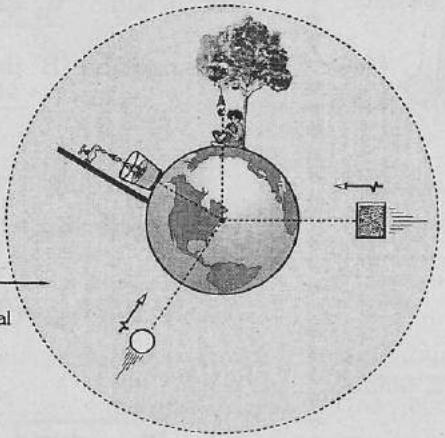
Rpta. $\boxed{53°}$

CAMPO ELÉCTRICO

CAMPO

Es una forma de existencia de la materia que se manifiesta alrededor de un cuerpo, y nos explica las diversas interacciones en el universo (*interacciones gravitacionales y electromagnéticas*). Según Albert Einstein el campo es materia no condensada o materia dispersada.

* Como ejemplo podemos citar el campo gravitacional que se manifiesta alrededor de una masa.

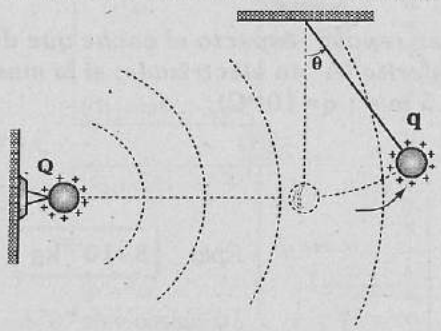


Campo gravitacional que se manifiesta debido a la masa de la tierra.

Los cuerpos que se encuentran en las inmediaciones de la tierra, caen, debido a la fuerza que ejerce el campo gravitacional de la tierra a dichos cuerpos.

Campo Eléctrico

Se pudo observar que dos partículas electrizadas se atraen o repelen. ¿Cómo explicamos el hecho de que las partículas puedan atraerse o repelerse?

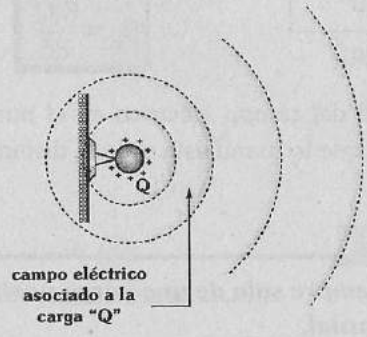


La carga "q" se desplazó hacia la derecha, debido al campo eléctrico asociado a la carga "Q".

Tratando de entender las fuerzas eléctricas de atracción y repulsión entre dos partículas electrizadas, **Michael Faraday** (1 791-1 867) desarrolló el concepto de **Campo eléctrico**. De acuerdo con Faraday, en base a muchos experimentos, estaba convencido que a los cuerpos o partículas electrizadas "**le rodea**" un medio no sustancial que les permite

actuar sobre los demás cuerpos electrizados, Faraday a tal medio lo denominó **campo eléctrico.**

* **En conclusión**; el campo eléctrico es aquella región que rodea a toda carga eléctrica y es el responsable de las interacciones eléctricas.

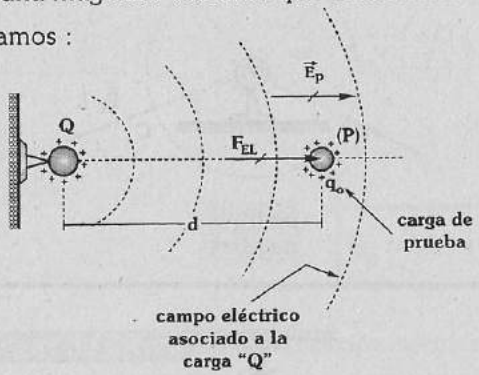


* Para cuantificar el campo eléctrico asociado a una partícula electrizada; definiremos una magnitud vectorial denominado **intensidad del campo eléctrico.**

Intensidad del campo eléctrico ($\vec{E}$)

Es una magnitud vectorial que cuantifica al campo eléctrico, en un punto determinado.

Veamos :



* Matemáticamente se calcula como la fuerza eléctrica " F_{EL} " que actúa sobre la carga de prueba positiva " q_o " colocada en el punto "P" y dividida por la magnitud de la carga de prueba.

$$\vec{E}_p = \frac{\vec{F}_{EL}}{q_o}$$

En módulos :

$$E_p = \frac{F_{EL}}{|q_o|} \begin{matrix} \rightarrow (N) \\ \rightarrow (C) \end{matrix} \quad \ldots (I)$$

Unidad de la " E_p " en el S.I.

$$E_p : \left(\frac{N}{C}\right)$$

Donde :

" E_p " : intensidad del campo eléctrico en el punto "P", asociado a la carga "Q".

" q_o " : carga de prueba.

F_{EL} : fuerza eléctrica que actúa sobre " q_o ".

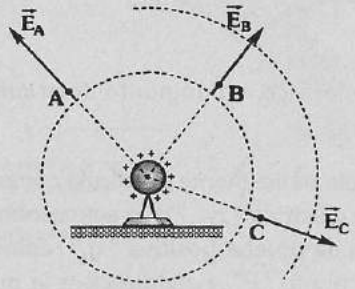
* Según la ley de Coulomb : $F_{EL} = \dfrac{K|Q||q_o|}{d^2}$

Reemplazando en (I) : $E_p = \dfrac{\left(\dfrac{K|Q|\cancel{|q_o|}}{d^2}\right)}{\cancel{|q_o|}}$ $\therefore$ $\boxed{E_p = \dfrac{K|Q|}{d^2}}$

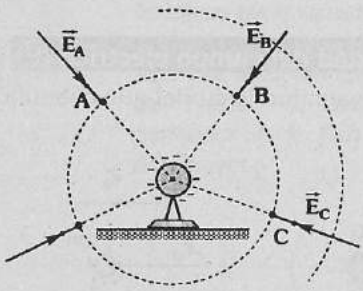
De esta expresión deducimos que la intensidad del campo eléctrico en el punto "P" (E_p) sólo depende de la cantidad de carga "Q" que lo manifiesta y de la distancia "d" entre ella y "P".

Observación

El vector intensidad del campo eléctrico, siempre sale de una carga positiva puntual o ingresa a una carga negativa puntual.



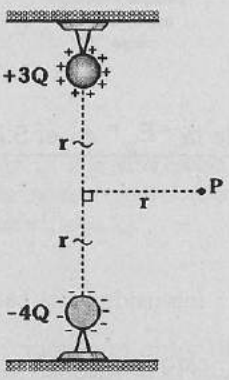
partícula positiva



partícula negativa

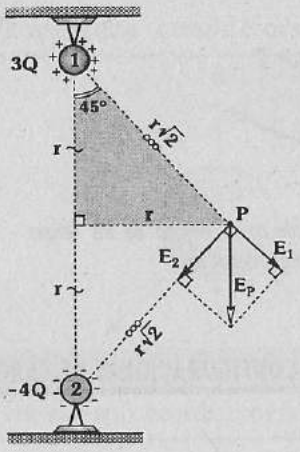
Ejemplo Ilustrativo :

En el gráfico mostrado, determine el módulo de la intensidad de campo eléctrico en el punto "P" (r=1m ; Q = 2μC).



Resolución

Graficando el vector de intensidad del campo eléctrico, que esta asociado a cada carga.



Del gráfico :

$$* \quad E_1 = \frac{K(3Q)}{(r\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow \quad E_1 = 3\left(\frac{KQ}{2r^2}\right)$$

$$* \quad E_2 = \frac{K(4Q)}{(r\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow \quad E_2 = 4\left(\frac{KQ}{2r^2}\right)$$

* En el punto "P"; la intensidad del campo eléctrico total (*asociado a las cargas* "1" y "2") estará dado por :

$$E_p = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

$$\Rightarrow \quad E_p = \left(\frac{KQ}{2r^2}\right)\sqrt{3^2+4^2} = \frac{5}{2}\left(\frac{KQ}{r^2}\right)$$

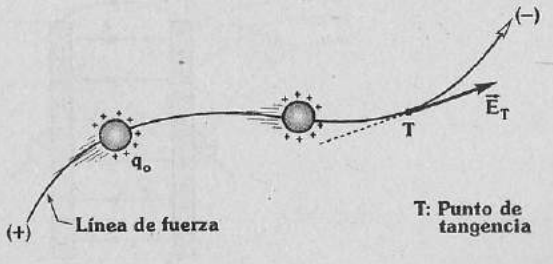
$$E_p = \frac{5}{2}\,\frac{(9\times10^9)(2\times10^{-6})}{(1)^2}$$

$$\therefore \quad \boxed{E_p = 45\times10^3\,\frac{N}{C}} \quad \text{(Rpta)}$$

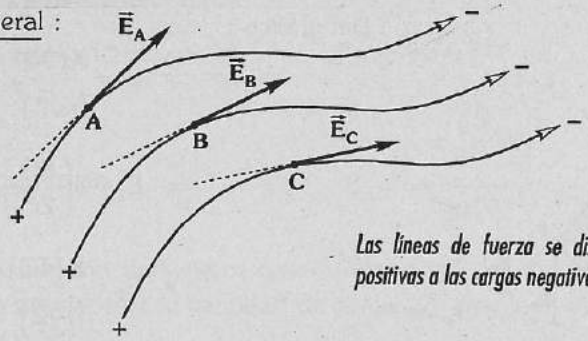
Líneas de fuerza **(líneas de campo eléctrico):**

El concepto de líneas de fuerza fue introducido por Michael Faraday para representar gráficamente al campo eléctrico. Estas líneas se trazan de manera que en cada punto el vector intensidad del campo eléctrico ($\vec{E}$) sea tangente a ellas. Las líneas de fuerza se dibujan saliendo de las cargas positivas y entrando a las cargas negativas.

"En cierto modo una línea de fuerza es la trayectoria que seguiría una carga puntual positiva dejada en libertad dentro del campo eléctrico". (*Despreciando los efectos gravitatorios*)



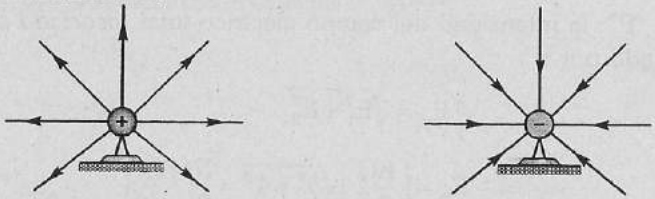
En general :



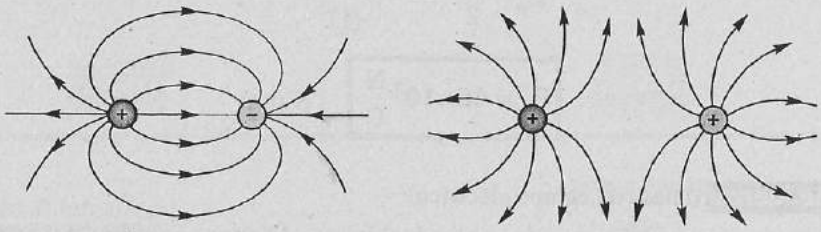
Las líneas de fuerza se dirigen de las cargas positivas a las cargas negativas.

REPRESENTACIÓN DEL CAMPO ELÉCTRICO PARA VARIAS CONFIGURACIONES DE CARGA

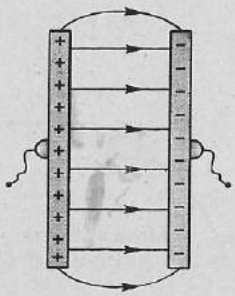
a. Para cargas puntuales :



b. Para dos cargas :

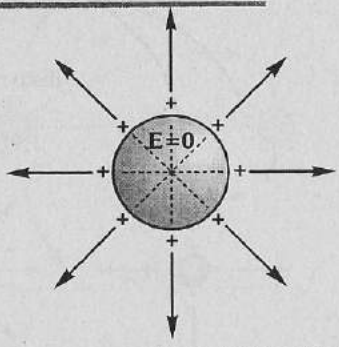


c. Para dos placas conductoras y paralelas :



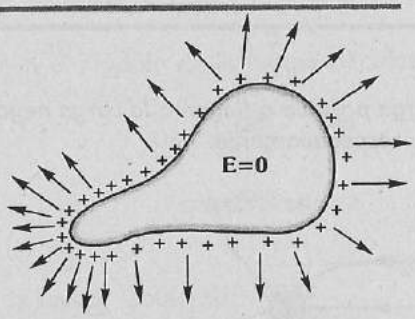
El campo es relativamente uniforme entre las placas.

d. Esfera metálica (conductora)



El campo eléctrico en el exterior de la esfera es como si toda la carga de la esfera fuera concentrada en su centro. El campo eléctrico en el interior de la esfera es cero.

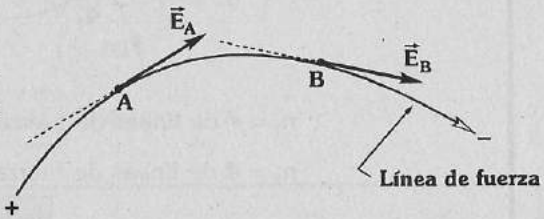
e. Para un cuerpo conductor irregular



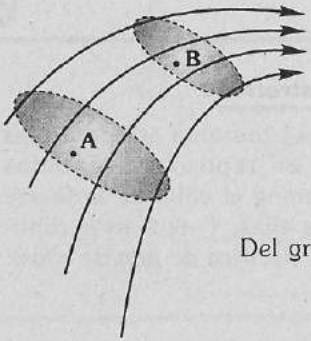
La carga tiende a acumularse en los puntos agudos, o en las posiciones de mayor curvatura, produciendo grandes campos eléctricos.

Propiedades de las líneas de fuerza :

1. El vector intensidad de campo eléctrico es tangente a la línea de fuerza y tiene la misma dirección.

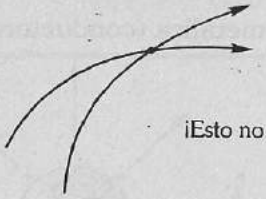


2. Cuando las líneas de fuerza están juntas el campo eléctrico es mas intenso y si están mas separados el campo se debilita.

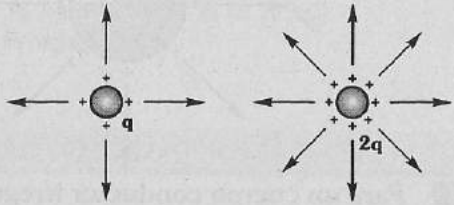


Del gráfico : $E_B > E_A$

③ "Las líneas de fuerza no se cortan", ya que en un punto tenemos un solo vector "$\vec{E}$".



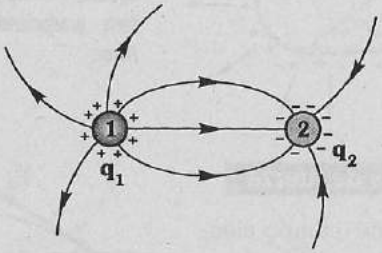
④ El número de líneas alrededor de los cuerpos electrizados es proporcional al valor de la cantidad carga "Q".



En General :

El número de líneas que parten de la carga positiva o llegan a la carga negativa, es proporcional a la magnitud de la carga, respectivamente.

Si :



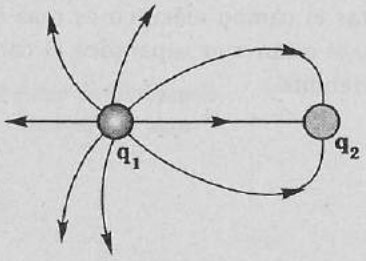
n_1 = # de líneas de fuerza que salen de la partícula "1".

n_2 = # de líneas de fuerza que ingresan a la partícula "2".

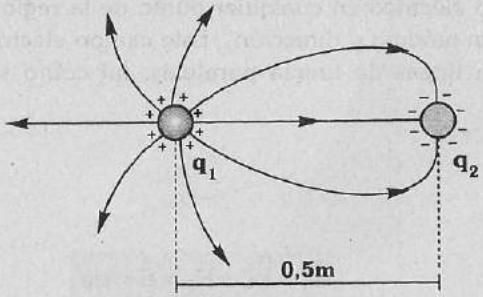
$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{n_1} = \frac{|q_2|}{n_2}$$

Ejemplo Ilustrativo :

En la gráfica se presenta a 2 partículas electrizadas en reposo y separadas 0,5m. Determine el valor de la fuerza eléctrica entre ellas. ($-6\mu C$ *es la cantidad de carga eléctrica de una de ellas*).



Resolución :



Se sabe que la cantidad de una de las cargas es " $-6\mu C$ "; según el gráfico esto será:

$$q_2 = -6\mu C$$

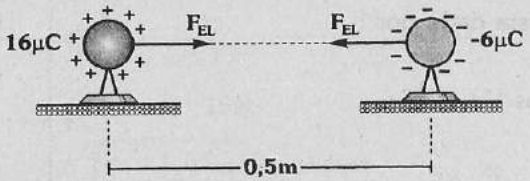
* Se sabe que el número de líneas de fuerza es proporcional a la carga eléctrica; es decir :

$$\frac{|q_1|}{8 \text{ líneas}} = \frac{|q_2|}{3 \text{ líneas}}$$

$$\frac{|q_1|}{8} = \frac{6\mu c}{3}$$

$$\therefore \quad q_1 = 16\mu C$$

* Nos piden el módulo de la fuerza eléctrica :



Según la ley de Coulomb :

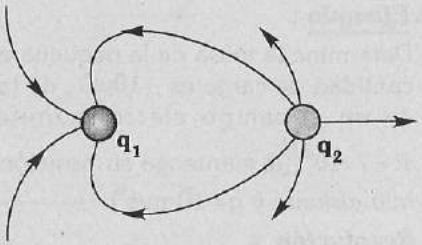
$$F_{EL} = \frac{K|q_1||q_2|}{d^2} = \frac{(9\times10^9)(16\times10^{-6})(6\times10^{-6})}{(5\times10^{-1})^2}$$

Resolviendo :

$$\boxed{F_{EL} = 3,456N} \quad \text{(Rpta)}$$

Un problema semejante, para usted :

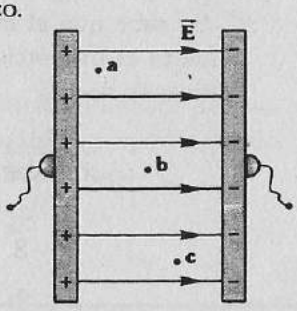
Las cargas puntuales y estacionarias, mostradas en la figura, distantes $3\sqrt{2}$ m interaccionan con una fuerza de 10^{-2}N, debido al campo eléctrico mostrado. Determine las cargas " q_1 " y " q_2 " e indique el tipo de interacción.



Rpta. $-4\mu C$ y $+5\mu C$; atracción

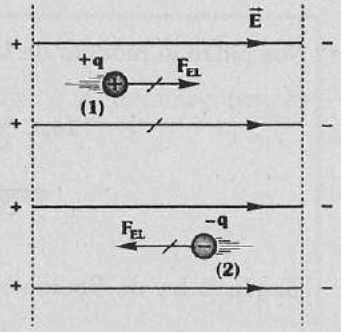
CAMPO ELÉCTRICO UNIFORME ($\vec{E}$ = constante) :

Se caracteriza por que la intensidad del campo eléctrico en cualquier punto de la región donde se establece dicho campo es la misma en módulo y dirección. Este campo eléctrico uniforme u homogéneo se representa con líneas de fuerza paralelas, tal como se muestra en el gráfico.



$$\vec{E}_a = \vec{E}_b = \vec{E}_c = \vec{E} = cte$$

* Cuando una partícula se encuentra en un campo eléctrico uniforme; la fuerza eléctrica por parte del campo es constante, y esta dado por :



Sobre las partículas (1) y (2) :

$$F_{EL} = E|q| \qquad \vec{F}_{EL} // \vec{E}$$

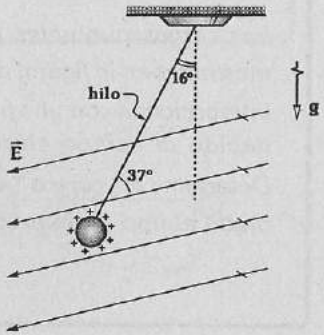
Observación

Debemos tener presente que la fuerza eléctrica "F_{EL}" siempre es paralela a las líneas del campo eléctrico uniforme.

$$\therefore \ \vec{F}_{EL} // \vec{E}$$

Ejemplo :

Determine la masa de la pequeña esfera electrizada cuya cantidad de carga es $+10\mu C$, de tal manera que colocada en el campo eléctrico uniforme de intensidad $E = 7\times10^5 \frac{N}{C}$, mantenga su posición mostrada (*considere hilo aislante y* $g=10\ m/s^2$)

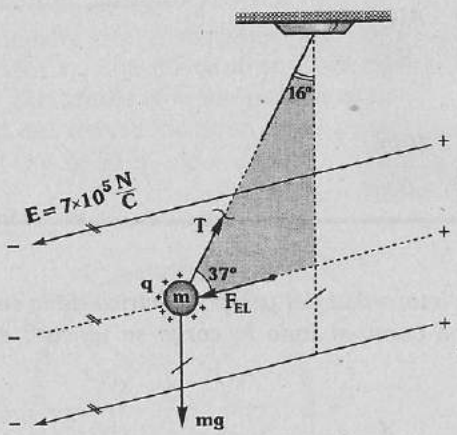


Resolución :

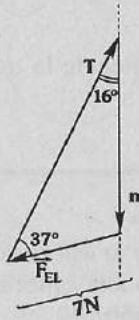
* Se sabe que : $F_{EL} = E|q| = (7\times10^5)(10^{-5})$

$$\therefore \ F_{EL} = 7N$$

* Realizando el D.C.L a la esfera electrizada :



* Por equilibrio :



$\left(\vec{F}_R = \vec{0}\right)$

Por la ley de senos :

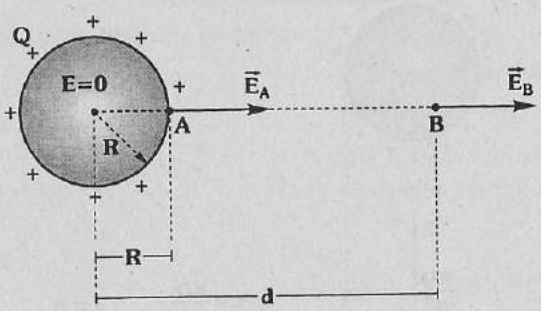
$$\frac{7N}{\text{sen } 16°} = \frac{mg}{\text{sen } 37°} \Rightarrow \frac{7N}{(7/25)} = \frac{mg}{(3/5)}$$

$$mg = 15N$$

$$\therefore \boxed{\mathbf{m = 1,5\ kg}} \quad \text{(Rpta)}$$

CAMPO ELÉCTRICO, ASOCIADO A UNA ESFERA CONDUCTORA :

Se sabe que la carga eléctrica de una esfera conductora se distribuye uniformemente en la superficie externa de este, debido a esto, el campo eléctrico en el interior de la esfera es nulo, y solo existe campo desde la superficie externa hacia afuera; veamos :



Del gráfico :

* En el interior de la esfera no existe campo eléctrico.

$$\therefore \boxed{E_{interior} = 0}$$

** En la superficie de la esfera la intensidad del campo eléctrico será :

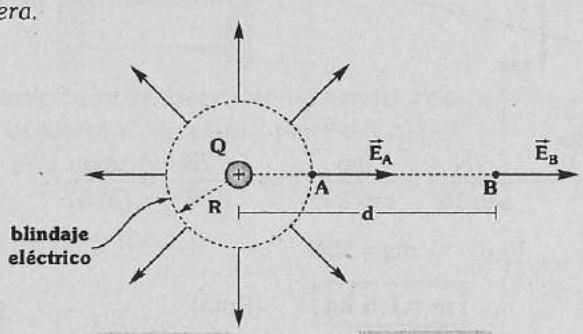
$$E_A = \frac{K|Q|}{R^2}$$

*** En el exterior de la esfera :

$$E_B = \frac{K|Q|}{d^2}$$

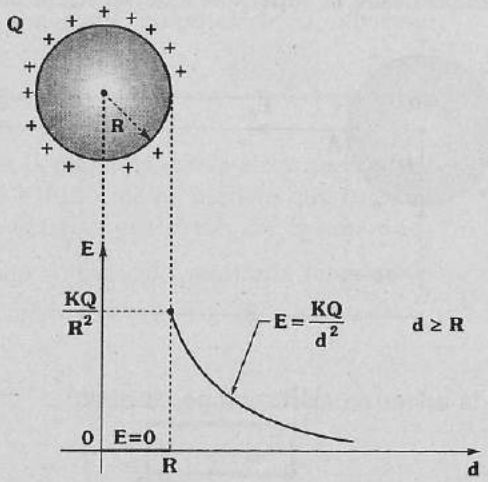
Importante

Para el caso de la esfera conductora, la intensidad del campo eléctrico de la superficie externa hacia afuera se determina como si toda la carga se ubicara en el centro de la esfera.



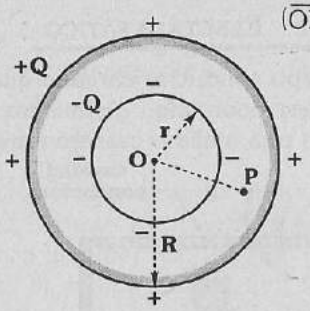
$$E_A = \frac{K|Q|}{R^2} \qquad E_B = \frac{K|Q|}{d^2}$$

Gráfica de la "E – d" :

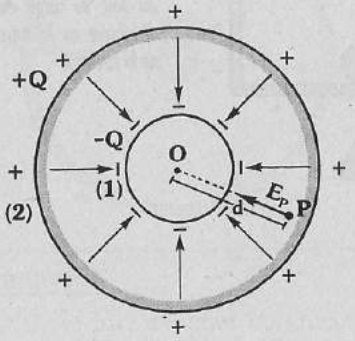


Ejemplo Ilustrativo :

Se muestra dos cascarones metálicos esféricos que se encuentran electrizados. Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico en el punto "P" ($Q = 2\times10^{-4}C$; $d = \sqrt{3}m$).



Resolución :



En el punto "P" sólo se manifestará el campo eléctrico de la esfera "1", más no el de la esfera "2"; ya que en el interior de una esfera conductora (*metálica*) el campo es nulo.

$$\left(\vec{E}_{interior}\right)_{(2)} = \vec{0} \quad \text{... (definición)}$$

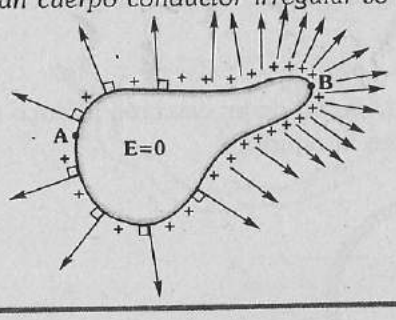
$$\Rightarrow E_p = E_1 = \frac{K|Q|}{d^2}$$

$$E_p = \frac{(9\times10^9)(2\times10^{-4})}{(\sqrt{3})^2}$$

$$\therefore \boxed{E_p = 6\times10^5 \frac{N}{C}} \quad \text{(Rpta)}$$

Observaciones

En un cuerpo conductor irregular se tiene :



* *Las líneas de fuerza son perpendiculares a la superficie.*

* *La intensidad del campo eléctrico es mayor en las puntas o zonas agudas.*

$$\therefore E_B > E_A$$

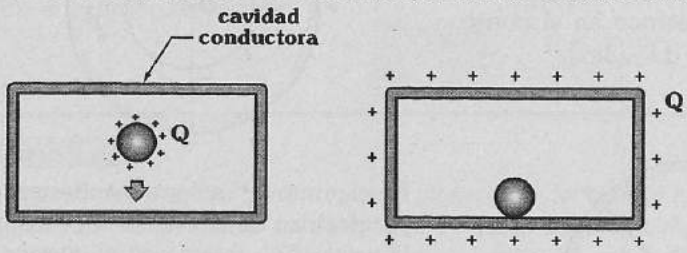
* *En el interior del conductor el campo eléctrico es nulo* (E=0).

El hecho de que el campo eléctrico sea nulo en el interior de un conductor en equilibrio eléctrico ha permitido investigar y experimentar otros casos como el **blindaje electrostático**.

BLINDAJE ELECTROSTÁTICO :

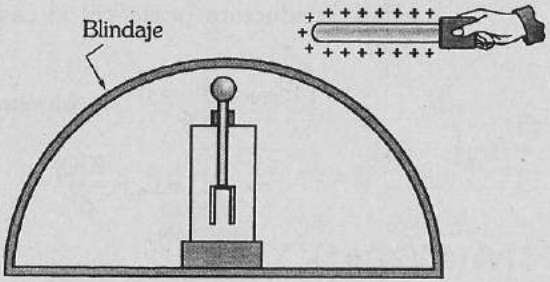
Todo cuerpo conductor cargado que toque el interior de una cavidad conductora se descargará por completo. Asimismo, todo cuerpo queda eléctricamente aislado si se le rodea con una malla o cascarón metálico; a esto se le llama también **Jaula de Faraday**.

a)



Cuando la esfera conductora toca la cavidad, su carga de la esfera se distribuye en la superficie exterior de la cavidad.

b)



"Las laminillas del electroscopio no se separan"

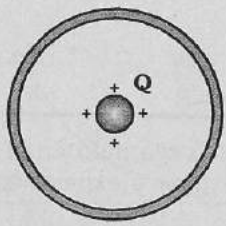
FENÓMENOS PRODUCIDOS POR EL CAMPO ELÉCTRICO

① Inducción electrostática

Todo cuerpo electrizado induce cargas de signo opuesto sobre cualquier otro cuerpo conductor colocado cerca a él.

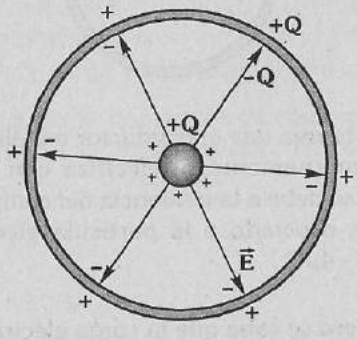
Para comprender mejor, veamos el siguiente caso :

* Considere una carga puntual "Q" positiva, dentro de un cascarón esférico metálico sin carga eléctrica; tal como se muestra en la figura.



Análisis :

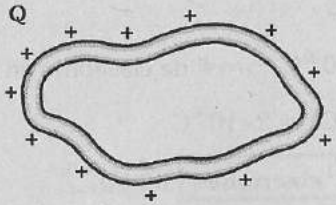
En este caso, el cascarón internamente se electriza negativamente con " –Q " y externamente con " +Q "; esto ocurre por la influencia del campo eléctrico, asociado a la partícula puntual. Veamos como se da esto.



Del esquema mostrado podemos decir que el número de líneas de fuerza que llegan a la superficie interior del cascarón es el mismo que el que sale de la carga puntual. Luego, si asumimos que cada línea de fuerza es reproducida por una carga, entonces concluimos que la carga inducida en la superficie interior es igual a la carga de la partícula puntual, pero de signo contrario.

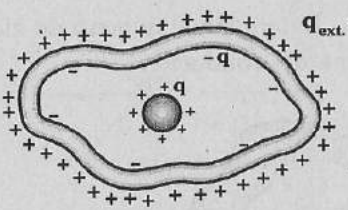
En general :

Si se tiene una cavidad conductora, electrizado con una cantidad de carga "Q".



La cantidad de carga se distribuye en la superficie de la cavidad

Cuando una partícula electrizada con "q" se hace ingresar dentro de la cavidad, con sumo cuidado, se tendrá :



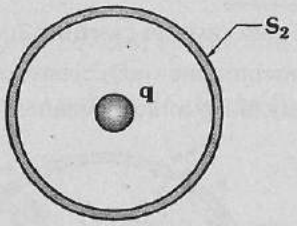
La carga inducida en la superficie interior de la cavidad es igual a la carga de la partícula pero de signo contrario.

* $Q_{\text{inducida en el interior de la cavidad}} = -q$

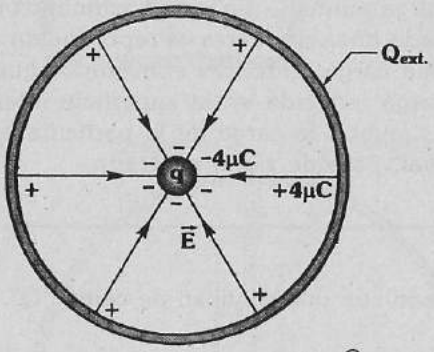
* $Q_{cavidad} = Q = -q + q_{ext.}$ $\therefore$ $q_{ext.} = Q + q$

Ejemplo Ilustrativo :

Se tiene un conductor metálico hueco con $Q = +2\mu C$, en su cavidad interna se ubica una partícula electrizada con $q = -4\mu C$. Indique el número de electrones en exceso que tiene en la superficie externa "S_2".



Resolución :



Se observa que el conductor metálico hueco internamente se electriza con $+4\mu C$; esto se debe a la influencia del campo eléctrico, asociado a la partícula electrizada con $-4\mu C$.

* Pero se sabe que la carga eléctrica neta del conductor hueco es :

$$Q = +2\mu C$$

$$\Rightarrow +4\mu C + Q_{ext.} = +2\mu C$$

$$\Rightarrow \underbrace{Q_{ext.}}_{} = -2\mu C$$

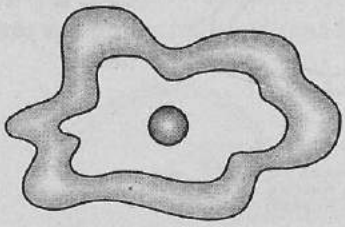
$$-n|q_e| = -2\times10^{-6}C \ ; \ n = \#\text{ de electrones en exceso}$$

$$n\left(1{,}6\times10^{-19}C\right) = 2\times10^{-6}C$$

$$\therefore \boxed{\mathbf{n = 125\times10^{11}\ electrones}} \text{ (Rpta)}$$

Un problema semejante, para usted :

Se tiene un cuerpo conductor electrizado con $+1\mu C$, en su cavidad interior se ubica una partícula electrizada con $+2\mu C$. Determine el número de electrones en defecto que se tiene en la superficie externa del conductor.



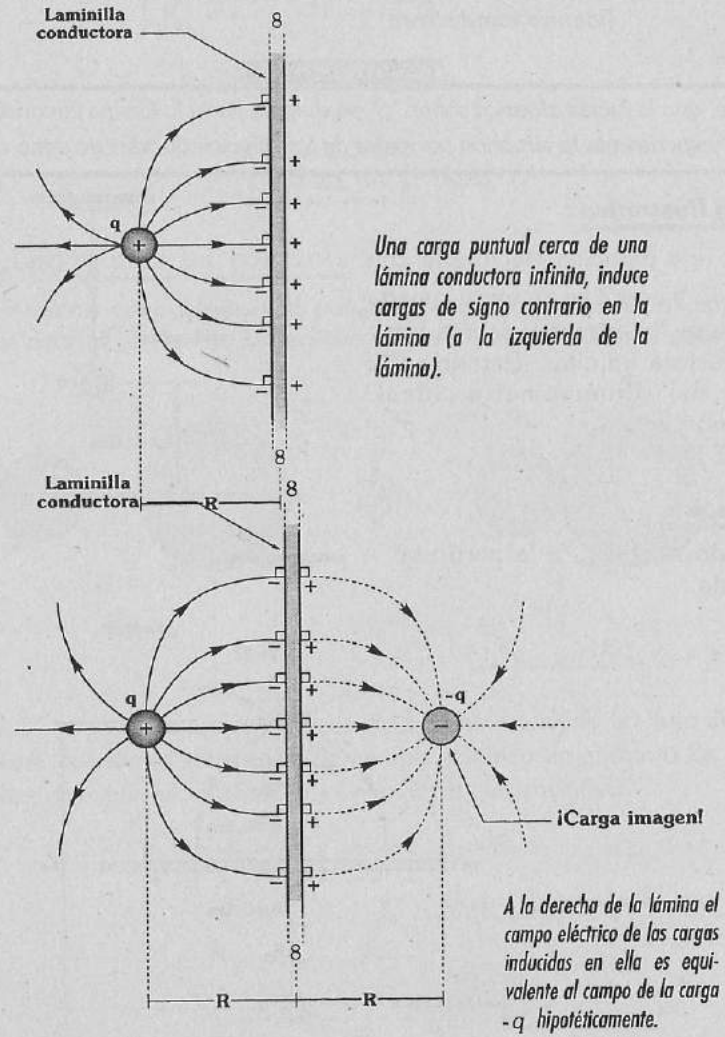
Rpta. $\boxed{\mathbf{1{,}875\times10^{13}\ electrones}}$

② Carga imagen

En los conductores de grandes dimensiones, cuando se les aproxima cargas puntuales a pequeñas distancias se puede evaluar fuerzas eléctricas usando el criterio de carga **imagen**.

* La carga imagen en un **conductor infinito**, es aquella que se forma hipotéticamente en el conductor plano infinito debido a la inducción que ejerce una carga puntual inductora sobre dicha superficie.

La carga imagen en el conductor plano infinito es simétrica a la carga inductora, pero con signo opuesto; tal como se muestra en el gráfico.



Una carga puntual cerca de una lámina conductora infinita, induce cargas de signo contrario en la lámina (a la izquierda de la lámina).

A la derecha de la lámina el campo eléctrico de las cargas inducidas en ella es equivalente al campo de la carga -q hipotéticamente.

La fuerza eléctrica que actúa sobre la carga puntual "q" por parte de las cargas inducidas en la superficie de la lámina conductora, es equivalente a aquella fuerza eléctrica de atracción entre "q" y la carga imagen –q .

Del gráfico : $F_{EL} = \dfrac{K\,|q_1|\,|q_2|}{d^2}$ ... (*Ley de Coulomb*)

$$\Rightarrow F_{EL} = \frac{K\,(q)(q)}{(2R)^2} \qquad \therefore \quad F_{EL} = \frac{K\,q^2}{4R^2}$$

Donde :

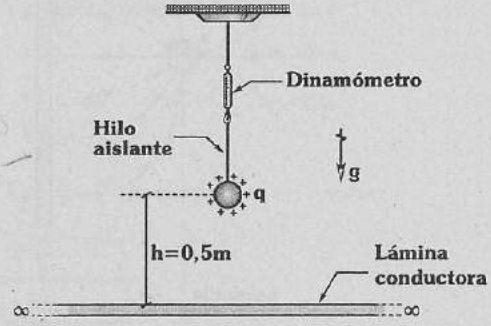
F_{EL} : Fuerza eléctrica de atracción entre "q" y el conductor plano infinito (*lámina conductora*)

Nota Importante

Claro está, que la fuerza eléctrica sobre "q" va dirigida hacia la lámina conductora, ya que la carga "q" experimenta la atracción por parte de las cargas inducidas de signo contrario.

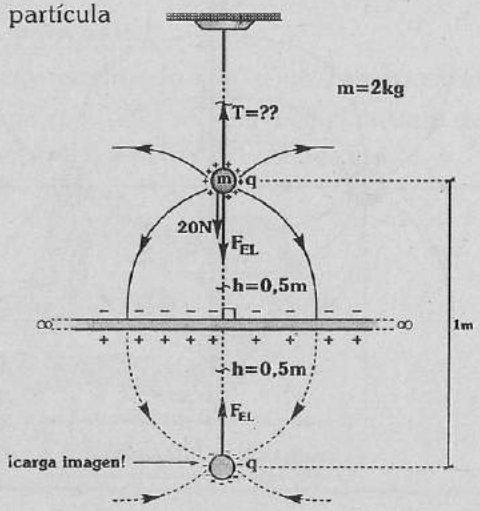
Ejemplo Ilustrativo :

Se tiene una partícula electrizada con $q = +20\mu C$ y con 2 kg de masa situada a una altura "h" respecto de una lámina conductora infinita. Determine la lectura del dinámometro ideal. $\left(g = 10\ \frac{m}{s^2}\right)$



Resolución :

Realizando el D.C.L. a la partícula electrizada.



* Por equilibrio :

$$T = 20N + F_{EL} \quad \ldots (\alpha)$$

* La fuerza eléctrica " F_{EL} " entre la carga "q" y las cargas inducidas de la placa conductora, es equivalente a la fuerza eléctrica de atracción entre "q" y la carga imagen " $-q$ " (*hipotéticamente*).

$$\Rightarrow F_{EL} = \frac{K\,|q_1|\,|q_2|}{d^2} \quad \ldots (\textit{Ley de Coulomb})$$

$$F_{EL} = \frac{(9\times10^{9})(2\times10^{-5})(2\times10^{-5})}{(1)^2}$$

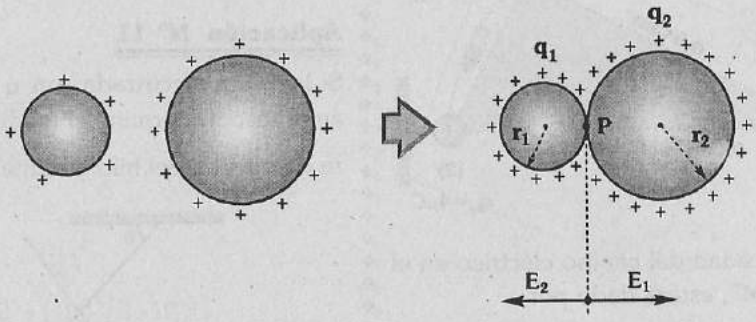
$$\therefore \; F_{EL} = 3{,}6\ N$$

En (α):

$$\therefore \; \boxed{\mathbf{T = 23{,}6N}} \quad \text{(Rpta)}$$

③ Esferas conductoras en contacto

Cuando dos esferas conductoras son puestas en contacto a través de sus superficies, las cargas se distribuyen en las superficies esféricas de la siguiente manera.



* Cuando las esferas son puestas en contacto, entre estos hay un flujo de cargas, éste flujo cesará cuando la intensidad de campo eléctrico en el punto de contacto "P" sea nulo; y las esferas alcanzarán el equilibrio electrostático.

Como :

$$\vec{E}_p = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad E_1 = E_2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{K\,q_1}{r_1^{\,2}} = \frac{K\,q_2}{r_2^{\,2}}$$

$$\therefore \quad \frac{q_1}{r_1^{\,2}} = \frac{q_2}{r_2^{\,2}}$$

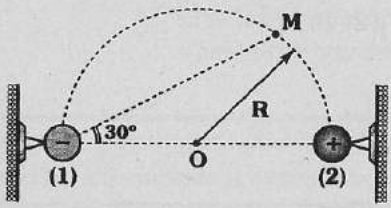
PROBLEMAS DE APLICACIÓN

Campo Eléctrico

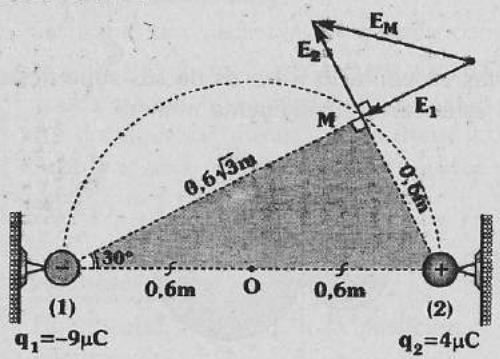
Aplicación Nº 10

Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico en el punto "M".

$(q_1 = -9\mu C\ ;\ q_2 = 4\mu C\ ;\ R=0{,}6m)$



Resolución



* La intensidad del campo eléctrico en el punto "M", estará dado por :

$$E_M = \sqrt{E_1^{\,2} + E_2^{\,2}} \quad \ldots (\alpha)$$

* Cálculo de las intensidades asociado a la carga (1) y (2) respectivamente.

- $E_1 = \dfrac{K\,|q_1|}{d_1^{\,2}} = \dfrac{(9\times10^9)(9\times10^{-6})}{(0{,}6\sqrt{3})^2}$

$$\Rightarrow \quad E_1 = \frac{3}{4}\times10^5\,\frac{N}{C}$$

- $E_2 = \dfrac{K\,|q_2|}{d_2^{\,2}} = \dfrac{(9\times10^9)(4\times10^{-6})}{(0{,}6)^2}$

$$\Rightarrow \quad E_2 = 10^5\,\frac{N}{C}$$

Reemplazando en (α) :

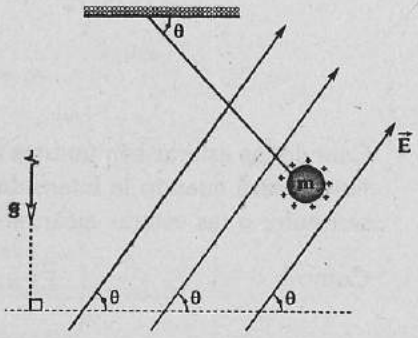
$$E_M = 10^5\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + (1)^2}$$

$$\Rightarrow \quad E_M = \frac{5}{4}\times10^5\,\frac{N}{C}$$

$$\therefore \quad \boxed{E_M = 1{,}25\times10^5\,\frac{N}{C}} \quad \textit{Rpta.}$$

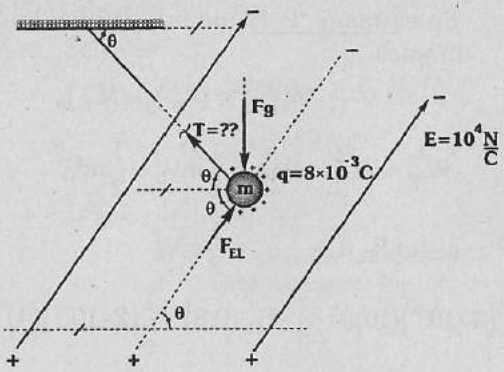
Aplicación Nº 11

Si la esfera electrizada con $q = +8mC$ está en reposo. Determine el módulo de la fuerza de tensión del hilo aislante $\left(E = 10K\,\dfrac{N}{C}\right)$.

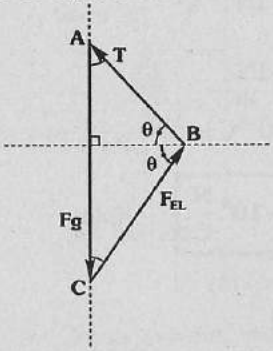


Resolución

Realizando el D.C.L. de la esfera electrizada :



Por equilibrio :



$\therefore \left(\vec{F}_R = \vec{0}\right)$

Por simple inspección :

El ΔABC : isósceles

$$\Rightarrow \quad T = \underbrace{F_{EL}}$$

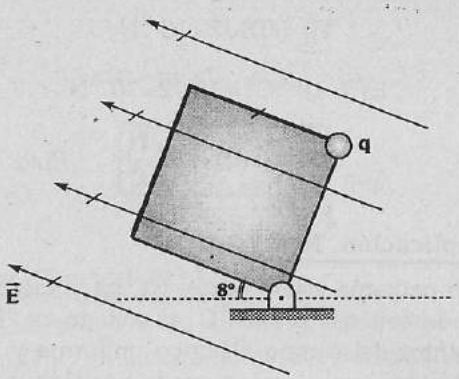
$$T = E|q|$$

$$T = \left(10^4\right)\left(8\times10^{-3}\right)$$

$$\therefore \boxed{T = 80N} \quad \textit{Rpta.}$$

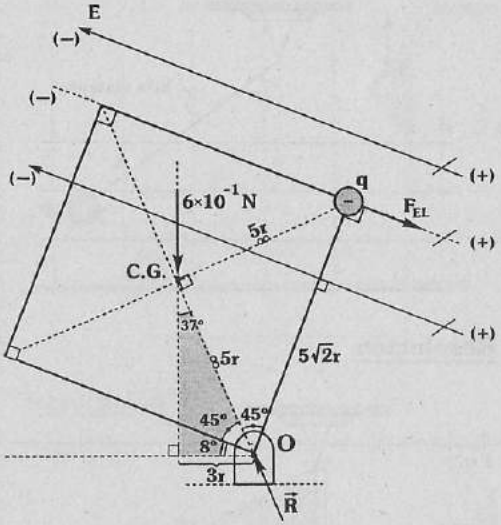
Aplicación N° 12

La placa cuadrada homogénea y aislante tiene incrustada una partícula electrizada con $q = -3\mu C$ y de masa despreciable; además se encuentra en reposo en la posición mostrada. Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico uniforme $\left(m_{placa} = 6\times10^{-2}kg\ ;\ g = 10\ m/s^2\right)$



Resolución

Realizando el D.C.L. a la placa y partícula como si fuera un solo cuerpo.



Se sabe que :

$$F_{EL} = E|q| = E\left(3\times10^{-6}C\right)$$

* Tomando como centro de torques al punto "O".

$$\Rightarrow \quad \Sigma M_{o\,)} = \Sigma M_{o\,)} \quad \textit{... (equilibrio)}$$

$$\left(F_{EL}\right)\left(5\sqrt{2}\ r\right) = \left(6\times10^{-1}N\right)\left(3r\right)$$

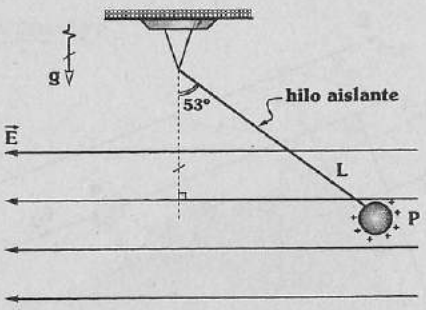
$$\underbrace{F_{EL}} = 18\sqrt{2}\times10^{-2}N$$

$$E(3\times10^{-6}C) = 18\sqrt{2}\times10^{-2}N$$

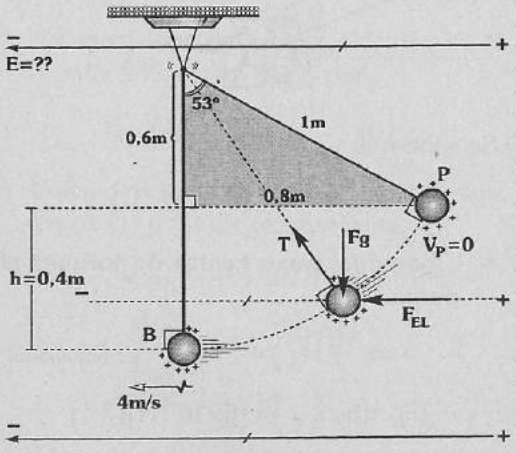
$$\therefore \boxed{E = 6\sqrt{2}\times10^{4}\,\frac{N}{C}} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación N° 13

La pequeña esfera de 2×10^{-1}kg y electrizada con $q = +2\times10^{-4}C$ es soltada en "P" dentro del campo eléctrico uniforme y se observa que al pasar por la posición más baja, su rapidez es igual a 4 m/s. Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico $(g = 10\ m/s^2\ ;\ L = 1m)$.



Resolución



* En el tramo "P–B" de la partícula, utilizamos :

$$W_{PB}^{NETO} = (E_K)_B - (E_K)_P$$

$$W_{PB}^{F_g} + W_{PB}^{F_{EL}} + \cancel{W_{PB}^{T}}^{\,0} = \frac{1}{2}mV_B^2 - \cancel{\frac{1}{2}mV_P^2}^{\,0}$$

$$mgh + F_{EL}d_{horizontal} = \frac{1}{2}mV_B^2$$

$$(2\times10^{-1})(10)(0,4) + F_{EL}(0,8) = \frac{1}{2}(2\times10^{-1})(4)^2$$

Resolviendo :

$$\underbrace{F_{EL}} = 1N$$

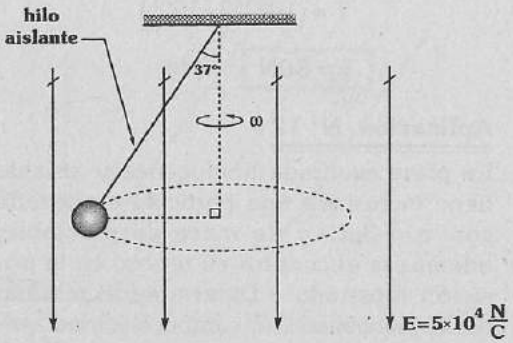
$$E|q| = 1N$$

$$E(2\times10^{-4}C) = 1N$$

$$\therefore \boxed{E = 5\times10^{3}\,\frac{N}{C}} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación N° 14

Un péndulo cónico de longitud 25 cm tiene una masa de 5×10^{-2}kg y electrizada con $q = -6\mu C$. Determine la rapidez angular constante "ω" de su movimiento para que la cuerda forme un ángulo de 37° con la vertical $(g = 10\ m/s^2)$.



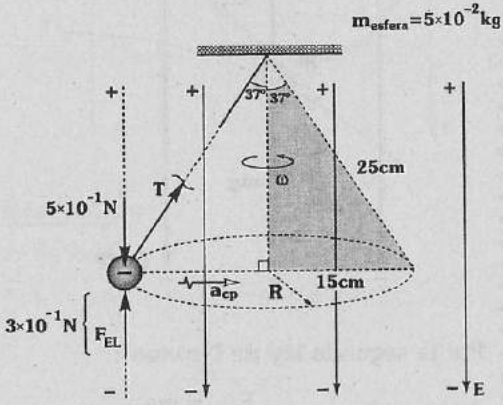
Resolución

* Se sabe :

$$F_{EL} = E|q| = (5\times10^{4})(6\times10^{-6})$$

$$\therefore \quad F_{EL} = 3\times10^{-1}\,N$$

* D.C.L. de la esferita :

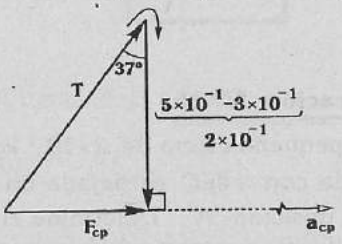


Del gráfico :

$$R = 15\ cm \Rightarrow R = 15\times10^{-2}m$$

* Como ω = cte; entonces la esferita sólo presentará aceleración centrípeta (a_{cp}), concluyendo que la fuerza resultante sobre la esferita es la fuerza centrípeta $\left(\vec{F}_{res.} = \vec{F}_{cp}\right)$.

• Se sabe : $\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_{cp}$ donde $\vec{F}_{cp} // \vec{a}_{cp}$



Del gráfico :

$$\underbrace{F_{cp}}_{m\omega^2R} = 1{,}5\times10^{-1} \quad \text{... Notable}$$

$$\Rightarrow \quad m\omega^2R = 15\times10^{-2}$$

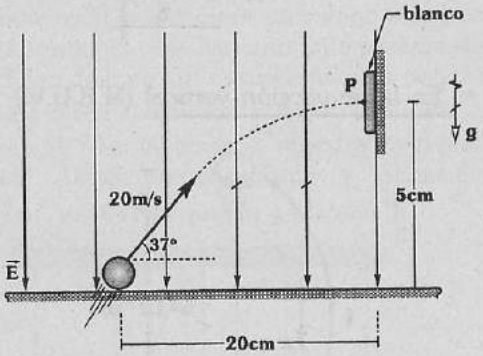
$$(5\times10^{-2})\omega^2(15\times10^{-2}) = 15\times10^{-2}$$

$$\Rightarrow \quad \omega^2 = 20$$

$$\therefore \quad \boxed{\omega = 2\sqrt{5}\ rad/s} \quad \textit{Rpta.}$$

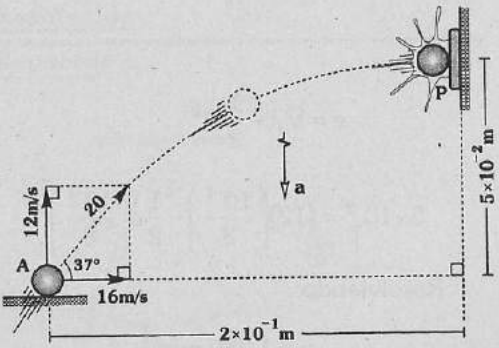
Aplicación N° 15

Una partícula de 10^{-3}kg y electrizada con 127μC es lanzada en una región donde se manifiesta un campo eléctrico uniforme, si impacta en el blanco "P". Determine el módulo de la intensidad de campo eléctrico $(g = 10\ m/s^2)$.



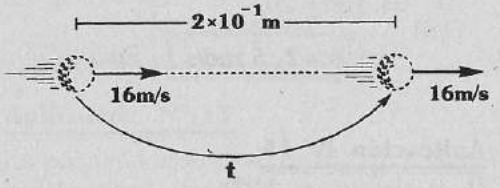
Resolución

Analizando el movimiento de la partícula :



Para el trayecto A – P

* En la proyección horizontal (M.R.U.)

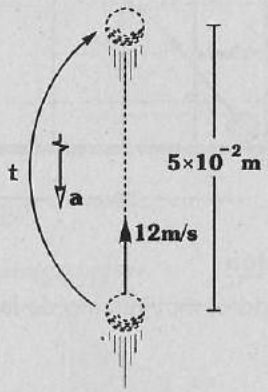


$$d = Vt$$

$$2\times10^{-1} = 16t$$

$$\therefore \quad t = \frac{10^{-1}}{8}\ s$$

* En la proyección vertical (M.R.U.V.)



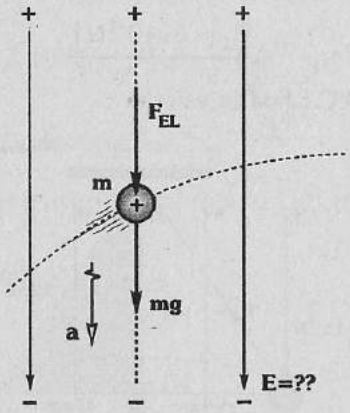
$$e = V_o t - \frac{1}{2}at^2$$

$$5\times10^{-2} = (12)\left(\frac{10^{-1}}{8}\right) - \frac{1}{2}a\left(\frac{10^{-1}}{8}\right)^2$$

Resolviendo :

$$a = 1\,280\ m/s^2$$

* Realizando el D.C.L. a la partícula electrizada.



Por la segunda ley de Newton :

$$F_{Res.} = ma$$

$$F_{EL} + mg = ma$$

$$E|q| + mg = ma$$

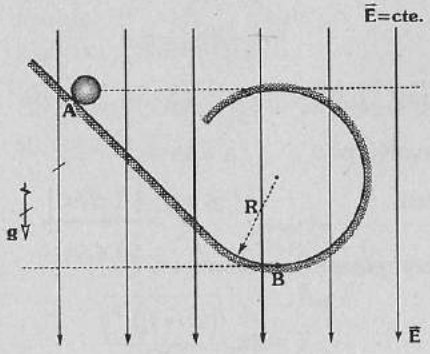
$$E\left(127\times10^{-6}\right) + \left(10^{-3}\right)(10) = \left(10^{-3}\right)(1\,280)$$

Resolviendo :

$$\boxed{E = 10^4\,\frac{N}{C}}$$ *Rpta.*

Aplicación Nº 16

Una pequeña esfera de 2×10^{-1} kg y electrizada con $+4\mu C$ es dejada en libertad en la posición "A". Determine el módulo de la fuerza por parte de la superficie lisa y aislante, sobre la pequeña esfera, cuando éste pasa por la posición "B" ($g = 10\ m/s^2$; $E = 10^6\,\frac{N}{C}$; $R = 3\times10^{-1}m$).

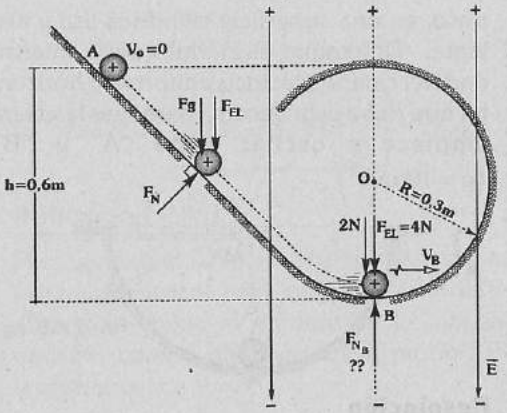


Resolución

* Se sabe que :

$$F_{EL} = E|q| = (10^6)(4\times10^{-6})$$

$$\therefore \quad \underline{F_{EL} = 4N}$$



* En el tramo A–B, utilizamos :

$$W_{AB}^{NETO} = (E_K)_B - \cancel{(E_K)_A}^{\,0}$$

$$W_{AB}^{F_g} + \cancel{W_{AB}^{F_{EL}}}^{\,0} + \cancel{W_{AB}^{F_N}}^{\,0} = \frac{1}{2}mV_B^2$$

$$mgh + F_{EL}\,d_{vertical} = \frac{1}{2}mV_B^2$$

$$(2\times10^{-1})(10)(0,6) + (4)(0,6) = \frac{1}{2}(2\times10^{-1})V_B^2$$

$$\therefore \quad \underline{V_B^2 = 36}$$

* En el punto "B" :

$$F_{cp} = ma_{cp} \quad \text{... (Dinámica circunferencial)}$$

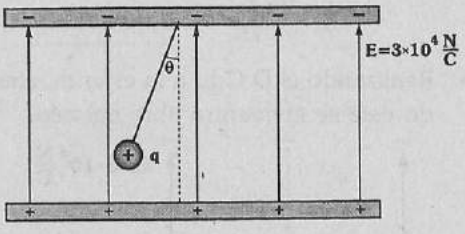
$$F_{N_B} - 2 - 4 = m\frac{V_B^2}{R}$$

$$F_{N_B} - 6 = (2\times10^{-1})\frac{36}{0,3}$$

$$\therefore \quad \boxed{F_{N_B} = 30N} \qquad \textit{Rpta.}$$

Aplicación Nº 17

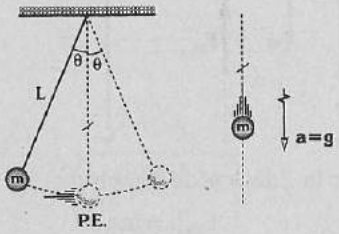
Entre dos placas planas paralelas de gran dimensión se establece un campo eléctrico uniforme E. Mediante un hilo aislante de 25 cm de longitud se suspende una pequeña esferita electrizada con q=3 μC y masa $m = 10^{-2}$ kg, tal como se muestra en el gráfico. Determine el período de oscilación ("θ" *es muy pequeño*; g=10 m/s²).



Resolución

Recuerde :

θ : muy pequeño



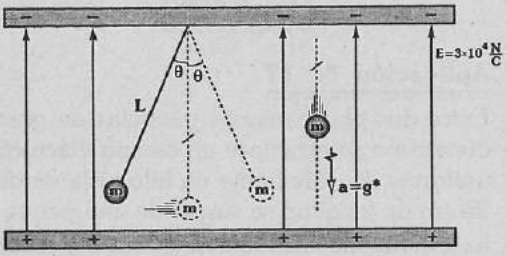
* El período de oscilación del péndulo esta dado por :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Donde : a=g es la aceleración que presenta la esferita, cuando esta libre de la cuerda.

En nuestro caso

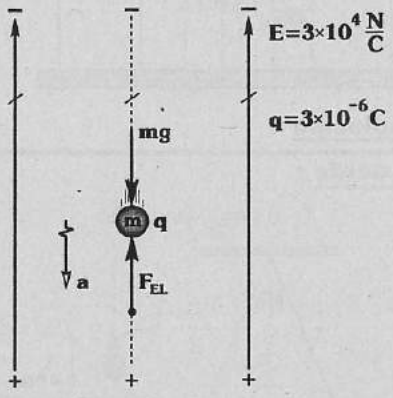
$$L = 25\ cm \Rightarrow L = 25\times10^{-2} m$$



* El período de oscilación del péndulo estará dado por :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g^*}} \quad ... (\alpha)$$

* Realizando el D.C.L. a la esferita, cuando esté se encuentra libre del hilo.



* Por la 2da ley de Newton :

$$F_{Res.} = ma$$

$$mg - F_{EL} = ma$$

$$mg - E|q| = ma$$

$$(10^{-2})(10) - (3\times10^{4})(3\times10^{-6}) = (10^{-2})a$$

Resolviendo : $a = 1\ m/s^2$

Pero : $a = g^* = 1\ m/s^2$

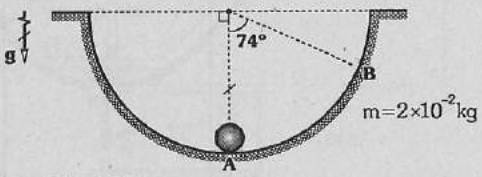
Reemplazando valores en (α):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(25\times10^{-2})}{(1)}}$$

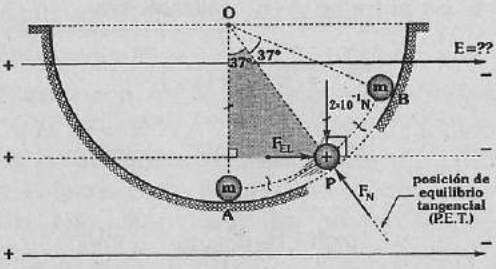
$$\therefore \boxed{T = \pi s} \quad Rpta.$$

Aplicación Nº 18

En el gráfico se muestra una esfera de 2×10^{-2} kg electrizada con $q = +3\mu C$ en reposo, en una superficie cilíndrica lisa y aislante. Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico uniforme y horizontal que debe establecerse para que la esfera empiece a oscilar entre "A" y "B" $(g = 10\ m/s^2)$.

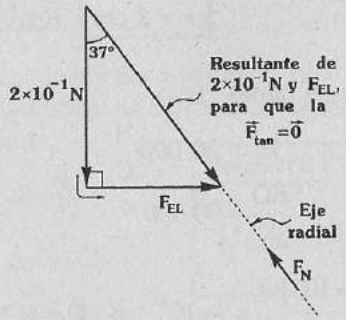


Resolución



* Cómo la esfera oscila entre A y B; entonces "P" sera la posición de equilibrio tangencial (P.E.T.).

* En la posición de equilibrio tangencial, se cumple $\vec{F}_{tan} = \vec{0}$.



Del ◺ notable :

$$\underbrace{F_{EL}}_{} = 1{,}5\times10^{-1}\text{N}$$

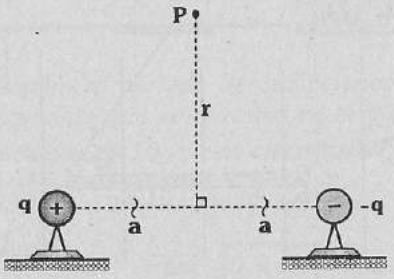
$$E|q| = 15\times10^{-2}\text{N}$$

$$E\left(3\times10^{-6}\text{C}\right) = 15\times10^{-2}\text{N}$$

$$\therefore \boxed{E = 5\times10^{4}\,\frac{N}{C}} \quad \textit{Rpta.}$$

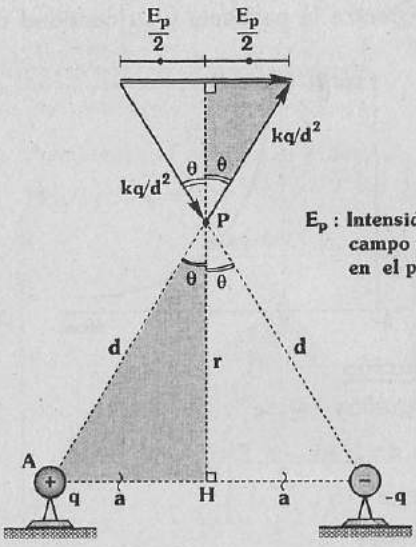
Aplicación Nº 19

Para el sistema de partículas electrizadas (*dipolo eléctrico*), que se muestra en la figura. Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico en el punto "P" (*considere* r>>>a).



Resolución

Como : $r >>> a \Rightarrow 1 >>> \frac{a}{r} \quad \therefore \quad \frac{a}{r} \approx 0$



E_p : Intensidad del campo eléctrico en el punto "P".

Del gráfico :

• En el ◺PHA : $d = \sqrt{a^2 + r^2}$

* Además : $\frac{E_p}{2} = \left(\frac{Kq}{d^2}\right)\text{sen}\,\theta$

$$E_p = \frac{2Kq}{d^2}\,\text{sen}\,\theta = \frac{2Kq}{d^2}\left(\frac{a}{d}\right)$$

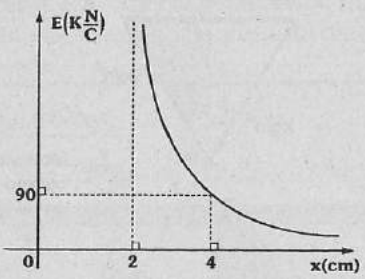
$$\Rightarrow E_p = \frac{2Kqa}{d^3} = \frac{2Kqa}{\left(\sqrt{a^2+r^2}\right)^3}$$

$$E_p = \frac{2Kqa}{\left(\sqrt{\left(\frac{a^2}{r^2}+1\right)r^2}\right)^3}$$

$$\therefore \boxed{E_p = \frac{2Kqa}{r^3}} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación N° 20

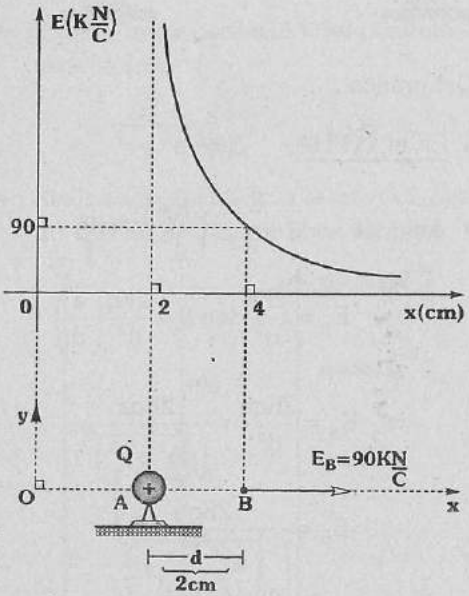
La gráfica nos muestra como varía la intensidad del campo eléctrico con la posición "x". Determine en que posición "x" se encuentra la partícula y su cantidad de carga.



Resolución

De la gráfica "E – x"

- En $x = 2\ cm \Rightarrow E = \infty$
- Luego :



Del gráfico se deduce que la partícula se encuentra en la posición "A", ya que en este punto la intensidad del campo eléctrico es infinito.

$$E_A = \frac{KQ}{O^2}$$

$$\therefore\ E_A = \infty$$

* La posición de la partícula es :

$$\boxed{x = 2\ cm} \quad \textit{Rpta.}$$

* En el punto "B" :

$$\underbrace{E_B} = 90\,000\,\frac{N}{C}$$

$$\frac{KQ}{d^2} = 90\,000$$

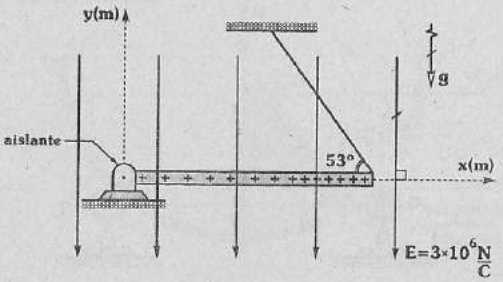
$$\frac{(9\times10^9)Q}{(2\times10^{-2})^2} = 9\times10^4 \ \Rightarrow\ Q = 4\times10^{-9}C$$

$$\therefore\ \boxed{Q = +4nC} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación N° 21

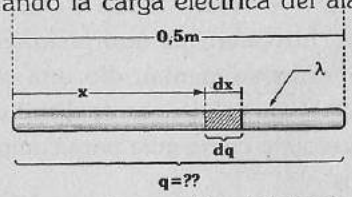
Un alambre homogéneo de 0,5 m de longitud está electrizado con una densidad lineal de carga λ que varía con la posición "x" de acuerdo a la expresión $\lambda = 2x\left(\frac{\mu C}{m}\right)$. Determine el módulo de la tensión en el hilo aislante.

$\left(m_{alambre} = 0{,}1\ kg\ ;\ g = 10\ m/s^2\right)$



Resolución

Calculando la carga eléctrica del alambre:



Para una pequeña porción del alambre (dx), la densidad lineal de carga es prácticamente constante.

$$\Rightarrow \lambda = \frac{dq}{dx}$$

$$dq = \lambda dx$$

$$dq = 2xdx$$

Recuerde :

$$\int_a^b \mu d\mu = \left[\frac{\mu^2}{2}\right]_a^b$$

Integrando miembro a miembro :

$$\int dq = 2\int_{x=0}^{x=0,5} x\, dx$$

$$q = \left[x^2\right]_0^{0,5} = (0,5)^2 - (0)^2$$

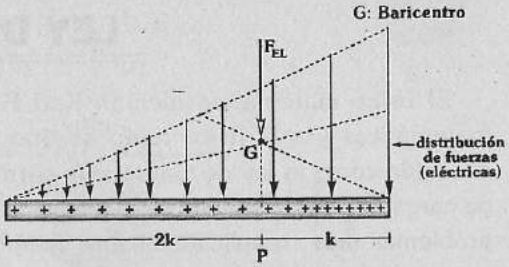
$$\therefore \quad q = 0,25\mu C$$

Luego :

$$F_{EL} = E|q| = \left(3\times10^6 \frac{N}{C}\right)\left(0,25\times10^{-6}C\right)$$

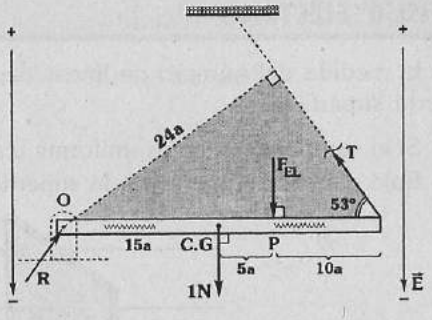
$$\therefore \quad F_{EL} = 0,75N$$

* Como la carga eléctrica varía uniformemente con la posición "x"; entonces la fuerza eléctrica se ubicará de la siguiente manera.



* Realizando el D.C.L. al alambre.

Haciendo K=10a



Tomando como centro de torques al punto "O" :

$$\Rightarrow \Sigma M_{o\,)} = \Sigma M_{o\,)} \quad \text{... (equilibrio)}$$

$$(1N)(15a) + (F_{EL})(20a) = T(24a)$$

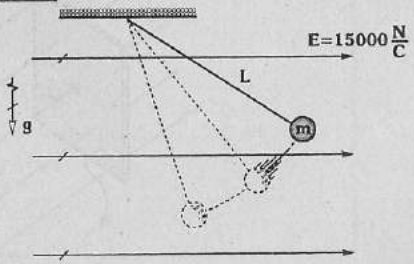
$$15N + (0,75N)(20) = T(24)$$

$$\therefore \quad \boxed{T = 1,25N} \quad \textit{Rpta.}$$

"Para el Lector" :

Determine el período de oscilaciones del péndulo simple que se muestra en la gráfica. La partícula es de 10g y está electrizada con +5μC

$(L=50\ cm\ ;\ g=10\frac{m}{s^2})$



Rpta. **0,4 π s**

LEY DE GAUSS

El físico matemático alemán Karl F. Gauss que hizo muchas aportaciones a las matemáticas y a la física tanto de tipo teórico como experimental, dio una relación conocida como la ley de Gauss, que permite calcular campos eléctricos de distribuciones de carga altamente simétricos, además, la ley de Gauss sirve como guía para comprender problemas mas complicados sobre campos eléctricos.

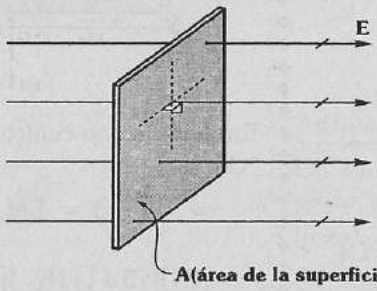
Antes de estudiar la Ley de Gauss, tenemos que conocer el concepto y propiedades del flujo eléctrico.

FLUJO ELÉCTRICO ($\Phi_{eléc.}$)

Es la medida del número de líneas de campo eléctrico (*líneas de fuerza*) que atraviesan cierta superficie.

* Si el campo eléctrico es uniforme y atraviesa en forma perpendicular a la superficie, el flujo eléctrico a través de la superficie estara dado por :

Si :

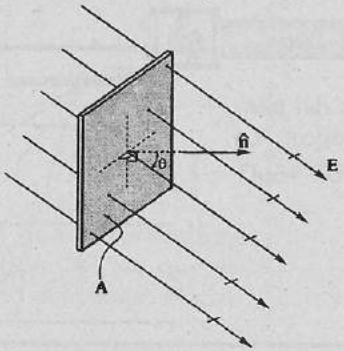


$$\Rightarrow \Phi_{eléc.} = EA$$

Donde :

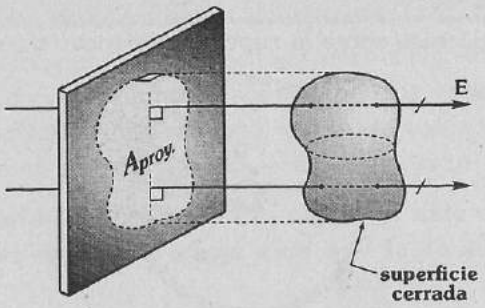
- E .... $\left(\frac{N}{C}\right)$
- A .... $\left(m^2\right)$
- $\Phi_{eléc.}$ .... $\left(\frac{Nm^2}{C}\right)$

* Si el campo eléctrico es uniforme y hace un ángulo " θ " con la normal a la superficie, el flujo eléctricb a través de la superficie es :



$$\Rightarrow \Phi_{eléc.} = EA\cos\theta$$

* Para una superficie cerrada que no encierra carga eléctrica.



Del gráfico : * $\Phi_{sal} = +EA_{proy.}$ ... *(flujo eléctrico saliente)*

* $\Phi_{ent.} = -EA_{proy.}$ ... *(flujo eléctrico entrante)*

Además, el flujo neto estará dado por :

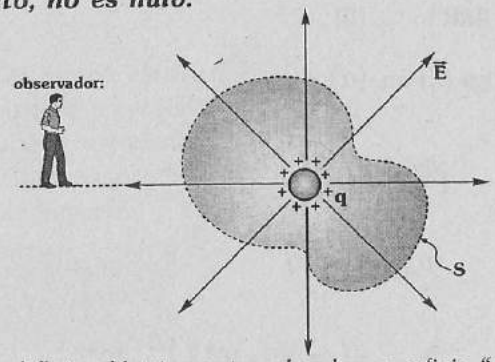
$$\Phi_{\substack{eléc. \\ neto}} = \Phi_{sal} + \Phi_{ent.}$$

$$\Phi_{\substack{eléc. \\ neto}} = \left(EA_{proy.}\right) + \left(-EA_{proy.}\right)$$

$$\therefore \Phi_{\substack{eléc. \\ neto}} = 0$$

Observación

Si una superficie encierra cierta cantidad de carga eléctrica; el ***flujo eléctrico neto, no es nulo.***

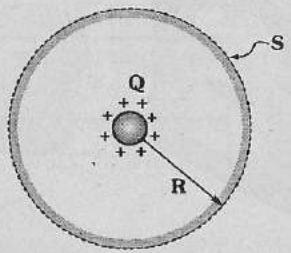


Observe que el flujo eléctrico neto sobre la superficie "s", no es nulo.

$$\Phi_{\substack{eléc. \\ neto}} \neq 0$$

Ejemplo Ilustrativo :

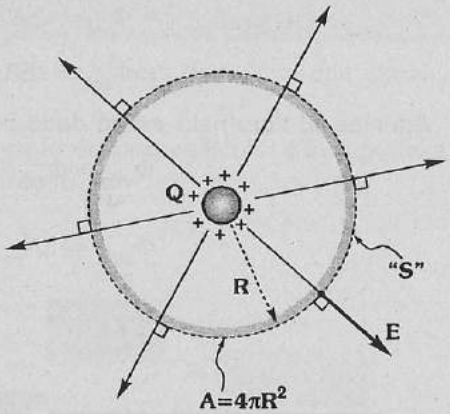
Determine el flujo eléctrico sobre la superficie esférica "s", si la carga eléctrica de la partícula es $Q = \frac{60}{\pi}\mu C$.



Resolución :

Se puede apreciar que en toda la superficie esférica, el módulo de la intensidad del campo eléctrico es constante y perpendicular a la superficie; entonces el flujo eléctrico sobre dicha superficie estará dado por :

$$\Phi_{eléc.} = EA \quad ... \ (\alpha)$$



* La intensidad del campo eléctrico en la superficie "S" es :

$$E = \frac{KQ}{R^2} \quad ... \ (I)$$

* El área de una superficie esférica (S) es :

$$A = 4\pi R^2 \quad ...(II)$$

Reemplazando (I) y (II) en (α) :

$$\Phi_{eléc.} = \left(\frac{KQ}{R^{\not 2}}\right)\left(4\pi R^{\not 2}\right)$$

$$\Phi_{eléc.} = 4\pi KQ$$

$$\Phi_{eléc.} = \left(\not 4\not\pi\right)\left(9\times 10^9\right)\left(\frac{60}{\not\pi}\times 10^{-6}\right)$$

$$\therefore \quad \boxed{\Phi_{eléc.} = 216\times 10^4 \frac{Nm^2}{C}} \quad \text{(Rpta)}$$

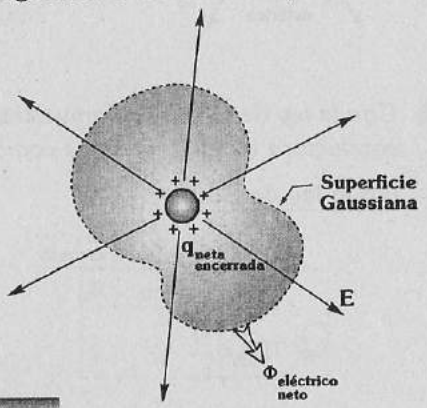
LEY DE GAUSS

En esta sección se describe una relación general entre el flujo eléctrico neto a través de una superficie cerrada (*conocida también como superficie gaussiana*) y la carga neta encerrada por esa superficie. Esta relación, conocida como **ley de Gauss**, es de fundamental importancia en el estudio de los campos eléctricos.

"La ley de Gauss establece que el flujo eléctrico neto a través de cualquier superficie gaussiana es igual a la carga neta que se encuentra dentro de ella, dividida por ε_o".

El flujo eléctrico neto a través de la superficie gaussiana estará dado por :

$$\Phi_{\substack{elec.\\neto}} = \frac{q_{\substack{neta\\encerrada}}}{\varepsilon_o} \quad \text{... (Ley de Gauss)}$$



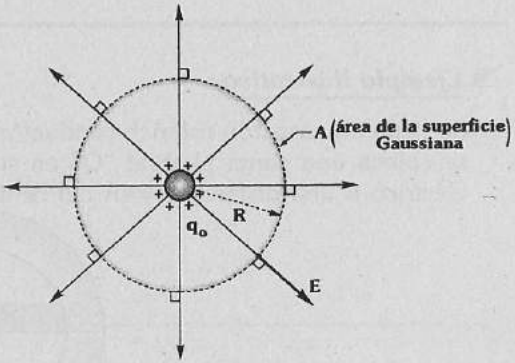
Donde :

ε_o : permitividad absoluta del aire o vacío.

$$\varepsilon_o = 8{,}85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

Observaciones

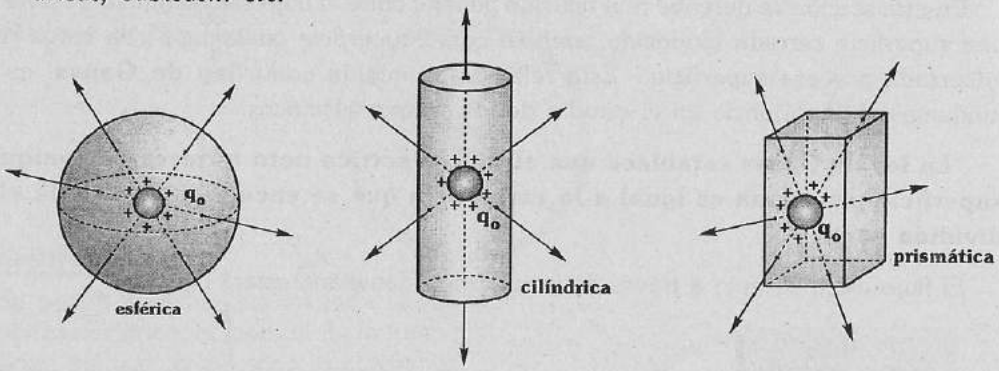
1. *Si la intensidad del campo eléctrico (en módulo) es constante y perpendicular en toda la superficie gaussiana; entonces la ley de Gauss se puede escribir de la siguiente manera.*



$$\Phi_{\substack{eléc.\\neto}} = EA = \frac{q_{\substack{neta\\encerrada}}}{\varepsilon_o}$$

Note Usted, que se puede calcular el módulo de la intensidad del campo eléctrico, en cualquier punto de la superficie gaussiana, si se conoce "A" y la $q_{\substack{neta\\encerrada}}$.

(2) *Usted puede elegir cualquier superficie gaussiana, pero convenientemente, para calcular la intensidad del campo eléctrico estas superficies pueden ser : esféricas, cilíndricas, cúbicas... etc.*



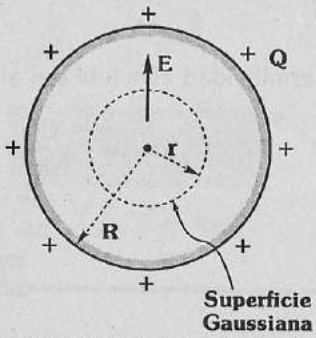
(3) *Con la ley de Gauss se demuestra que el campo eléctrico en el interior de una esfera conductora es nula; veamos como :*

Por la ley de Gauss :

$$\Phi_{\substack{\text{eléct.}\\ \text{neto}}} = EA = \frac{q_{\substack{\text{neta}\\ \text{encerrada}}}}{\varepsilon_o}$$

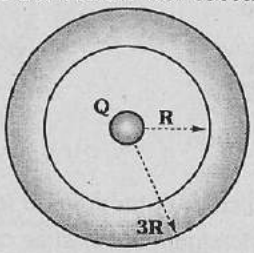
$$\Rightarrow \quad EA = \frac{0}{\varepsilon_o}$$

$$\therefore \quad E = 0 \qquad \text{... (para } r<R)$$



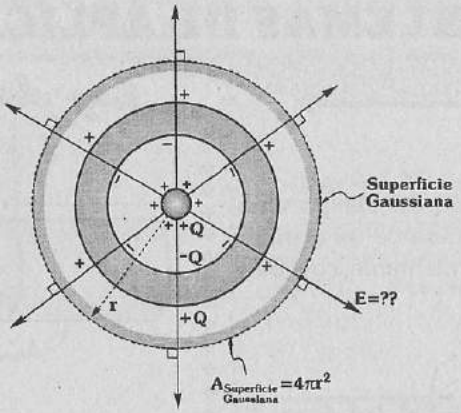
Ejemplo Ilustrativo :

Se tiene un cascarón esférico conductor de radios "R" y "3R" con carga neta cero. Si se coloca una carga puntual "Q" en su centro. Determinar la intensidad del campo eléctrico a una distancia r=4R del centro del cascarón.



Resolución

Considerando una superficie Gaussiana esférica de radio. (r =4R)



Aplicando la ley de Gauss :

$$\underbrace{\Phi_{\text{eléct. neto}}}=\frac{q_{\text{neta encerrada}}}{\varepsilon_o}$$

$$\Rightarrow \quad EA_{\substack{\text{superficie}\\ \text{gaussiana}}}=\frac{\left(\cancel{Q}-\cancel{Q}+Q\right)}{\varepsilon_o}$$

$$E\left(4\pi r^2\right)=\frac{Q}{\varepsilon_o}$$

Recuerde

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}=K$$

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{Q}{r^2}\right)$$

$$E=\frac{KQ}{r^2}=\frac{KQ}{(4R)^2}$$

$$\therefore \quad \boxed{E=\frac{KQ}{16R^2}} \qquad \text{(Rpta)}$$

Importante

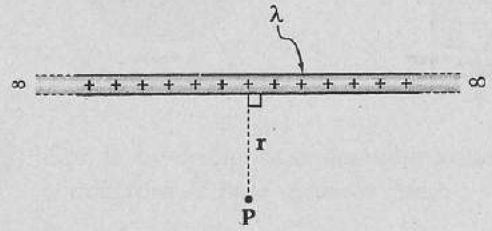
La ley de Gauss sólo se aplica cuando existe un alto grado de simetría en la distribución de carga, como en el caso de una esfera, cilindros largos y láminas planas uniformemente cargadas. En tales casos, es posible determinar una superficie gaussiana simple sobre el cual se evalúa con facilidad el flujo eléctrico neto.

PROBLEMAS DE APLICACIÓN

Ley de Gauss

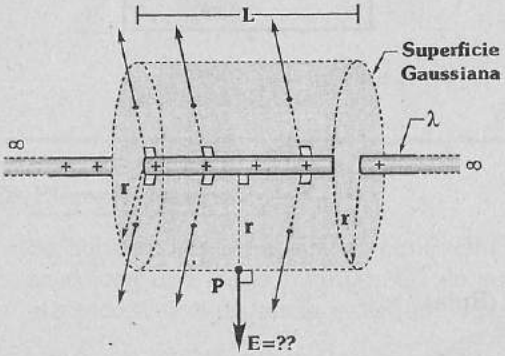
Aplicación Nº 22

Determinar la intensidad del campo eléctrico en un punto "P" fuera de un alambre infinito, cargado uniformemente con densidad lineal constante "λ".



Resolución

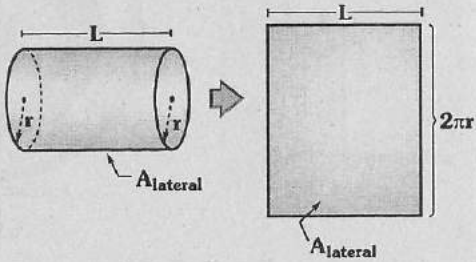
Graficando las líneas de campo eléctrico del alambre, y escogiendo como superficie gaussiana a una superficie cilíndrica.



* La carga neta encerrada en el cilindro estara dado por :

$$q_{\substack{neta\\encerrada}} = \lambda L \qquad \ldots (I)$$

* Se puede apreciar que sólo hay flujo eléctrico en la superficie lateral del cilindro :



Del gráfico :

$$A_{lateral} = (2\pi r)L \qquad \ldots (II)$$

* Aplicando la ley de Gauss :

$$\Phi_{\substack{eléc.\\neto}} = \frac{q_{\substack{neta\\encerrada}}}{\varepsilon_o}$$

$$\downarrow$$

$$\overbrace{EA_{lateral}} = \frac{q_{\substack{neta\\encerrada}}}{\varepsilon_o} \qquad \ldots (\alpha)$$

Reemplazando (I) y (II) en (α):

$$E(2\pi r\cancel{L}) = \frac{\lambda\cancel{L}}{\varepsilon_o}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{2\lambda}{r}\right)$$

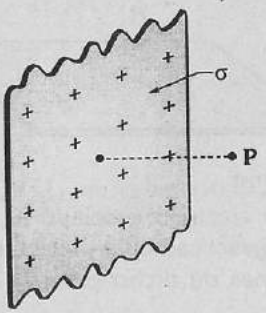
$$\Rightarrow E = K\left(\frac{2\lambda}{r}\right)$$

$$\therefore \boxed{E = \frac{2K\lambda}{r}} \qquad Rpta.$$

Aplicación Nº 23

Determine la intensidad del campo eléctrico en el punto "P" debido a un plano infinito, delgado, cargado uniformemente con

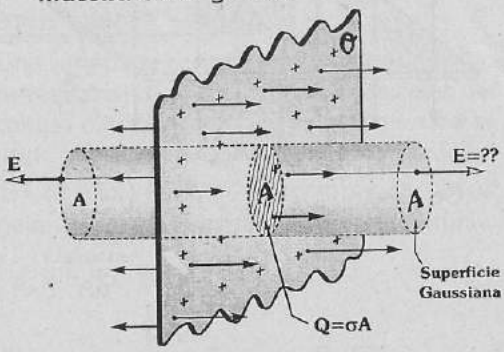
densidad superficial de carga σ. (*considere que el punto "P" esta muy cerca al plano*).



Resolución

El campo eléctrico cerca al plano sera prácticamente uniforme y perpendicular al plano.

* Considerando como superficie gaussiana a un cilindro, tal como se muestra en el gráfico.



* La carga encerrada en el cilindro es :

$$q_{\substack{neta \\ encerrada}} = \sigma A \quad \ldots (I)$$

* Aplicando la ley de Gauss :

$$\Phi_{\substack{eléc. \\ neto}} = \frac{q_{\substack{neta \\ encerrada}}}{\varepsilon_o}$$

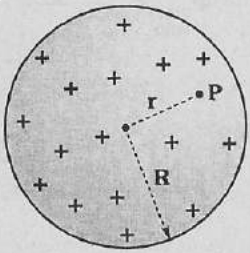
$$\Rightarrow (EA+EA) = \frac{\sigma A}{\varepsilon_o}$$

$$2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_o}$$

$$\therefore \boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o}} \quad Rpta.$$

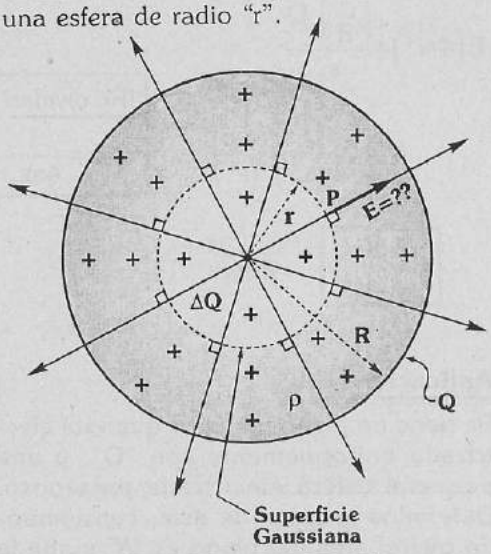
Aplicación Nº 24

Se muestra una esfera no conductora cargada uniformemente en todo su volumen con "Q". Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico en el punto "P". (r<R)



Resolución

Considerando como superficie gaussiana a una esfera de radio "r".



Recuerda :

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{\Delta Q}{\Delta V}$$

$$\Rightarrow \quad \rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{\Delta Q}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

$$\therefore \quad \Delta Q = \left(\frac{r}{R}\right)^3 Q \qquad \ldots(I)$$

carga encerrada en la superficie gaussiana.

Aplicando la ley de Gauss :

$$\Phi_{\substack{\text{eléc.}\\\text{neto}}} = \frac{q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}}}{\varepsilon_o}$$

$$\Rightarrow \quad EA = \frac{\Delta Q}{\varepsilon_o}$$

$$E\left(4\pi r^2\right) = \frac{\Delta Q}{\varepsilon_o} \qquad \ldots (II)$$

Reemplazando (I) en (II) :

$$E\left(4\pi r^2\right) = \frac{\left(\frac{r}{R}\right)^3 Q}{\varepsilon_o}$$

$$E = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right)\left(\frac{rQ}{R^3}\right)$$

¡No olvidar!

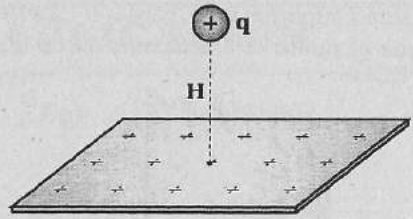
$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}$$

$$\therefore \quad \boxed{E = \frac{KrQ}{R^3}} \qquad \textit{Rpta.}$$

Aplicación Nº 25

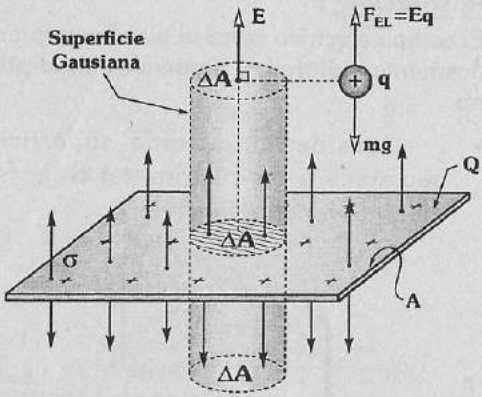
Se tiene un plano metálico que está electrizado uniformemente con "Q", y una pequeña esfera electrizada en reposo. Determine la masa de ésta, considerando que el área del plano es "A" y que la carga "q" está muy cerca al plano.

(ε_o = *constante dieléctrica del vacío*)



Resolución

El campo eléctrico asociado al plano metálico, es prácticamente uniforme en las inmediaciones de dicho plano; entonces se tendrá :



* Se sabe :

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}}}{\Delta A}$$

$$\Rightarrow \quad q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}} = \frac{\Delta A Q}{A} \qquad \ldots(I)$$

* Por la ley de Gauss :

$$\Phi_{\substack{\text{eléc.}\\\text{neto}}} = \frac{q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}}}{\varepsilon_o}$$

$$\Rightarrow \quad (E\,\Delta A + E\,\Delta A) = \frac{q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}}}{\varepsilon_o}$$

$$2E\,\Delta A = \frac{q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}}}{\varepsilon_o} \qquad \ldots (II)$$

Reemplazando (I) en (II) :

$$2E\cancel{A} = \frac{\cancel{A}Q/A}{\varepsilon_o}$$

$$\therefore \quad E = \frac{Q}{2\varepsilon_o A}$$

* En el D.C.L. de la esferita :

$$Eq = mg \quad \text{... (equilibrio)}$$

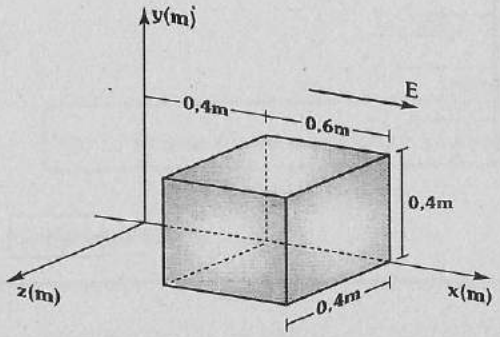
$$\Rightarrow \left(\frac{Q}{2\varepsilon_o A}\right)q = mg$$

$$\therefore \quad \boxed{m = \frac{Qq}{2g\varepsilon_o A}} \quad \textit{Rpta.}$$

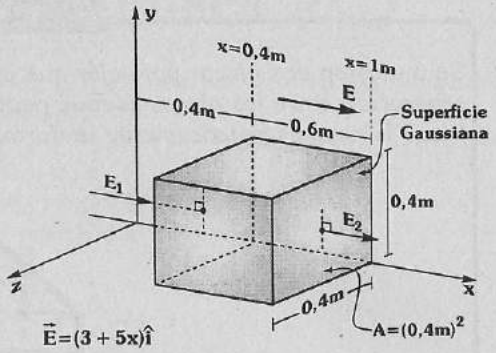
Aplicación N° 26

Una superficie cerrada está localizada como se muestra en la figura. La intensidad del campo eléctrico a través de la región no es uniforme y está dado por la expresión : $\vec{E} = (3+5x)\,\hat{i}\ N/C$. Determine la carga neta que está encerrada por la superficie.

$$\left(\varepsilon_o = 8{,}85\times10^{-12}\,\frac{C^2}{Nm^2}\right)$$



Resolución



* Para $x = 0{,}4m$:

$$E_1 = 3+5(0{,}4) \quad \Rightarrow \quad E_1 = 5\ N/C$$

* Para $x = 1m$:

$$E_2 = 3+5(1) \quad \Rightarrow \quad E_2 = 8\ N/C$$

Además :

* $\Phi_{\substack{\text{eléc.}\\\text{neto}}} = E_2A - E_1A$ (flujo entrante)

$$\Rightarrow \quad \Phi_{\substack{\text{eléc.}\\\text{neto}}} = (E_2 - E_1)A$$

$$\Phi_{\substack{\text{eléc.}\\\text{neto}}} = (8-5)(0{,}4)^2$$

$$\therefore \quad \Phi_{\substack{\text{eléc.}\\\text{neto}}} = 48\times10^{-2}\,\frac{Nm^2}{C}$$

* Aplicando la Ley de Gauss :

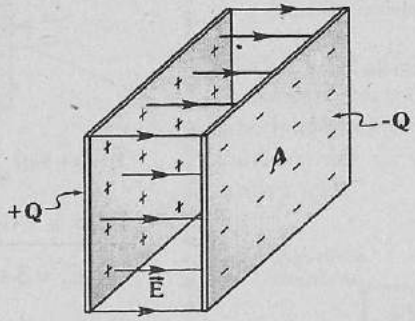
$$\Phi_{\substack{\text{eléc.}\\\text{neto}}} = \frac{q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}}}{\varepsilon_o}$$

$$48\times10^{-2}\,\frac{Nm^2}{C} = \frac{q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}}}{\left(8{,}85\times10^{-12}\,\frac{C^2}{Nm^2}\right)}$$

$$\therefore \quad \boxed{q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}} = 4288\times10^{-13}\,C} \quad \textit{Rpta.}$$

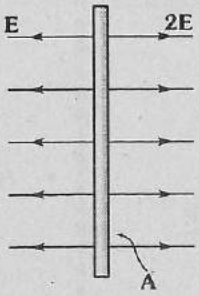
"Para el Lector":

Se muestran dos placas paralelas que están cargadas uniformemente, si la distancia de separación entre las placas es muy pequeña. Determine la intensidad del campo eléctrico "E" que es prácticamente uniforme ("A"=área de cada placa)



Rpta. $\boxed{\frac{Q}{\varepsilon_o A}}$

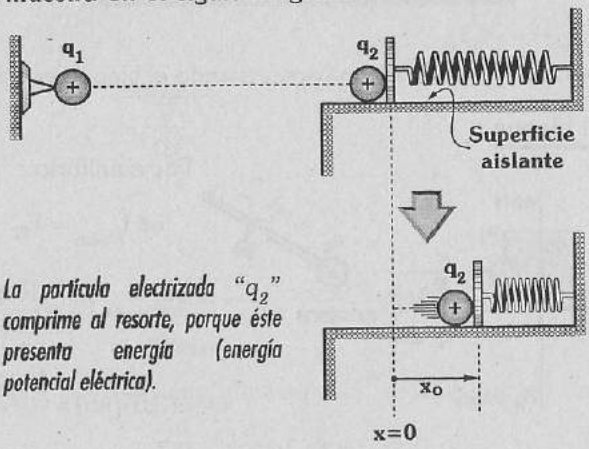
Se muestra una lámina conductora en equilibrio electrostático. Determine la carga eléctrica de la placa (A=Área de la placa).



Rpta. $\boxed{4EA\varepsilon_o}$

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA ($U_{P.E.}$)

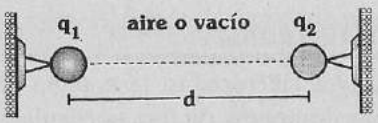
Cuando una partícula electrizada se abandona cerca a otra, se observa que adquiere energía, tal como se muestra en el siguiente gráfico.



La partícula electrizada "q_2" comprime al resorte, porque éste presenta energía (energía potencial eléctrica).

La fuerza eléctrica es una fuerza conservativa, al igual que la fuerza de gravedad y la fuerza elástica. El trabajo de la fuerza eléctrica nos representa a la energía potencial eléctrica ($U_{P.E.}$); cuando dos o más cargas se acercan o se alejan entre sí, se hace un trabajo y se gasta o almacena energía tal como se vio en el gráfico anterior.

La energía potencial eléctrica que almacenan dos partículas electrizadas esta dado por la siguiente ecuación :



$$\Rightarrow U_{P.E.} = \frac{K\, q_1\, q_2}{d}$$

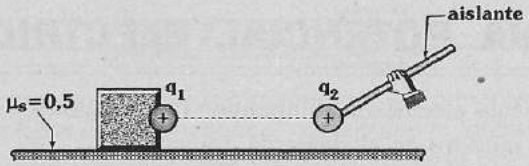
Donde : $U_{P.E.}$ ... joule (J)

Importante

En la ecuación se considera el signo de las cargas eléctricas "q_1" y "q_2".

Ejemplo :

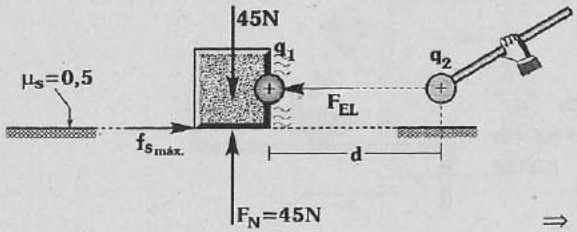
Determine la máxima energía potencial eléctrica que puede almacenar el sistema de tal manera que el bloque de madera de 4,5 kg no resbale ($g = 10\ \frac{m}{s^2}$; $q_1 = q_2 = 5\mu C$; desprecie la masa de q_1).



Resolución

La energía potencial eléctrica será máxima, cuando el bloque esta a punto de resbalar.

* D.C.L. del bloque :



Por equilibrio :

$$f_{s_{máx.}} = F_{EL}$$

$$\mu_s F_N = \frac{K\, q_1\, q_2}{d^2}$$

$$\Rightarrow \quad (0,5)(45) = \frac{(9\times10^9)(5\times10^{-6})(5\times10^{-6})}{d^2}$$

Resolviendo : $\underline{d = 0,1\ m}$

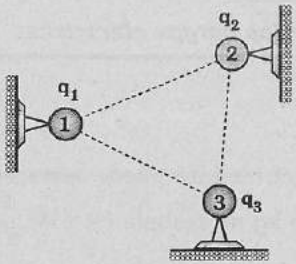
Nos piden :

$$U_{P.E.} = \frac{K\, q_1\, q_2}{d} = \frac{(9\times10^9)(5\times10^{-6})(5\times10^{-6})}{(10^{-1})}$$

$$\therefore \quad \boxed{U_{P.E.} = 2,25J} \quad \text{(Rpta.)}$$

PARA UN SISTEMA DE PARTÍCULAS ELECTRIZADAS

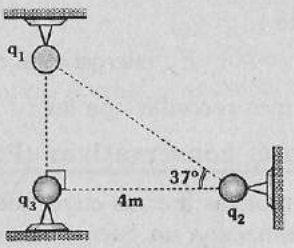
* Cuando se tiene un sistema de partículas electrizadas, la energía potencial eléctrica que almacena el sistema se determina tomando dichas particulas de dos en dos, evaluando su energía potencial eléctrica ($U_{P.E.}$) del par de particulas, y la suma de todos estos nos representa, la energía potencial eléctrica del sistema.



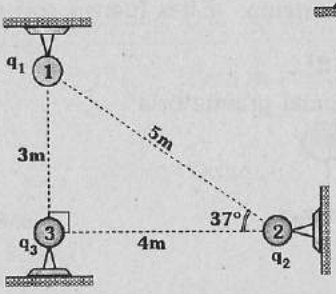
$$\Rightarrow \quad U^{sis.}_{P.E.} = U^{12}_{P.E} + U^{13}_{P.E} + U^{23}_{P.E}$$

Ejemplo :

Determine la energía potencial eléctrica que almacena el sistema ($q_1 = -6\mu C$, $q_2 = 10\mu C$ y $q_3 = 16\mu C$)



Resolución :



La energía potencial eléctrica que almacena el sistema, estará dado por :

$$U_{P.E.}^{sis.} = U_{P.E}^{12} + U_{P.E}^{13} + U_{P.E}^{23}$$

$$\Rightarrow \quad U_{P.E.}^{sis.} = \frac{K\, q_1\, q_2}{5} + \frac{K\, q_1\, q_3}{3} + \frac{K\, q_2\, q_3}{4}$$

$$\Rightarrow \quad U_{P.E.}^{sis.} = \frac{(9\times10^9)(-6\times10^{-6})(10^{-5})}{5} + \frac{(9\times10^9)(-6\times10^{-6})(16\times10^{-6})}{3} + \frac{(9\times10^9)(10^{-5})(16\times10^{-6})}{4}$$

$$\Rightarrow \quad U_{P.E.}^{sis.} = -108\times10^{-3}\,J - 288\times10^{-3}\,J + 360\times10^{-3}\,J$$

$$\Rightarrow \quad U_{P.E.}^{sis.} = -36\times\underbrace{10^{-3}}_{m}\,J$$

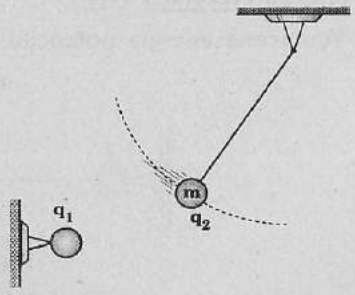
$$\therefore \quad \boxed{U_{P.E.}^{sis.} = -36\ mJ} \quad \textit{Rpta.}$$

Observación

Una partícula electrizada que interactua eléctricamente, con otra, puede tener energía mecánica y eléctrica (energía total), tal como se muestra en el gráfico.

Se puede apreciar que la carga "q_2" presenta energía mecánica y eléctrica.

$$\Rightarrow \quad \boxed{E = E_{mecánica} + U_{P.E}}$$



Donde :

E : energía total de la carga " q_2 " (energía mecánica y eléctrica).

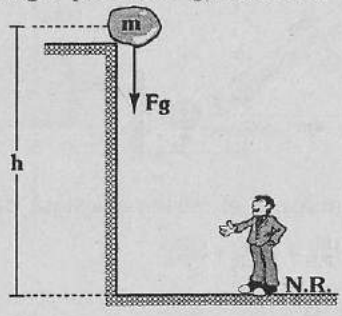
Debemos recordar que las :

Fuerzas conservativas (F.C.) :

Son aquellas fuerzas cuyo trabajo mecánico de estas nos representa la energía potencial que almacena un cuerpo o sistema. Estas fuerzas son :

* ***Fuerza de gravedad*** **(Fg)**

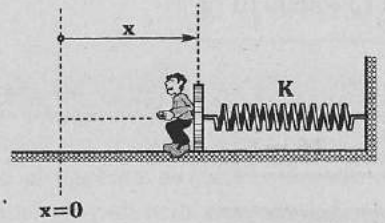
"Almacena energía potencial gravitatoria"



$$EP_G = mgh$$

* ***Fuerza elástica*** $(F_{elás.})$

"Almacena energía potencial elástica"

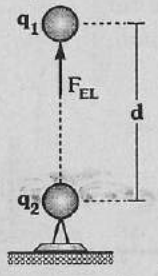


$$EP_E = \frac{1}{2}Kx^2$$

K: constante elástica

* ***Fuerza eléctrica*** (F_{EL})

"Almacena energía potencial eléctrica"



$$U_{P.E.} = \frac{K\,q_1\,q_2}{d^2}$$

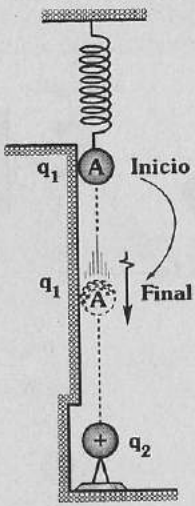
K: constante de Coulomb $K = 9\times10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

Fuerzas no conservativas (F.N.C) :

Son todas las fuerzas excepto las fuerza conservativas (Fg, $F_{Elás.}$ y F_{EL}). Estas fuerzas pueden ser : la fuerza de rozamiento, fuerza de tensión, fuerza normal, resistencia del aire ... etc.

* El trabajo mecánico de las fuerzas no conservativas $\left(W^{F.N.C}\right)$ hacen variar la energía total de un cuerpo o sistema.

* Ecuación general del trabajo y la energía total de un cuerpo electrizado :



Para el cuerpo "A" y resorte :

$$E_{final} = E_{inicial} + W^{F.N.C}_{total}$$

Donde :

- E : energía total (mecánica y eléctrica)

$$\Rightarrow E = E_{mecánica} + U_{P.E}$$

- $W^{F.N.C}_{total}$: trabajo total de las fuerzas no conservativas.

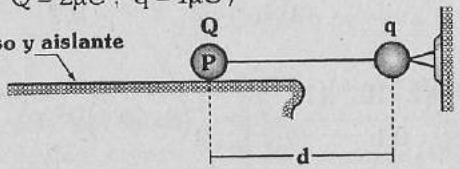
Si sobre un cuerpo o sistema sólo realizan trabajo las fuerzas conservativas.

$$\Rightarrow W^{F.N.C}_{total} = 0$$

$$\therefore E_{final} = E_{inicial} \quad \text{... (se conserva la energía mecánica y eléctrica.)}$$

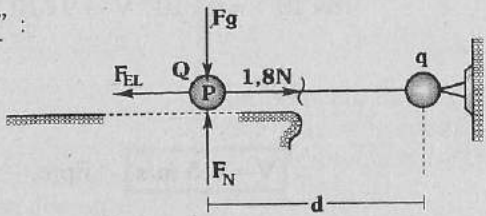
Ejemplo Ilustrativo :

Si cortamos el hilo aislante. Determine la rapidez de la pequeña esfera "P", cuando se ha desplazado 0,1m. Si el módulo de la fuerza de tensión en el instante mostrado es 1,8N ($m_p = 8\times10^{-2}$ kg; $Q = 2\mu C$; $q = 1\mu C$)



Resolución :

D.C.L. de la esfera "P" :



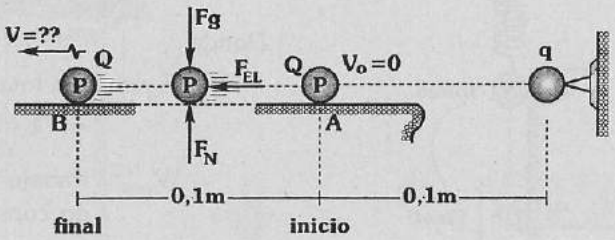
Por equilibrio : $F_{EL.} = 1{,}8N$

$$\frac{K\,Qq}{d^2} = 1{,}8$$

$$\Rightarrow \quad \frac{(9\times10^{9})(2\times10^{-6})(10^{-6})}{d^2} = 1{,}8$$

$$\therefore \quad d = 0{,}1\ m$$

* Cuando se corta el hilo :



En el tramo A – B de la esfera "P" :

$$W^{F.N.C}_{total} = W^{F_N}_{AB} = 0$$

$$\Rightarrow \quad E_{inicial} = E_{final}$$

$$(U_{P.E.})_{inicial} = (E_{cin.} + U_{P.E.})_{final}$$

$$\frac{KQq}{0{,}1} = \frac{1}{2}m_p V^2 + \frac{KQq}{0{,}2}$$

$$\frac{(9\times10^{9})(2\times10^{-6})(10^{-6})}{0{,}1} = \frac{1}{2}(8\times10^{-2})V^2 + \frac{(9\times10^{9})(2\times10^{-6})(10^{-6})}{0{,}2}$$

$$18\times10^{-2} = 4\times10^{-2}V^2 + 9\times10^{-2}$$

$$4V^2 = 9$$

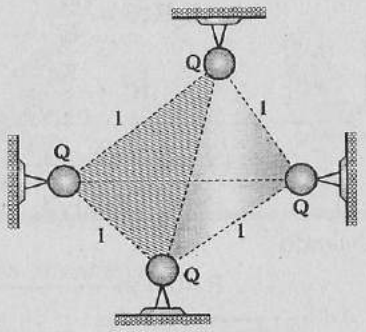
$$\therefore \boxed{\mathbf{V = 1{,}5\ m/s}} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMAS DE APLICACIÓN

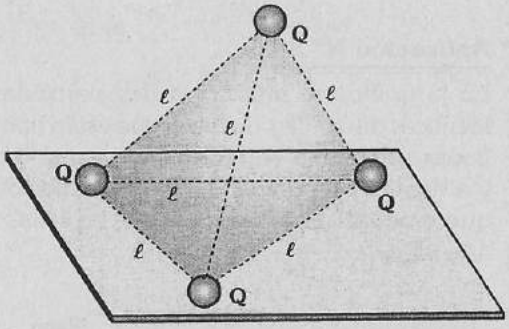
Energía potencial eléctrica

Aplicación Nº 27

Se tiene cuatro partículas electrizadas ubicadas en los vértices de un tetraedro regular, tal como se muestra. Determine la energía potencial eléctrica del sistema.



Resolución



Se puede apreciar que cada partícula equidista de las demás particulas; entonces se tendrá :

$$U_{sis.}^{P.E.} = \underbrace{\frac{KQ^2}{\ell} + \frac{KQ^2}{\ell} + \ldots + \frac{KQ^2}{\ell}}_{\text{n veces}} \quad \ldots (\alpha)$$

Cálculo de "n"

"n" representa el número de combinaciones de las cargas tomado de dos en dos.

$$\Rightarrow n = C_2^4 = \frac{4!}{(4-2)!2!}$$

$$\therefore n = 6$$

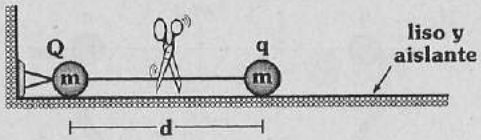
Reemplazando en (α) :

$$U_{sis.}^{P.E.} = \underbrace{\frac{KQ^2}{\ell} + \frac{KQ^2}{\ell} + \ldots + \frac{KQ^2}{\ell}}_{\text{6 veces}}$$

$$\therefore \boxed{U_{sis.}^{P.E.} = \frac{6KQ^2}{\ell}} \quad \textit{Rpta.}$$

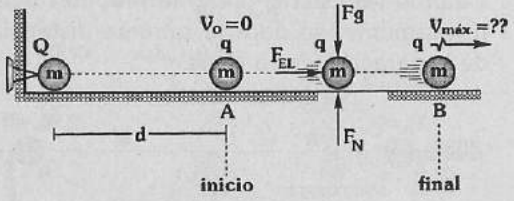
Aplicación Nº 28

Si cortamos la cuerda aislante, determine la máxima rapidez que adquiere la esfera electrizada con "q" (*considere que las esferas tienen igual signo*).



Resolución

Cuando se corta la cuerda :



La partícula de carga "q" presentará rapidez máxima, cuando éste no interactúa electricamente con "Q"; esto se dará cuando la $U_{final}^{P.E.} = 0$.

* En el tramo A – B de "q" :

$$W^{F.N.C.}_{total} = W^{F_N}_{AB} = 0$$

$$\Rightarrow E_{inicial} = E_{final}$$

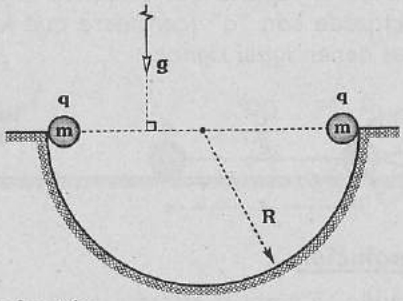
$$U^{P.E.}_{inicial} = (E_c)_{final} + \overset{0}{\cancel{U^{P.E.}_{final}}}$$

$$\frac{KQq}{d} = \frac{1}{2}mV^2_{máx.}$$

$$\therefore \boxed{V_{máx.} = \sqrt{\frac{2KQq}{md}}} \quad Rpta.$$

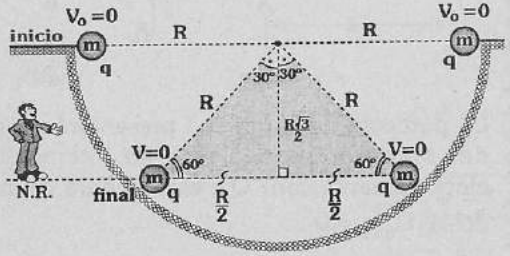
Aplicación Nº 29

La gráfica muestra el instante en que dos esferas idénticas, se abandonan sobre una superficie aislante y lisa. Si la mínima distancia entre ambas es igual al radio de la superficie cilíndrica. Determine dicho radio ($m = 10^{-2}kg$; $q = \sqrt[4]{3} \times 10^{-6} C$; $g = 10\ m/s^2$)



Resolución

Cuando las esferas presentan rapidez nula nuevamente, se dará la mínima distancia de separación entre estas.



* Para una de las esferas :

$$W^{F.N.C.}_{total} = 0$$

$$\Rightarrow E_{inicial} = E_{final}$$

$$(EP_G)_{inicial} + U^{P.E}_{inicial} = U^{P.E}_{final}$$

$$mg\left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{Kq^2}{2R} = \frac{Kq^2}{R}$$

$$\Rightarrow mgR\sqrt{3} = \frac{Kq^2}{R}$$

$$R^2 = \frac{Kq^2}{mg\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{(9\times10^9)\left(\sqrt[4]{3}\times10^{-6}\right)^2}{(10^{-2})(10)\sqrt{3}}$$

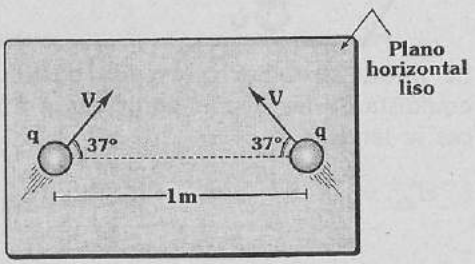
Resolviendo :

$$R = 0{,}3\ m$$

$$\therefore \boxed{R = 30\ cm} \quad Rpta.$$

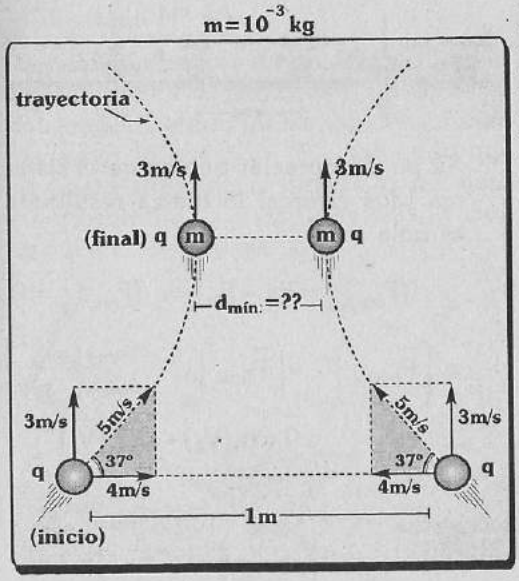
Aplicación Nº 30

En la gráfica se muestra a dos partículas idénticas de $10^{-3}kg$ de masa que están apoyadas sobre una superficie horizontal lisa y aislante. Determine la menor separación que puede haber entre ellas ($q = 1\mu C$; $V = 5\ m/s$)



Resolución

Graficando las trayectorias descritas por las partículas :



* Para el sistema :

$$E^{sis.}_{inicial} = E^{sis.}_{final} \cdots \left(W^{F.N.C.}_{total} = 0\right)$$

$$\left(E_{cin.}\right)_{inicial} + U^{P.E.}_{inicial} = \left(E_{cin}\right)_{final} + U^{P.E.}_{final}$$

$$2\left(\frac{1}{2}m(5)^2\right) + \frac{Kq^2}{1} = 2\left(\frac{1}{2}m(3)^2\right) + \frac{Kq^2}{d_{min.}}$$

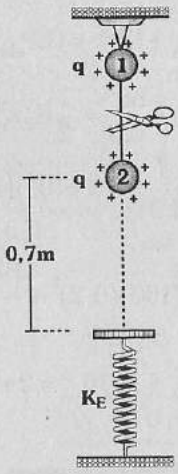
$$(10^{-3})(5)^2 + \frac{(9\times10^9)(10^{-6})^2}{1} = (10^{-3})(3)^2 + \frac{(9\times10^9)(10^{-6})^2}{d_{min.}}$$

$$\Rightarrow \quad 34\times\cancel{10^{-3}} = \frac{9\times\cancel{10^{-3}}}{d_{min.}}$$

$$\therefore \quad \boxed{d_{min.} = \frac{9}{34}\,m} \qquad \textit{Rpta.}$$

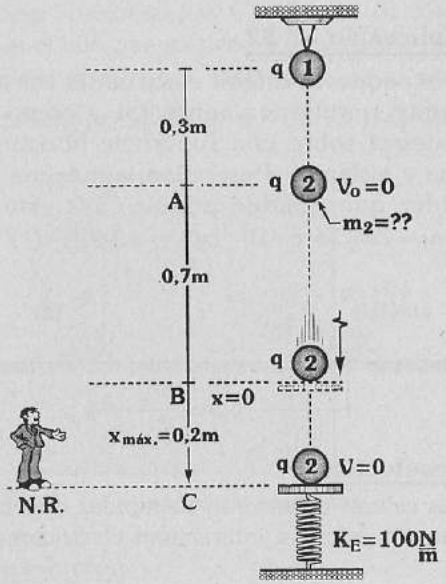
Aplicación Nº 31

Se muestra dos esferas electrizadas con q = 1μC unidas por una cuerda aislante de 0,3 m de longitud. Si se corta la cuerda, la máxima deformación que experimenta el resorte es 0,2m. Determine la masa de la esfera "2" (g=10 m/s² ; K_E = 100 N/m).



Resolución

Cuando se corta la cuerda :



* Para la esfera (2), en el tramo A – B – C :

$$W^{F.N.C}_{total} = 0$$

$$\Rightarrow E_{inicial} = E_{final}$$

$$(EP_G)_A + U_A^{P.E.} = (EP_{elás.})_C + U_C^{P.E}$$

$$m_2 g(0,9) + \frac{Kq^2}{0,3} = \frac{1}{2}K_E x_{máx.}^2 + \frac{Kq^2}{1,2}$$

$$\Rightarrow m_2(10)(0,9) + \frac{(9\times10^9)(10^{-6})^2}{0,3} = \frac{1}{2}(100)(0,2)^2 + \frac{(9\times10^9)(10^{-6})^2}{1,2}$$

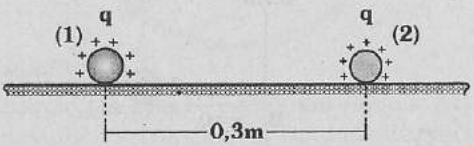
$$\Rightarrow 9m_2 + 3\times10^{-2} = 2 + \frac{3}{4}\times10^{-2}$$

Resolviendo :

$$\boxed{m_2 = \frac{791}{36}\times10^{-2}\ kg}$$ Rpta.

Aplicación N° 32

Dos pequeñas esferas electrizadas son soltadas simultáneamente tal y como se muestra sobre una superficie horizontal lisa y aislante. Determine la máxima rapidez que pueden adquirir las esferas ($m_1 = 2m_2 = 18\times10^{-2}kg$; $q = 3\times10^{-5}C$)



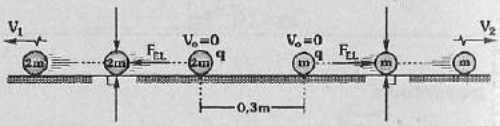
Resolución

Las esferas alcanzarán su rapidez máxima, cuando éstas no interactuan electricamente.

* Considerando como un sistema a las dos esferas.

$$m_1 = 2m = 18\times10^{-2}kg$$

$$m_2 = m = 9\times10^{-2}kg$$



* Se puede apreciar que sobre el sistema (*dos esferas*) la fuerza resultante es nula :

$$(F_{res.})_{sis.} = F_{EL} - F_{EL} \Rightarrow (F_{res.})_{sis.} = 0$$

$$\therefore \left(\vec{P}_{inicial}\right)_{sis.} = \left(\vec{P}_{final}\right)_{sis.} \quad \longrightarrow(+) \quad \longleftarrow(-)$$

$$0 = m(V_2) + 2m(-V_1)$$

$$\Rightarrow V_2 = 2V_1$$

$$\therefore V_1 = V$$
$$V_2 = 2V$$

* También se observa que :

$$\left(W_{total}^{F.N.C}\right)_{sis.} = 0$$

$$\Rightarrow E_{inicial}^{sis.} = E_{final}^{sis.}$$

$$\left(U_{inicial}^{P.E}\right)^{sis.} = \cancel{\left(U_{final}^{P.E}\right)^{sis.}}^{\,0} + (E_{cin.})_{final}^{sis.}$$

$$\frac{Kq^2}{0,3} = \frac{1}{2}(2m)V_1^2 + \frac{1}{2}(m)V_2^2$$

$$\frac{(9\times10^9)(3\times10^{-5})^2}{0,3} = \frac{1}{2}(18\times10^{-2})(V)^2 + \frac{1}{2}(9\times10^{-2})(2V)^2$$

$$\Rightarrow 27 = 27\times10^{-2}V^2$$

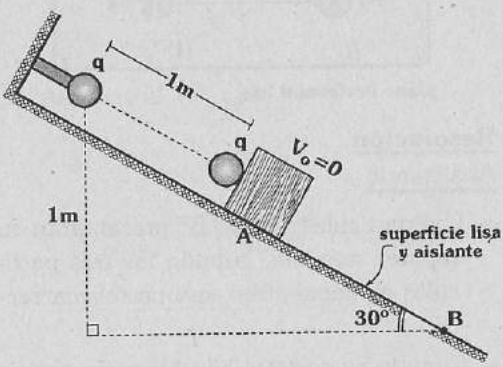
$$\Rightarrow V = 10\ m/s$$

Nos piden :

$$\boxed{\begin{array}{l} V_1 = 10\ m/s \\ V_2 = 20\ m/s \end{array}}$$ *Rpta.*

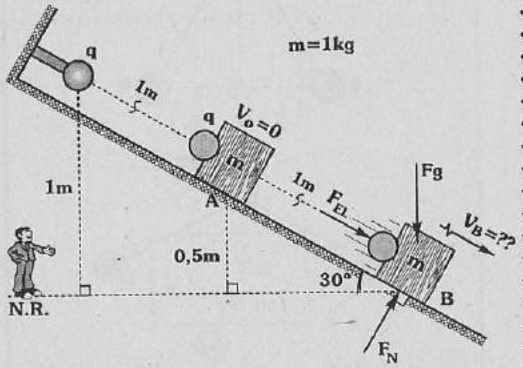
Aplicación N° 33

El pequeño bloque de madera de 1 kg es soltado sobre el plano liso, tal como se muestra. Determine su rapidez cuando pasa por la posición "B", sabiendo que la esfera adherida al bloque es de masa despreciable y está electrizada con $q = 10^{-4}C$ $(g = 10\ m/s^2)$.



Resolución

* En el tramo A – B del bloque :



Se puede apreciar que :

$$W^{F.N.C}_{total} = W^{F_N}_{AB} = 0$$

$$\Rightarrow \quad E_A = E_B$$

$$(EP_G)_A + U^{P.E}_A = (E_{cin.})_B + U^{P.E}_B$$

$$mg(0,5) + \frac{Kq^2}{1} = \frac{1}{2}mV_B^2 + \frac{Kq^2}{2}$$

$$(1)(10)(0,5) + \frac{(9\times10^9)(10^{-4})^2}{1} = \frac{1}{2}(1)V_B^2 + \frac{(9\times10^9)(10^{-4})^2}{2}$$

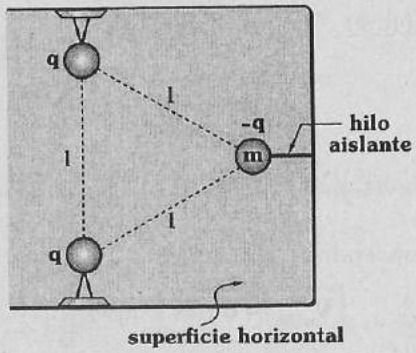
$$\Rightarrow \quad 95 = \frac{V_B^2}{2} + 45$$

$$\Rightarrow \quad V_B^2 = 100$$

$$\therefore \quad \boxed{V_B = 10\ m/s} \qquad Rpta.$$

Aplicación N° 34

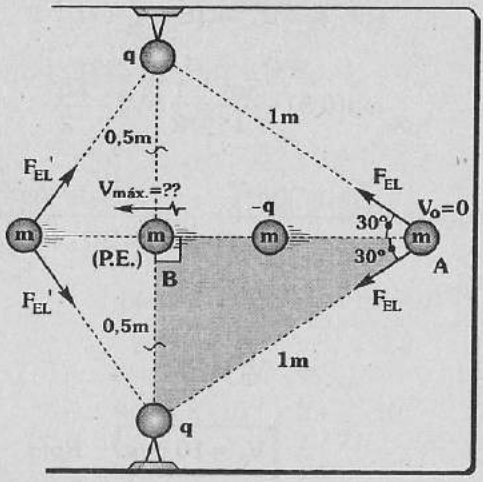
Se muestra 3 partículas electrizadas en un plano horizontal lisa y aislante. Si cortamos el hilo que sostiene a la partícula electrizada con "–q". Determine su máxima rapidez ($m = 10^{-3}kg$; $q = 10^{-6}C$ y $\ell = 1m$)



Resolución

Luego de cortar el hilo :

* La partícula con carga "–q", alcanzará su rapidez máxima cuando éste pasa por su posición de equilibrio (P.E.)



Se puede apreciar que:

$$W_{total}^{F.N.C} = 0$$

* En el tramo A–B de la partícula " –q "

$$E_A = E_B$$

$$U_A^{P.E} = U_B^{P.E} + (E_{cin.})_B$$

$$\Rightarrow \frac{K(q)(-q)}{1} + \frac{K(q)(-q)}{1} = \frac{K(q)(-q)}{0,5} + \frac{K(q)(-q)}{0,5} + \frac{1}{2}mV_{máx.}^2$$

$$2Kq^2 = \frac{1}{2}mV_{máx.}^2$$

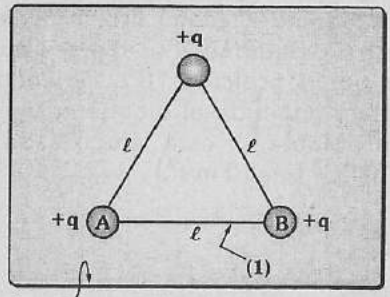
$$2(9\times10^9)(10^{-6})^2 = \frac{1}{2}(10^{-3})V_{máx.}^2$$

Resolviendo :

$$\boxed{V_{máx.} = 6\ m/s} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación N° 35

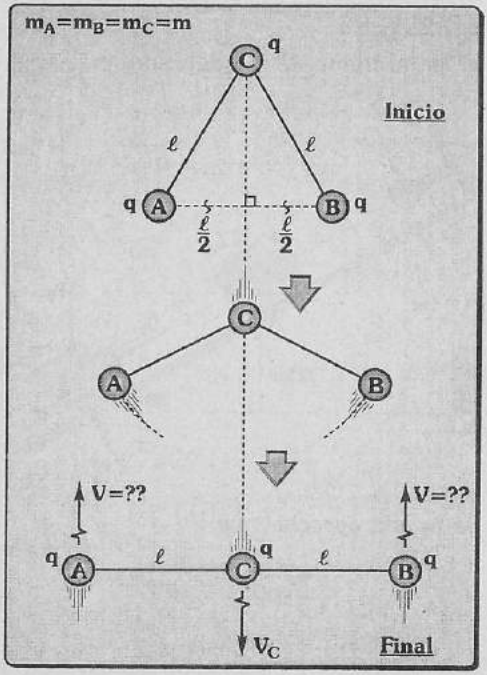
Se muestra tres partículas electrizadas con +q y de masas iguales a "m", que se encuentran unidas por hilos de longitud " ℓ ", apoyadas en una superficie horizontal lisa y aislante. Si cortamos el hilo (1); determine la rapidez máxima que adquiere la partícula "A".



Resolución

Analizando :

* Las partículas "A" y "B" presentarán su rapidez máxima, cuando las tres partículas se encuentran en una misma recta.
* Cuando se corta el hilo (1) :



Considerando como un sistema a las tres partículas y los hilos :

* Se observa que la :

$$(\vec{F}_{res.})_{sis.} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{P}^{sis.}_{inicial} = \vec{P}^{sis.}_{final} \quad \overset{(+)}{\uparrow} \quad \overset{(-)}{\downarrow}$$

$$0 = m(V) + m(-V_C) + m(V)$$

$$\therefore V_c = 2V \qquad \ldots (I)$$

* Además el $\left(W^{F.N.C}_{total}\right)_{sis.} = 0$

$$\Rightarrow E^{sis.}_{inicial} = E^{sis.}_{final}$$

$$\left(U^{P.E}_{inicial}\right)^{sis.} = \left(U^{P.E}_{final}\right)^{sis.} + \left(E_{cin.}\right)^{sis.}_{final}$$

$$3\left(\frac{Kq^2}{\ell}\right) = \left(\frac{Kq^2}{\ell} + \frac{Kq^2}{2\ell} + \frac{Kq^2}{\ell}\right) + \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}mV_C^2 + \frac{1}{2}mV^2$$

$$\frac{3Kq^2}{\ell} = \frac{5Kq^2}{2\ell} + mV^2 + \frac{1}{2}mV_c^2$$

$$\therefore \frac{Kq^2}{2\ell} = mV^2 + \frac{1}{2}mV_c^2 \qquad \ldots (II)$$

Reemplazando (I) en (II) :

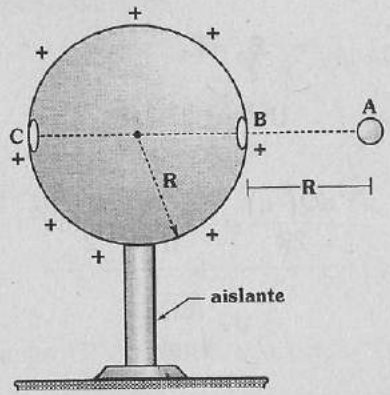
$$\frac{Kq^2}{2\ell} = mV^2 + \frac{1}{2}m(2V)^2$$

$$\frac{Kq^2}{2\ell} = 3mV^2$$

$$\therefore \boxed{V = \sqrt{\frac{Kq^2}{6\,m\ell}}} \qquad \textit{Rpta.}$$

Aplicación N° 36

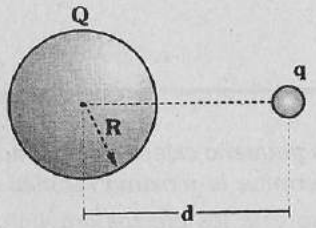
Se muestra una esfera conductora fija de cantidad de carga "Q" y radio "R" que tiene un angosto túnel BC, colineal con AC, si soltamos en "A" una esfera pequeña de masa "m" y cantidad de carga eléctrica " −q ". Determine cuanto tiempo permanece en el interior de la esfera. (Desprecie los efectos gravitatorios)



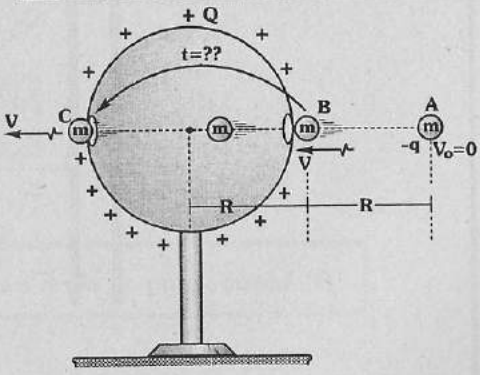
Resolución

¡Importante! :

Si :



$$\Rightarrow U_{P.E} = \frac{KQq}{d}$$



* En el tramo A – B :

Se aprecia que el $W^{F.N.C}_{total} = 0$

$$\Rightarrow \quad E_A = E_B$$

$$U^{P.E}_A = U^{P.E}_B + (E_{cin.})_B$$

$$\frac{KQ(-q)}{2R} = \frac{KQ(-q)}{R} + \frac{1}{2}mV^2$$

$$\therefore \quad V = \sqrt{\frac{KQq}{mR}}$$

* En el tramo B – C :

En éste tramo la partícula desarrollará **M.R.U.** debido a que el campo eléctrico en el interior de la esfera conductora es **nula**, y en consecuencia la fuerza eléctrica que actúa sobre la partícula es cero; concluyendo que la fuerza resultante sobre ésta es cero. $(\vec{F}_{res.} = \vec{0})$.

- Por el M.R.U.

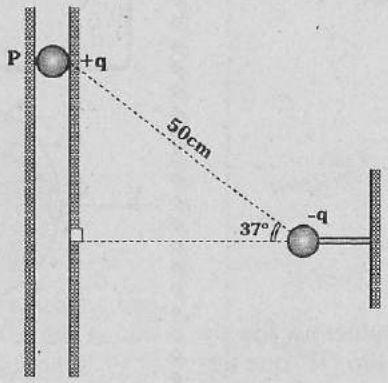
$$d_{BC} = Vt_{BC}$$

$$(2R) = \left(\sqrt{\frac{KQq}{mR}}\right)t$$

$$\therefore \quad \boxed{t = 2R\sqrt{\frac{mR}{KQq}}} \quad \textit{Rpta.}$$

"Para el Lector" :

Una pequeña esfera electrizada de 10^{-3} kg se suelta desde "P" por un riel aislante y liso. Determine la máxima rapidez que presenta la pequeña esfera durante su movimiento (desprecie los efectos gravitatorios; $q = 1\mu C$)



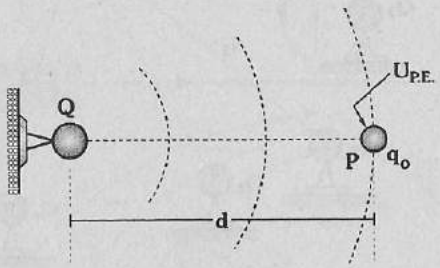
Rpta. **3 m/s**

POTENCIAL ELÉCTRICO

El potencial eléctrico es una magnitud escalar de característica energética, asociado a cada punto de una región donde se establece un campo eléctrico.

La energía potencial eléctrica por unidad de carga, se denomina **potencial eléctrico**, éste es por lo común más útil para aplicaciones eléctricas que la energía potencial eléctrica.

El potencial eléctrico en un punto debido a una carga puntual electrizado con "Q", se determina utilizando una carga de prueba "q_o", que se ubica en dicho punto.



Matemáticamente, el potencial eléctrico en el punto "P" asociado a la carga "Q" se determina de la siguiente manera :

$$V_p = \frac{U_{P.E.}}{q_o} \quad \ldots (I)$$

Donde :

$U_{P.E.}$ ... (J) ; q_o ... (C) ; V_p ... voltios (v)

* Se sabe que :

$$U_{P.E} = \frac{KQq_o}{d} \quad \ldots (II)$$

Reemplazando (II) en (I) :

$$V_P = \frac{\frac{KQ\,q_o}{d}}{q_o}$$

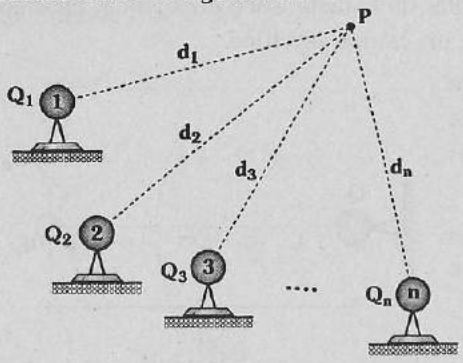
$$\therefore \boxed{V_P = \frac{KQ}{d}} \quad \ldots \textit{(en general)}$$

Nota

En la ecuación se considera el signo de la carga eléctrica "Q".

POTENCIAL ELÉCTRICO EN UN PUNTO DEBIDO A UN SISTEMA DE PARTÍCULAS ELECTRIZADAS

Consideremos lo siguiente :



El potencial eléctrico total en el punto "P" estará dado por :

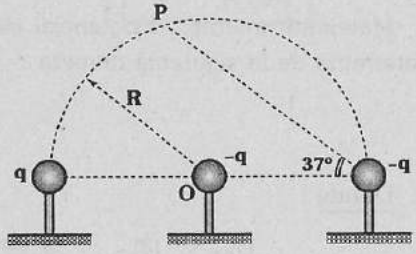
$$V_p = V_1 + V_2 + ... + V_n \quad \textit{(suma escalar)}$$

$$\Rightarrow \quad V_p = \frac{KQ_1}{d_1} + \frac{KQ_2}{d_2} + ... + \frac{KQ_n}{d_n}$$

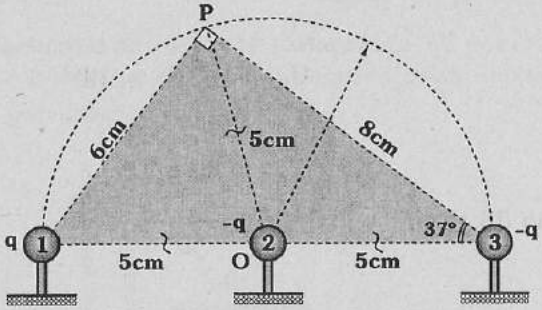
Ejemplo Ilustrativo :

Determine el potencial eléctrico en el punto "P" debido al sistema de partículas ($q = 12\times10^{-5}C$; R=5cm)

O: centro de la semicircunferencia



Resolución :



El potencial eléctrico en el punto "P" estará dado por :

$$V_p = V_1 + V_2 + V_3 \qquad \Rightarrow \qquad V_p = \frac{K(q)}{d_1} + \frac{K(-q)}{d_2} + \frac{K(-q)}{d_3}$$

$$V_p = \frac{(9\times10^9)(12\times10^{-5})}{6\times10^{-2}} + \frac{(9\times10^9)(-12\times10^{-5})}{5\times10^{-2}} + \frac{(9\times10^9)(-12\times10^{-5})}{8\times10^{-2}}$$

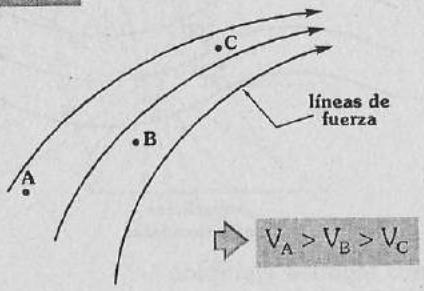
$$\Rightarrow V_p = 18\times10^6 v - 21{,}6\times10^6 v - 13{,}5\times10^6 v$$

$$V_p = -17{,}1\times10^6 v$$

$$\therefore \boxed{V_p = -171\times10^5 v} \quad \text{Rpta.}$$

Observaciones

(1) *Las líneas de fuerza o líneas de campo eléctrico siempre se dirigen del mayor hacia el menor potencial eléctrico.*



(2) *A la diferencia de potencial eléctrica entre dos puntos se le denomina* ***voltaje o tensión eléctrica.***

$V_A - V_B = 1{,}5v$

$V_A - V_B = 12v$

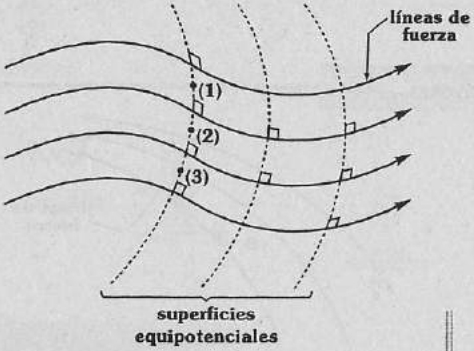
. *Cuando compramos una pila o una batería, lo que estamos adquiriendo de ella es su voltaje o tensión eléctrica.*

(3) *Todos los puntos de una superficie que presentan un mismo potencial eléctrico e denomina* **superficie equipotencial**.

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES

Se denomina superficie equipotencial a aquella superficie geométrica, constituida por puntos de igual potencial eléctrico.

"Las líneas de fuerza o líneas de campo eléctrico siempre son perpendiculares a las superficies equipotenciales".

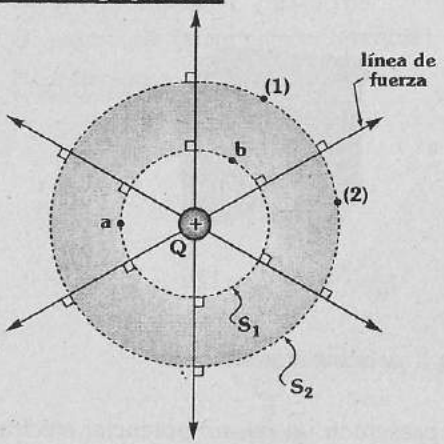


Del gráfico :

$$V_1 = V_2 = V_3$$

Veamos algunos ejemplos :

Para una carga puntual

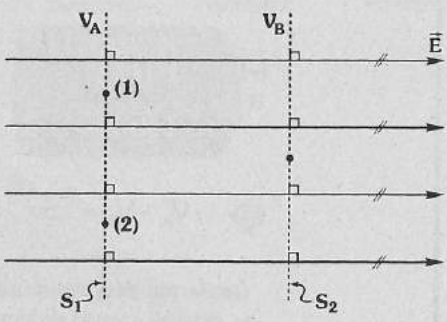


Las superficies equipotenciales "S_1" y "S_2" son superficies esféricas.

Del gráfico :

$$V_1 = V_2$$
$$V_a = V_b$$

En un campo eléctrico uniforme

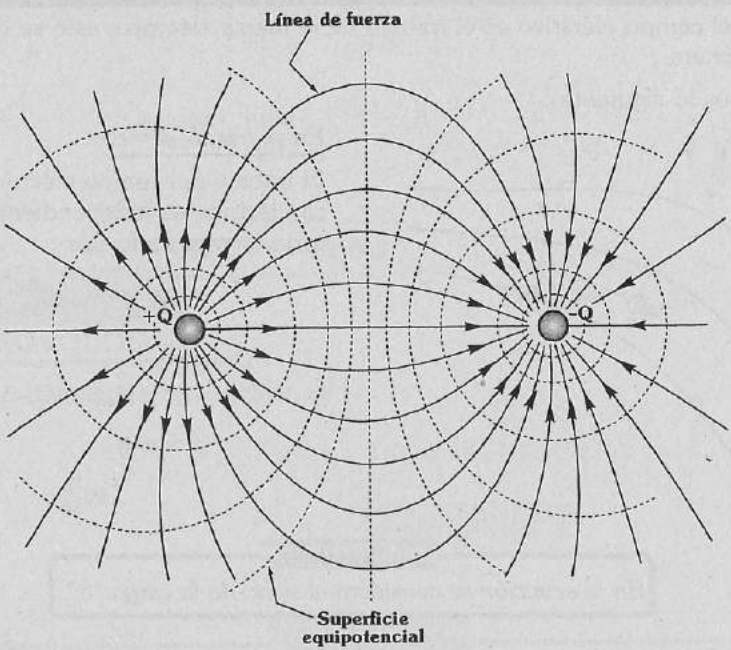


S_1 y S_2 : *son superficies equipotenciales*

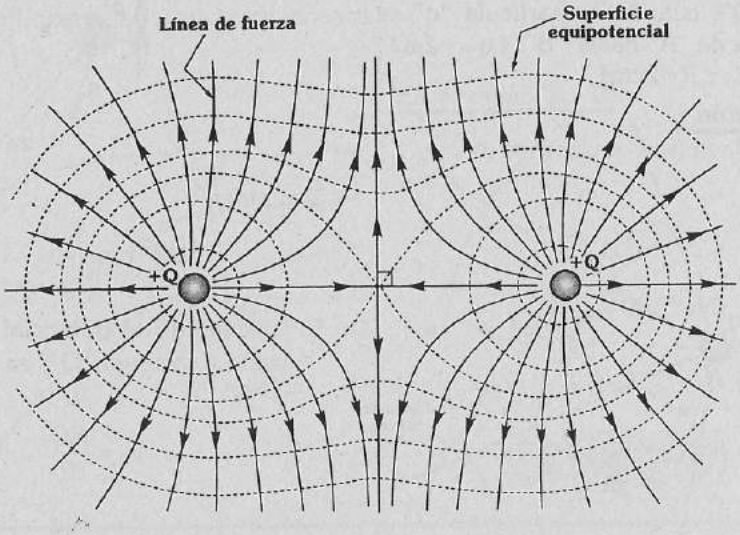
Del gráfico :

$$V_A = V_1 = V_2$$

Para dos cargas de diferentes signos



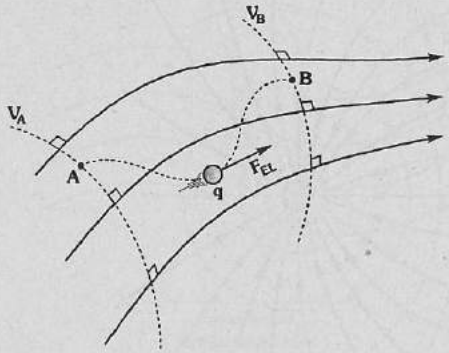
Para dos cargas de igual signo (positivo)



TRABAJO DEL CAMPO ELÉCTRICO SOBRE UNA PARTÍCULA ELECTRIZADA

El trabajo del campo eléctrico es el trabajo de la fuerza eléctrica, esto se determina de la siguiente manera :

Consideremos lo siguiente :



En el tramo A – B :

El trabajo del campo eléctrico o de la fuerza eléctrica es independiente de la trayectoria, y esta dado por :

$$W_{AB}^{campo} = W_{AB}^{F_{EL}} = q\,V_{AB}$$

Donde :

$V_{AB} = V_A - V_B$ ...(v)

q ...(C)

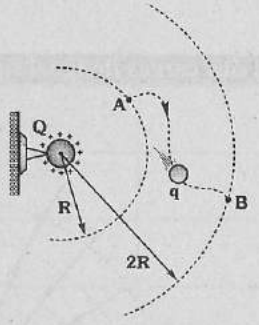
$W_{AB}^{F_{EL}}$ ...(J)

Importante

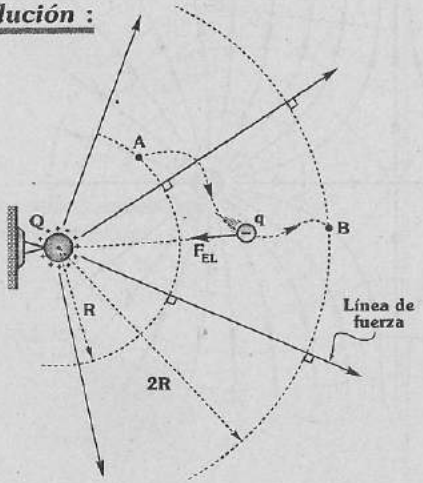
En la ecuación se considera el signo de la carga "q".

Ejemplo Ilustrativo :

Determine la cantidad de trabajo desarrollado por el campo eléctrico asociado a "Q", cuando la partícula "q" se desplaza de "A" hasta "B". ($q = -2\mu C$; $Q = 8\mu C$; $R = 2cm$)



Resolución :



Nos piden :

$$W_{AB}^{campo} = q(V_A - V_B) \quad ...(\alpha)$$

* Calculando el potencial eléctrico asociado a la carga "Q"; en los puntos "A" y "B".

- $V_A = \dfrac{KQ}{R}$ ... (I)
- $V_B = \dfrac{KQ}{2R}$ ... (II)

Reemplazando (I) y (II) en (α) :

$$W_{AB}^{campo} = q\left(\frac{KQ}{R} - \frac{KQ}{2R}\right)$$

$$\Rightarrow W_{AB}^{campo} = \frac{KqQ}{2R} = \frac{(9\times10^{9})(-2\times10^{-5})(8\times10^{-6})}{2(2\times10^{-2})}$$

Resolviendo :

$$\boxed{W_{AB}^{campo} = -3,6\ J}$$ Rpta.

EL ELECTROVOLTIO (eV)

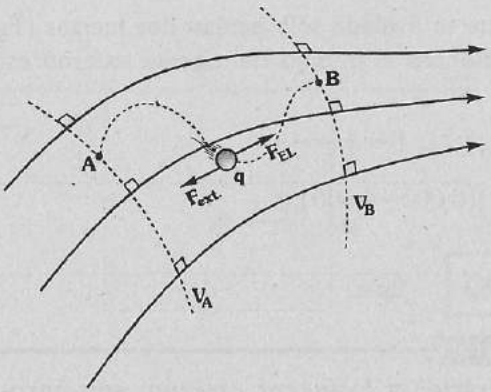
Es una unidad de energía, y se define así :

$$W_{e}^{campo} = |q_e|\Delta V \Rightarrow 1eV = (1,6\times10^{-19}C)(1v)$$

$$\therefore \boxed{1eV = 1,6\times10^{-19}J}$$

Observación

Si una partícula electrizada ***se traslada lentamente****, y sobre ésta sólo actúan dos fuerzas (la fuerza eléctrica y una fuerza externa); entonces el trabajo del agente externo se hallará de la siguiente manera.*



En el tramo A – B :

Como la partícula se traslada lentamente :

$$\Rightarrow W_{AB}^{NETO} = 0$$

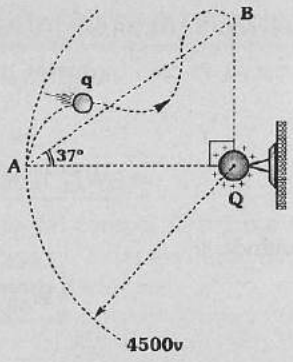
$$W_{AB}^{F_{EL}} + W_{AB}^{F_{ext.}} = 0$$

$$q(V_A - V_B) + W_{AB}^{F_{ext.}} = 0$$

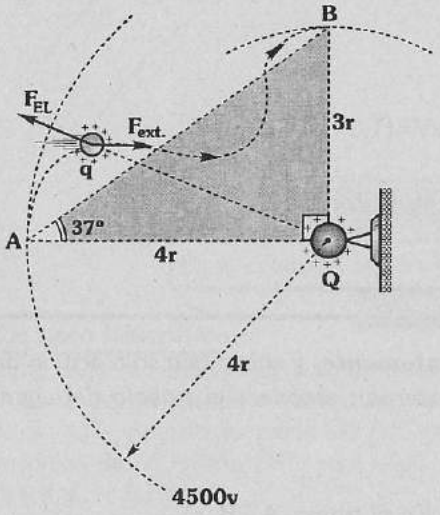
$$\therefore \boxed{W_{AB}^{F_{ext.}} = q(V_B - V_A)}$$

Ejemplo Ilustrativo :

Determine la cantidad de trabajo desarrollado por un agente externo para trasladar lentamente una partícula electrizada con q=5mC desde "A" hasta "B" (*desprecie los efectos gravitatorios*).



Resolución :



Del gráfico :

El potencial eléctrico asociado a la carga "Q" en los puntos "A" y "B" estará dado por :

$$*V_A = \frac{KQ}{4r} = 4500v \Rightarrow \frac{KQ}{r} = 18000v \quad ...(I)$$

$$*V_B = \frac{KQ}{3r} \rightarrow V_B = \frac{1}{3}\left(\frac{KQ}{r}\right) \quad ...(II)$$

Reemplazando (I) en (II) :

$$V_B = \frac{1}{3}(18\,000v)$$

$$\therefore \quad \underline{V_B = 6\,000v}$$

* Se puede apreciar que sobre la carga que se traslada sólo actúan dos fuerzas (F_{EL} y $F_{ext.}$), y éste se traslada lentamente; entonces el trabajo del agente externo estará dado por :

$$W_{AB}^{F_{ext.}} = q(V_B - V_A) \quad \text{... (Ver la teoría)}$$

$$\Rightarrow W_{AB}^{F_{ext.}} = (5\times10^{-3})(6\,000 - 4\,500)$$

Resolviendo :

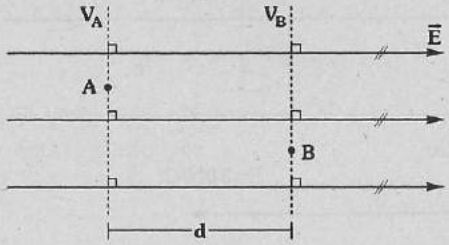
$$\boxed{W_{AB}^{F_{ext.}} = 7,5J} \quad \text{Rpta.}$$

Nota

Se puede apreciar que la fuerza eléctrica y la fuerza externa, son aproximadamente opuestos, esto es para que la partícula sea trasladada lentamente.

DIFERENCIA DE POTENCIAL ELÉCTRICO EN UN CAMPO ELÉCTRICO UNIFORME

Consideremos lo siguiente :



Del gráfico se aprecia que :

$$V_A > V_B$$

Luego, la diferencia de potencial entre "A" y "B" estará dado por :

$$V_A - V_B = V_{AB} = Ed$$

Importante

La distancia "d" siempre es paralelo a las líneas de campo eléctrico

$$\Rightarrow d \,//\, \vec{E}$$

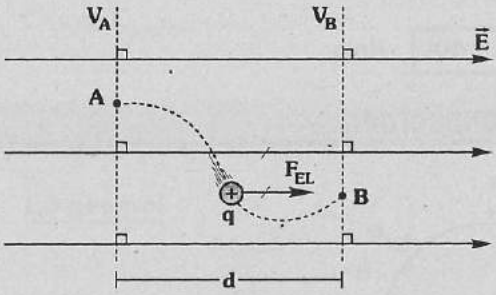
De la ecuación :

* $V_{AB} = V_A - V_B$ ... voltios (v)
* d ... (m)

$$\Rightarrow E: \quad \ldots \left(\frac{V}{m}\right)$$

Se observa que la intensidad de campo eléctrico también se mide en $\left(\frac{v}{m}\right)$.

Demostración :



Se sabe : $F_{EL} = Eq$ ... (I)

* En el tramo A – B :

$$\underbrace{W_{AB}^{F_{EL}}}_{} = q(V_A - V_B)$$

$$F_{EL}\,d = q(V_A - V_B) \quad \ldots (II)$$

Reemplazando (I) en (II) :

$$(Eq)d = q(V_A - V_B)$$

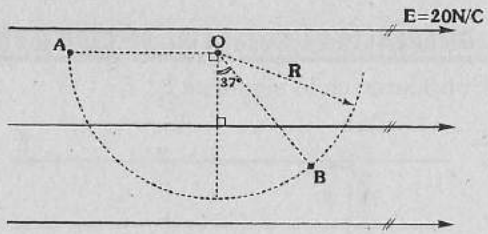
$$\therefore \; V_A - V_B = V_{AB} = Ed \quad \ldots (L.q.q.d)$$

En otros casos : $V_B - V_A = V_{BA} = -Ed$

donde : $V_B < V_A$

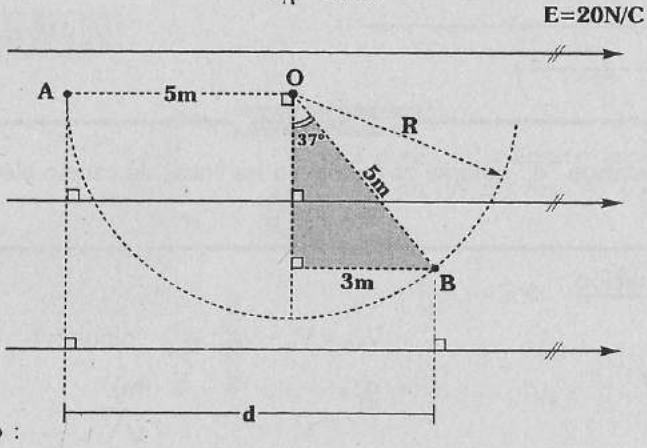
Ejemplo Ilustrativo :

Si el potencial eléctrico en "A" es de 200v. Determine el potencial eléctrico en el punto "B" (R=5m)



Resolución :

$V_A = 200v$



Del gráfico :

$$d = 5m + 3m \Rightarrow d = 8m$$

* Se observa que $V_A > V_B$:

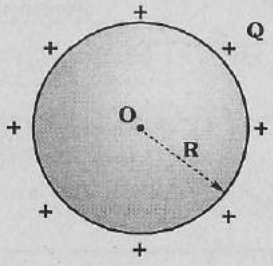
$$\Rightarrow V_A - V_B = Ed \quad \text{... (ver la teoría)}$$

$$200 - V_B = (20)(8)$$

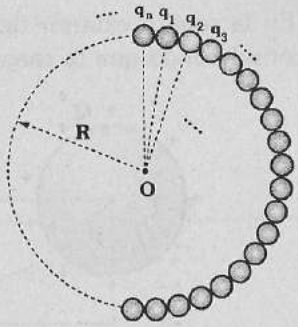
$$\therefore \boxed{V_B = 40v} \quad \text{Rpta.}$$

POTENCIAL ELÉCTRICO DE UNA ESFERA CONDUCTORA

Consideremos la siguiente esfera conductora :



Calculemos el potencial eléctrico en el centro de la esfera, dividiendo la carga de la esfera en pequeñas cargas puntuales.



Del gráfico :

$$Q = q_1 + q_2 + q_3 + ... + q_n$$

* El potencial eléctrico en el punto "O" estará dado por :

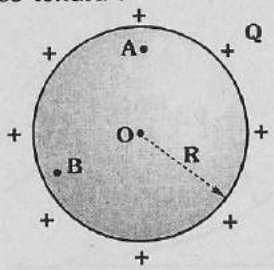
$$V_o = V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n$$

$$\Rightarrow V_o = \frac{Kq_1}{R} + \frac{Kq_2}{R} + \frac{Kq_3}{R} + ... + \frac{Kq_n}{R}$$

$$V_o = \frac{K}{R}\underbrace{(q_1 + q_2 + q_3 + ...q_n)}_{Q}$$

$$\therefore \quad V_o = \frac{KQ}{R}$$

* Además se sabe que en el interior de una esfera conductora, no existe campo eléctrico; entonces se tendrá :



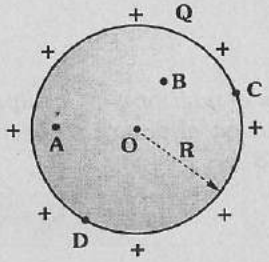
$$\Rightarrow V_o = \frac{KQ}{R}$$

Como $E_{interior} = 0$

$$\Rightarrow V_o - V_A = \cancel{E_{interior}}^{0} d = \Rightarrow V_o = V_A$$

$$\therefore \quad V_o = V_A = V_B = \frac{KQ}{R}$$

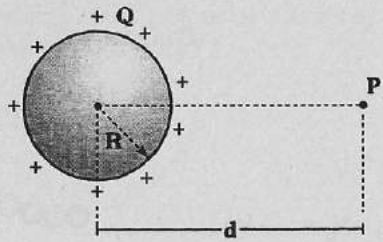
En general :



* En el interior y en la superficie de la esfera conductora, el potencial eléctrico estará dado por :

$$V_o = V_A = V_B = V_C = V_D = \frac{KQ}{R}$$

* En la región exterior de la esfera conductora, el potencial eléctrico se determina considerando que la carga de la esfera es puntual y ubicada en el centro.

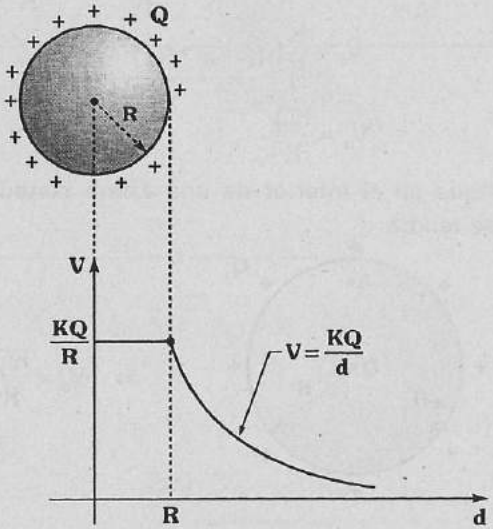


$$\Rightarrow \quad V_p = \frac{KQ}{d}$$

Donde :

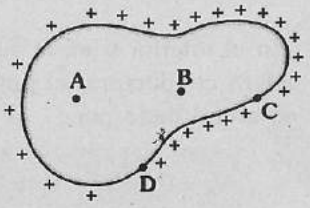
$d > R$

Gráfica del potencial eléctrico "V" y la distancia "d", de una esfera conductora :



Observación

* *Para un cuerpo conductor irregular se cumple algo semejante al de una esfera conductora.*



En el interior y en la superficie del conductor, el potencial eléctrico es lo mismo :

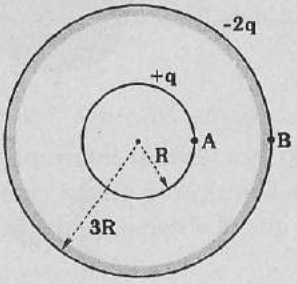
$$\Rightarrow \quad V_A = V_B = V_C = V_D$$

* *El potencial eléctrico en la superficie de la tierra se considera nulo :*

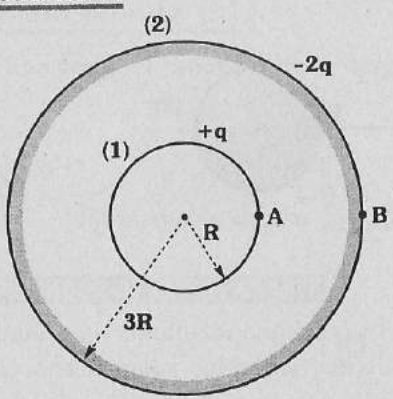
$\Rightarrow V_T = 0v$

Ejemplo Ilustrativo :

Se muestra dos cascarones conductores esféricos y concéntricos. Determine el potencial eléctrico en los puntos "A" y "B".



Resolución :



* En el punto "A" el potencial eléctrico total, lo determina las dos esferas :

$$\Rightarrow V_A = V_{(1)}^A + V_{(2)}^A$$

$$V_A = \frac{K(q)}{R} + \frac{K(-2q)}{3R}$$

$$\therefore \boxed{V_A = \frac{Kq}{3R}} \quad \text{Rpta.}$$

En forma análoga :

* Para el punto B :

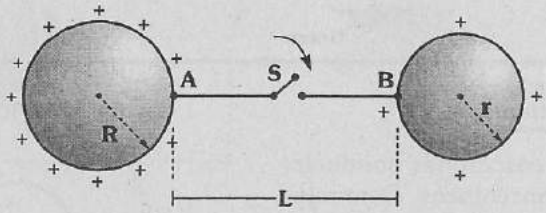
$$V_B = V_{(1)}^B + V_{(2)}^B$$

$$\Rightarrow V_B = \frac{Kq}{3R} + \frac{K(-2q)}{3R}$$

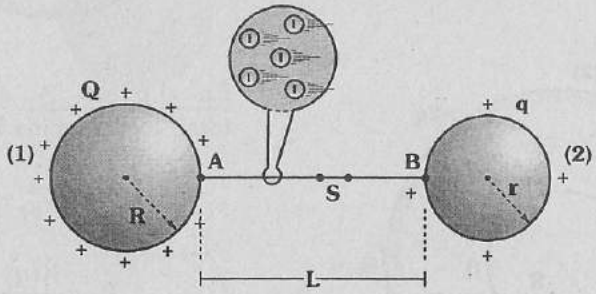
$$\therefore \boxed{V_B = \frac{-Kq}{3R}} \quad \text{Rpta.}$$

ESFERAS CONDUCTORAS UNIDAS POR UN HILO CONDUCTOR

Cuando dos esferas conductoras se unen con un hilo conductor, las cargas eléctricas de cada esfera se distribuye :



Cuando se cierra el interruptor "S", en el hilo conductor fluirán cargas eléctricas (electrones libres); esto cesará cuando el potencial de los puntos "A" y "B" sean iguales, y diremos que el sistema se encuentra en equilibrio electrostático.



Para el equilibrio electrostático : $V_A = V_B$

$$V^A_{(1)} + V^A_{(2)} = V^B_{(1)} + V^B_{(2)}$$

$$\left(\frac{KQ}{R}\right)+\left(\frac{Kq}{r+L}\right)=\left(\frac{KQ}{R+L}\right)+\left(\frac{Kq}{r}\right)$$

Reduciendo :

$$\frac{Q}{R(L+R)}=\frac{q}{r(L+r)}$$

Si el hilo conductor es de gran longitud, comparado con los radios de las esferas; entonces se tendrá :

$$L >>> R \;\; y \;\; L >>> r \quad \Rightarrow \quad L+R \approx L+r$$

$$\therefore \quad \frac{Q}{R}=\frac{q}{r}$$

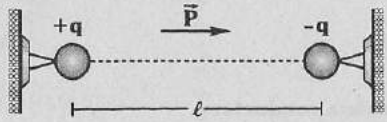
Nota

Cuando en un cable o hilo conductor fluyen cargas eléctricas (electrones libres), se dice que existe ***corriente eléctrica****; esto se estudiará en el capítulo de electrodinámica.*

DIPOLO ELÉCTRICO

Dipolo :

Es una distribución de dos cargas puntuales "q" y "−q", separada una distancia "ℓ".



Momento dipolar $(\vec{P})$:

Se define como el producto de la carga "q" y la distancia "ℓ".

$$\Rightarrow \boxed{P = q\ell}$$

Donde :

P : momento dipolar ... (C.m.) ; q : (C) ; ℓ : (m)

EL GENERADOR DE VAN DE GRAAFF

Cuando un conductor cargado se coloca en contacto con el interior de un conductor hueco, toda la carga del primer conductor se trasfiere al conductor hueco. En principio, es posible incrementar la carga en el conductor hueco y su potencial, sin límite, repitiendo el proceso.

En 1929 Robert J. Van de Graaff aplicó este principio para diseñar y construir un generador electrostático; este tipo de generador se utiliza ampliamente en las investigaciones de física nuclear. La idea básica del generador Van de Graff se describe en la figura. Se entrega continuamente carga a un electrodo de alto voltaje sobre una banda móvil de material aislante. El electrodo de alto voltaje es un conductor hueco montado sobre una columna aislante. La banda se carga en A por medio de una descarga corona entre el peine de agujas metálicas y una rejilla conectada a tierra. Las agujas normalmente se mantienen a un potencial positivo de 10^4_v. La carga positiva se trasfiere al electrodo de alto voltaje por medio de un segundo peine de agujas que se encuentra en B. Como el campo eléctrico dentro del

conductor hueco es despreciable, la carga positiva de la banda se trasfiere con facilidad hacia el electrodo de alto voltaje, sin importar su potencial. En la práctica, es posible incrementar el potencial del electrodo de alto voltaje hasta que se presenta una descarga eléctrica a través del aire. Dado que la tensión de ruptura del aire es aproximadamente de 3×10^6 v/m, una esfera de un metro de radio se puede llevar hasta un potencial de 3×10^6 v. Puede aumentarse aún más el potencial si se incrementa el radio del conductor hueco y se coloca el sistema en un recipiente con gas a alta presión.

Los generadores Van de Graaff pueden producir diferencias de potencial tan altas como 20 millones de voltios. Los protones acelerados a través de diferencias de potencial de este orden reciben energía suficiente como para iniciar reacciones nucleares entre ellos y diversos núcleos que sirven de blanco.

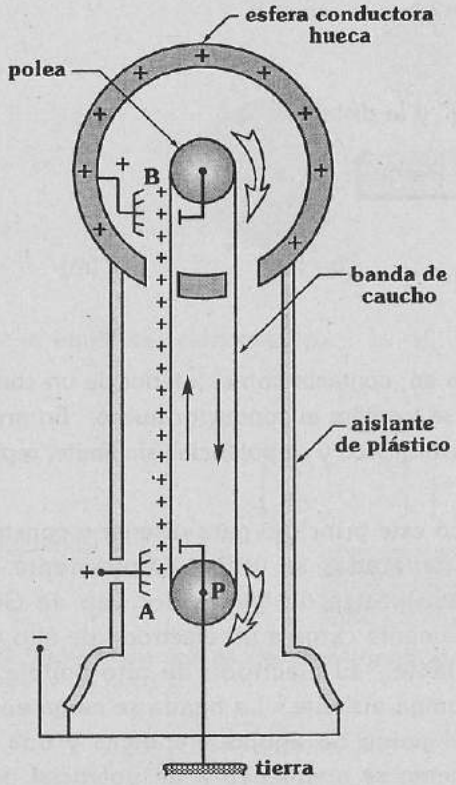


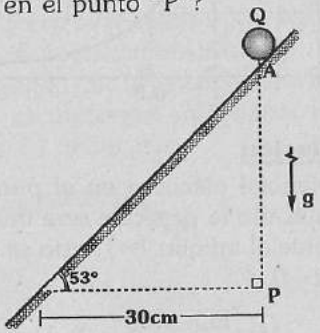
Diagrama esquemático de un generador Van de Graaff. La carga es trasferido al conductor hueco en la parte superior por medio del movimiento de una banda. La carga se deposita en la banda en el punto A y es transferida al conductor hueco en el punto B.

PROBLEMAS DE APLICACIÓN

Potencial eléctrico

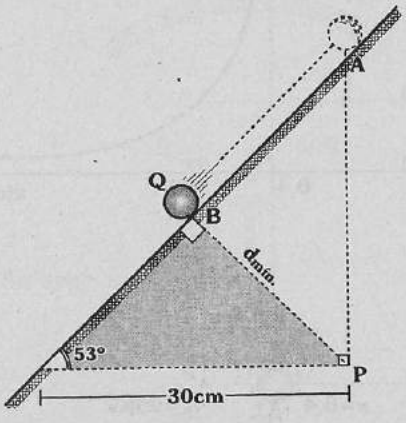
Aplicación Nº 37

La partícula electrizada con $Q = 6\mu C$ se suelta en "A" y logra deslizarse sobre el plano inclinado y aislante, ¿Cuánto será el máximo potencial eléctrico que se puede evaluar en el punto "P"?



Resolución

El potencial eléctrico en el punto "P" será máximo cuando la distancia entre el punto "P" y la carga "Q" sea mínimo; esto se dará cuando la carga "Q" llega al punto "B".



$Q = 6\mu C$

De la figura :

* En el ◺ sombreado :

$$d_{min.} = 24 \text{ cm} \quad \text{... (notable)}$$

* El potencial eléctrico en el punto "P" estará dado por :

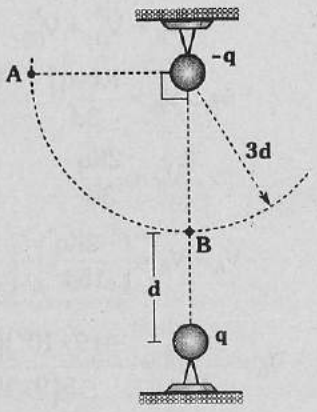
$$V_{P_{máx.}} = \frac{KQ}{d_{mín.}} = \frac{(9\times10^{9})(6\times10^{-6})}{(24\times10^{-2})}$$

$$\therefore \boxed{V_{P_{máx.}} = 225\times10^{3}\,v = 225\ Kv} \quad \textit{Rpta.}$$

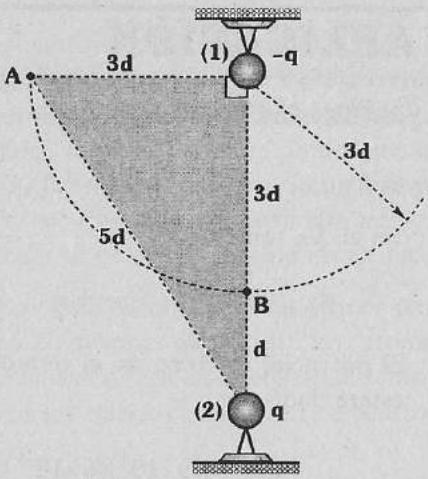
Aplicación Nº 38

Determine la diferencia de potencial entre los puntos "A" y "B".

$$(q = 5\times10^{-7}C \ ; \ d = 9cm)$$



Resolución



Nos piden : $V_A - V_B = ??$

Del gráfico :

* En el punto "A" :

$$V_A = V_{(1)}^A + V_{(2)}^A$$

$$\Rightarrow \quad V_A = \frac{K(-q)}{3d} + \frac{K(q)}{5d}$$

$$\therefore \quad V_A = \frac{-2Kq}{15d} \qquad \ldots (I)$$

* En el punto "B" :

$$V_B = V_{(1)}^B + V_{(2)}^B$$

$$\Rightarrow \quad V_B = \frac{K(-q)}{3d} + \frac{K(q)}{d}$$

$$\therefore \quad V_B = \frac{2Kq}{3d} \qquad \ldots (II)$$

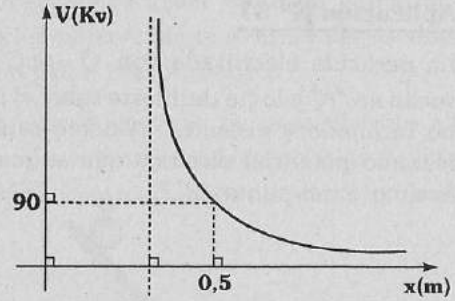
Luego : $V_A - V_B = \left(\frac{-2Kq}{15d}\right) - \left(\frac{2Kq}{3d}\right)$

$$\Rightarrow \quad V_A - V_B = \frac{-4Kq}{5d} = \frac{-4\left(9\times10^9\right)\left(5\times10^{-7}\right)}{5\left(9\times10^{-2}\right)}$$

$$\therefore \quad \boxed{V_A - V_B = -4\times10^4 \text{ v}} \qquad \textit{Rpta.}$$

Aplicación Nº 39

La gráfica nos muestra el comportamiento del potencial eléctrico de una partícula electrizada ubicada en x=0,4 m. Determine la cantidad de carga de dicha partícula.

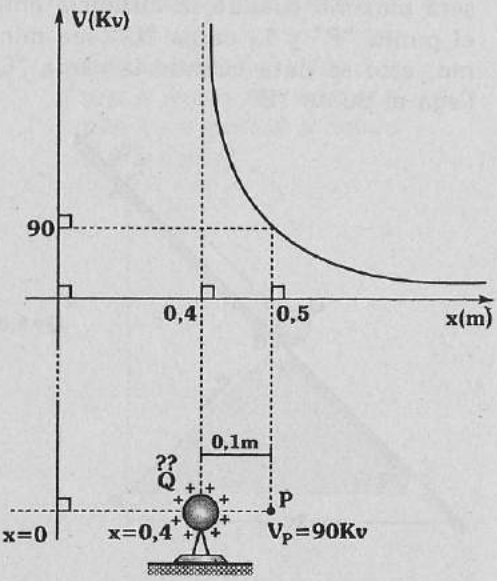


Resolución

El potencial eléctrico en el punto donde está ubicado la partícula sera muy grande, tendiente al infinito (∞), esto se debe porque $d \approx 0$:

$$V = \frac{KQ}{d} = \frac{KQ}{0} \quad \Rightarrow \quad V = \infty$$

* En nuestro caso :



Del gráfico :

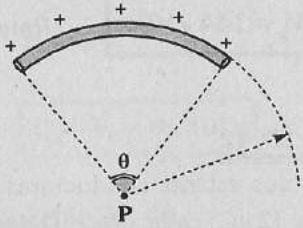
$$V_p = \frac{KQ}{d} = 90\,000 \text{ v}$$

$$\Rightarrow \frac{(9\times10^9)Q}{(0,1)} = 90\,000 \Rightarrow Q = 10^{-6}\text{C}$$

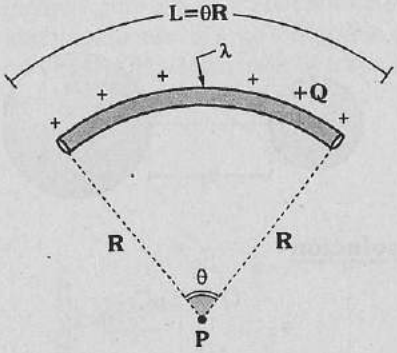
$$\therefore \boxed{Q = 1\mu C} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación Nº 40

Se tiene un alambre doblado en forma de arco tal como se muestra en la figura. Determine el potencial eléctrico en el punto "P", sabiendo que la densidad lineal de carga "λ" es uniforme en toda su longitud (θ : esta en radianes).



Resolución

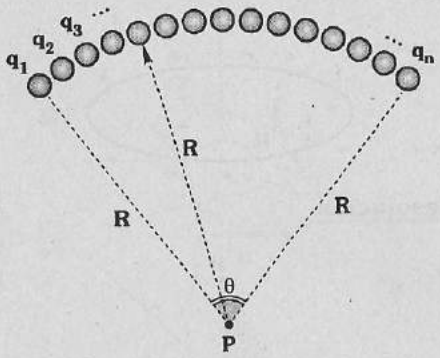


Se sabe :

$$\lambda = \frac{Q}{L} = \frac{Q}{\theta R}$$

$$\therefore \quad Q = \lambda\theta R \qquad \ldots (I)$$

* Dividiendo la carga del arco en pequeñas cargas puntuales :



De la figura :

$$Q = q_1 + q_2 + \ldots + q_n$$

El potencial eléctrico en el punto "P" estará dado por :

$$V_p = V_1 + V_2 + \ldots + V_n$$

$$\Rightarrow V_p = \frac{Kq_1}{R} + \frac{Kq_2}{R} + \ldots + \frac{Kq_n}{R}$$

$$V_p = \frac{K}{R}\underbrace{(q_1 + q_2 + \ldots + q_n)}_{Q}$$

$$\therefore V_p = \frac{KQ}{R} \qquad \ldots (II)$$

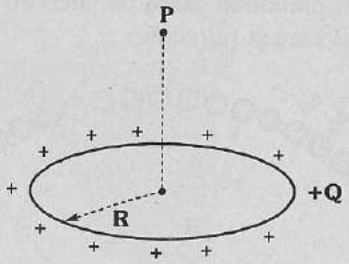
Reemplazando (I) en (II) :

$$V_p = \frac{K(\lambda\theta R)}{R}$$

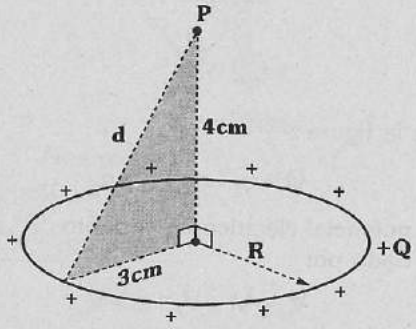
$$\therefore \boxed{V_p = \lambda\theta K} \quad \text{Rpta.}$$

Aplicación Nº 41

A continuación se muestra a un anillo conductor electrizado con una cantidad de carga de $Q = 8\mu C$. Determine el potencial eléctrico en el punto "P" que se encuentra a 4 cm sobre el centro del anillo (R=3 cm).



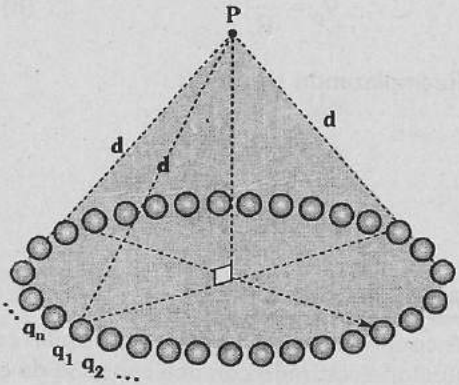
Resolución



Del △ sombreado

$$d = 5\ cm \quad ... \ (notable)$$

* Dividiendo la carga del anillo en pequeñas cargas puntuales :



Del gráfico :

$$Q = q_1 + q_2 + ... + q_n$$

* En el punto "P" :

$$V_p = V_1 + V_2 + ... + V_n$$

$$\Rightarrow V_p = \frac{Kq_1}{d} + \frac{Kq_2}{d} + ... + \frac{Kq_n}{d}$$

$$V_p = \frac{K}{d}\underbrace{(q_1 + q_2 + ... + q_n)}_{Q}$$

$$\therefore \boxed{V_p = \frac{KQ}{d}}$$

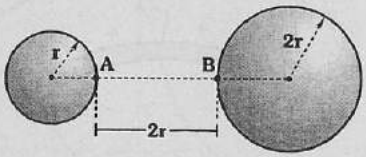
Reemplazando valores :

$$V_p = \frac{(9\times10^9)(8\times10^{-6})}{(5\times10^{-2})}$$

$$\therefore \boxed{V_p = 144\times10^4\ v} \quad Rpta.$$

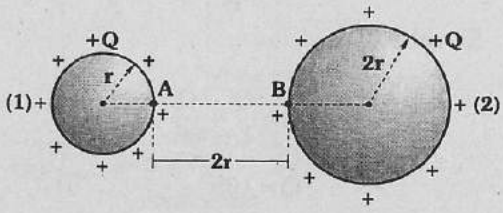
Aplicación Nº 42

Se muestra dos esferas conductoras electrizadas con 12 μC cada una. Determine la diferencia de potencial entre "A" y "B" (r=0,5 m).



Resolución

$$Q = 12\,\mu C$$



En el punto "A" :

$$V_A = V_{(1)}^A + V_{(2)}^A$$

$$V_A = \frac{KQ}{r} + \frac{KQ}{4r} \Rightarrow V_A = \frac{5KQ}{4r} \quad ...(I)$$

En el punto "B" :

$$V_B = V_{(1)}^B + V_{(2)}^B$$

$$V_B = \frac{KQ}{3r} + \frac{KQ}{2r} \Rightarrow V_B = \frac{5KQ}{6r} \quad ...(II)$$

Nos piden :

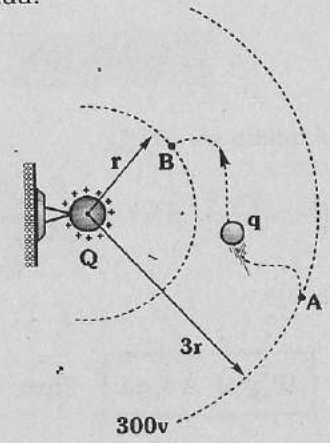
$$V_A - V_B = \frac{5KQ}{4r} - \frac{5KQ}{6r}$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = \frac{5KQ}{12r} = \frac{5(9\times10^9)(12\times10^{-6})}{12(0,5)}$$

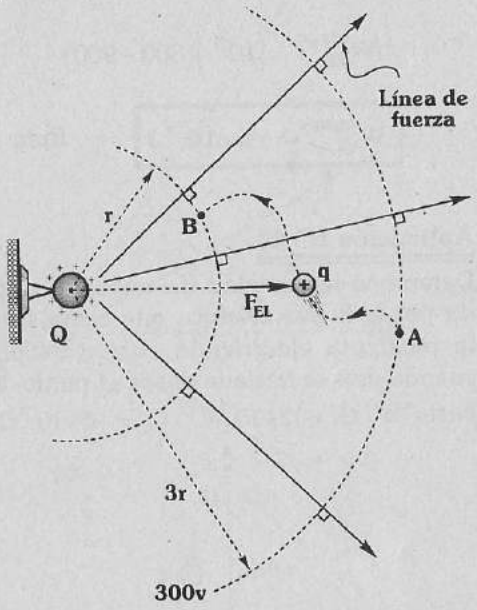
$$\therefore \boxed{V_A - V_B = 9\times10^4 v} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación N° 43

Determine el trabajo realizado por el campo eléctrico cuando se traslada una partícula electrizada con $q = 1\mu C$ desde la posición "A" hasta "B", siguiendo la trayectoria mostrada.



Resolución



El trabajo del campo eléctrico es el trabajo de la fuerza eléctrica, esto estará dado por :

$$W_{AB}^{campo} = q(V_A - V_B) \quad ... (\alpha)$$

Del gráfico :

En el punto "A" :

$$V_A = \frac{KQ}{3r} = 300v$$

$$\Rightarrow \frac{KQ}{r} = 900v \quad ... (I)$$

En el punto "B" :

$$V_B = \frac{KQ}{r} \quad ... (II)$$

(I) en (II) :

$$\therefore V_B = 900v$$

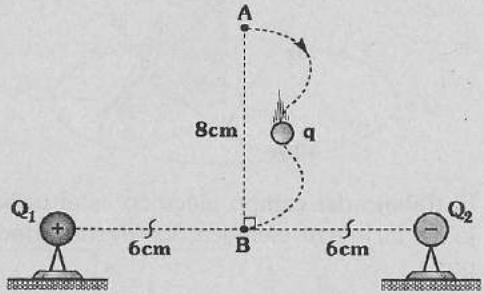
Reemplazando en (α) :

$$W_{AB}^{campo} = \left(10^{-6}\right)(300-900)$$

$$\therefore \boxed{W_{AB}^{campo} = -6\times10^{-4}\,J} \quad \textit{Rpta.}$$

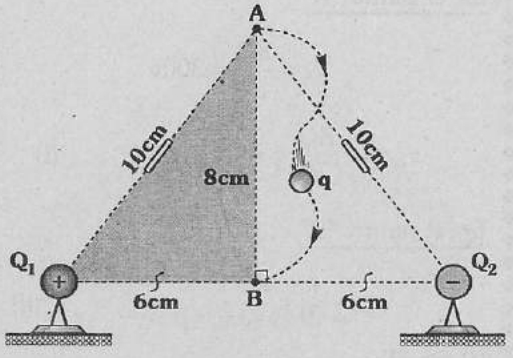
Aplicación N° 44

Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza eléctrica que actúa sobre la partícula electrizada con $q=-5\mu C$, cuando éste se traslada desde el punto "A" hasta "B" ($Q_1 = 12\times10^{-6}C$; $Q_2 = -6\times10^{-5}C$)



Resolución

$$q = -5\times10^{-6}C$$



En el tramo A–B de la partícula; el trabajo de la fuerza eléctrica que actúa sobre éste, estará dado por :

$$W_{AB}^{FEL} = q(V_A - V_B) \quad ... \ (\alpha)$$

En el punto "A" :

$$V_A = V_{(1)}^A + V_{(2)}^A$$

$$\Rightarrow V_A = \frac{KQ_1}{0,1} + \frac{KQ_2}{0,1}$$

$$V_A = \frac{\left(9\times10^9\right)\left(12\times10^{-6}\right)}{0,1} + \frac{\left(9\times10^9\right)\left(-6\times10^{-5}\right)}{0,1}$$

$$\therefore V_A = -432\times10^4\,v$$

En el punto "B" :

$$V_B = V_{(1)}^B + V_{(2)}^B$$

$$\Rightarrow V_B = \frac{KQ_1}{6\times10^{-2}} + \frac{KQ_2}{6\times10^{-2}}$$

$$V_B = \frac{\left(9\times10^9\right)\left(12\times10^{-6}\right)}{6\times10^{-2}} + \frac{\left(9\times10^9\right)\left(-6\times10^{-5}\right)}{6\times10^{-2}}$$

$$\therefore V_B = -720\times10^4\,v$$

Reemplazando en (α) :

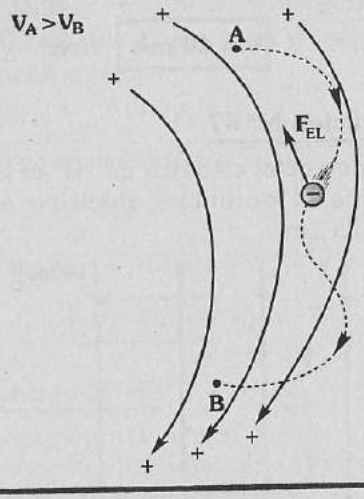
$$W_{AB}^{FEL} = \left(-5\times10^{-6}C\right)\left[\left(-432\times10^4 v\right) - \left(-720\times10^4 v\right)\right]$$

Resolviendo :

$$\boxed{W_{AB}^{FEL} = -14,4J} \quad \textit{Rpta.}$$

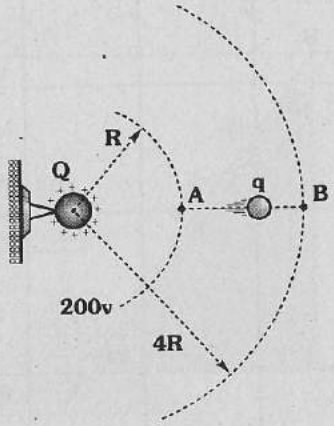
Nota

Como el trabajo de la "F_{EL}" nos sale negativo; entonces la "F_{EL}" se opone al movimiento en el tramo "A – B".

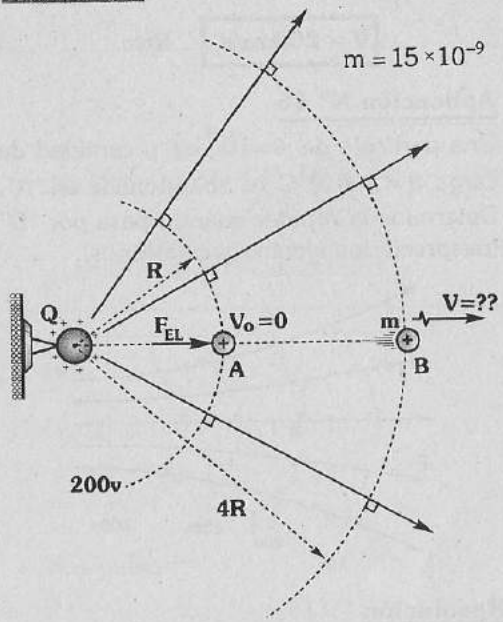


Aplicación N° 45

Una partícula electrizada con 2μC es abandonado en "A"; determine la rapidez que adquiere cuando pasa por "B". ($m_{partícula} = 15\times10^{-9}$ kg; desprecie los efectos gravitatorios).



Resolución



Del gráfico :

* $V_A = \dfrac{KQ}{R} = 200v$

* $V_B = \dfrac{KQ}{4R} = \dfrac{1}{4}\underbrace{\left(\dfrac{KQ}{R}\right)}_{200\,v} = \dfrac{1}{4}(200v)$

$\therefore$ $V_B = 50v$.

* En el tramo A – B :

$$\underbrace{W_{AB}^{NETO}}_{W_{AB}^{F_{EL}}} = (E_{cin.})_B - \cancel{(E_{cin.})_A}^{\,0}$$

$$W_{AB}^{F_{EL}} = \frac{1}{2}mV^2$$

$$q(V_A - V_B) = \frac{1}{2}mV^2$$

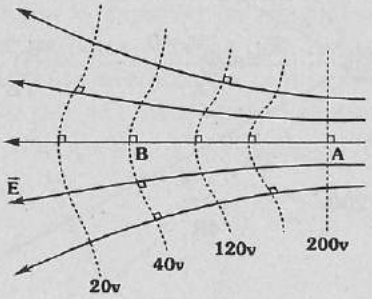
$$\left(2\times10^{-6}\right)(200-50) = \frac{1}{2}\left(15\times10^{-9}\right)V^2$$

Resolviendo :

$$\boxed{V = 200\ m/s} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación Nº 46

Una partícula de 4×10^{-4}kg y cantidad de carga $q = 2\times10^{-3}C$ es abandonada en "A". Determine la rapidez cuando pasa por "B" (desprecie los efectos gravitatorios).

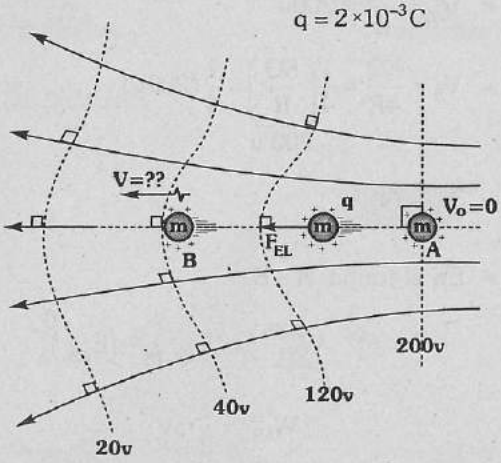


Resolución

Realizando el D.C.L. a la partícula :

$m = 4\times10^{-4}$kg

$q = 2\times10^{-3}C$



En el tramo A – B :

$$W_{AB}^{NETO} = (E_{cin.})_B - \overbrace{(E_{cin.})_A}^{0}$$

$$W_{AB}^{F_{EL}} = \frac{1}{2}mV^2$$

$$q(V_A - V_B) = \frac{1}{2}mV^2$$

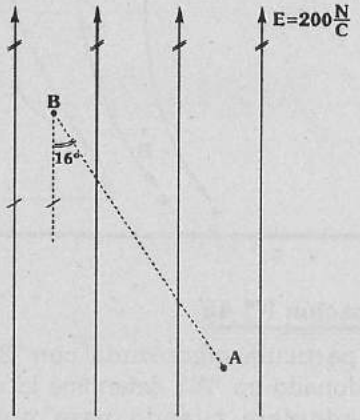
$$\left(2\times10^{-3}\right)(200-40) = \frac{1}{2}\left(4\times10^{-4}\right)V^2$$

Resolviendo :

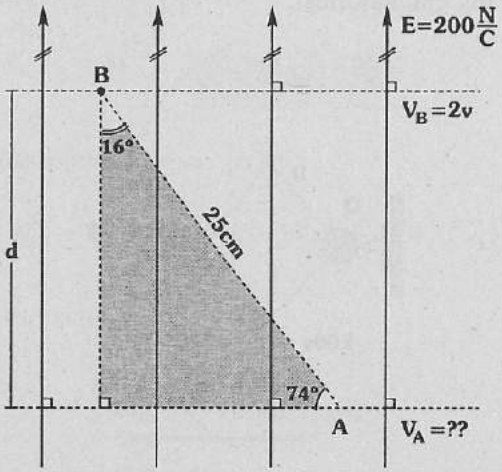
$$\therefore \quad \boxed{V = 40\ m/s} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación Nº 47

Si el potencial eléctrico en "B" es 2v, determine el potencial eléctrico en "A" (AB=25 cm)



Resolución



Del ◺sombreado :

$$d = 24 \text{ cm} \quad \text{... (notable)}$$

$$\Rightarrow \quad d = 24 \times 10^{-2} \text{m}$$

* Se sabe que las líneas de fuerza siempre se dirigen de mayor hacia el menor potencial eléctrico.

$$\Rightarrow \quad V_A > V_B$$

Luego ; por definición se sabe :

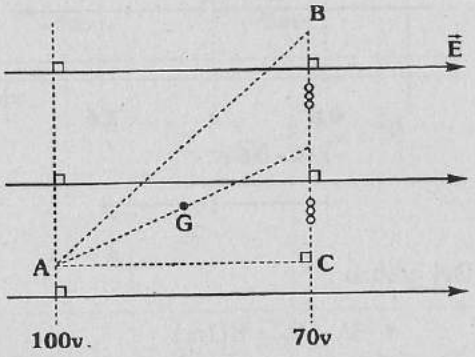
$$V_A - V_B = Ed$$

$$V_A - 2 = (200)\left(24 \times 10^{-2}\right)$$

$$\therefore \quad \boxed{V_A = 50v} \quad \textit{Rpta.}$$

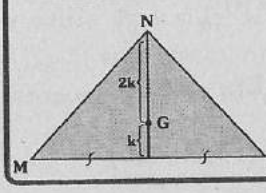
Aplicación Nº 48

En la región del campo eléctrico homogéneo mostrado. Determine la diferencia de potencial entre los puntos "A" y "G" (G: baricentro del triángulo ABC)

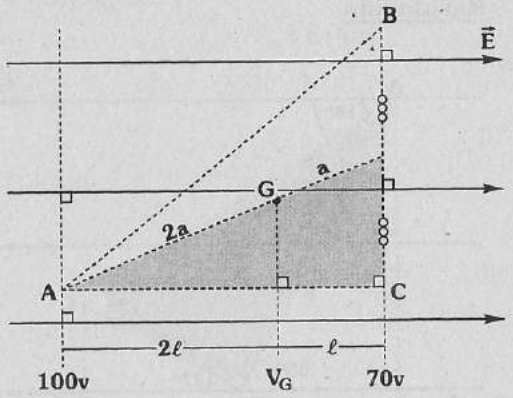


Resolución

¡Recuerde!



G:baricentro del ΔMNP



Del gráfico : $V_A - V_C = E(3\ell)$

$$\Rightarrow \quad 100v - 70v = E(3\ell)$$

$$\therefore \quad E\ell = 10v \quad \text{... (I)}$$

* Nos piden :

$$V_A - V_G = E(2\ell)$$

$$V_A - V_G = 2E\ell \quad \text{... (II)}$$

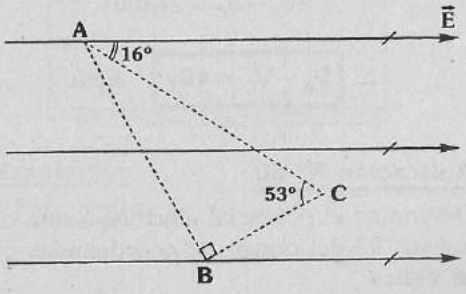
Reemplazando (I) en (II) :

$$V_A - V_G = 2(10v)$$

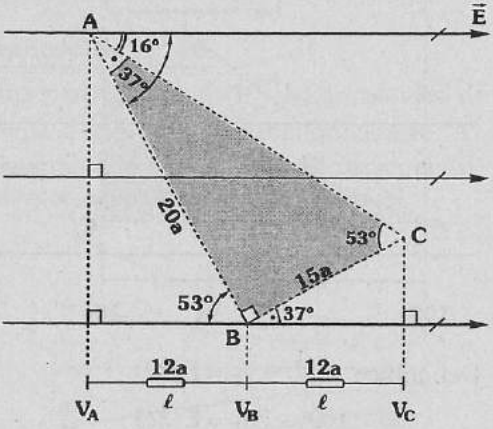
$$\therefore \quad \boxed{V_A - V_G = 20v} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación Nº 49

Si la diferencia de potencial entre los puntos "A" y "B" de un campo eléctrico homogéneo es 20v. Determine la diferencia de potencial entre "A" y "C".



Resolución



Del gráfico :

$$V_A > V_B > V_C$$

* Por definición :

$$\underbrace{V_A - V_B} = E(\ell)$$

$$20v = E\ell \quad \ldots (I)$$

* Nos piden :

$$V_A - V_C = E(2\ell)$$

$$\Rightarrow \quad V_A - V_C = 2E\ell \quad \ldots (II)$$

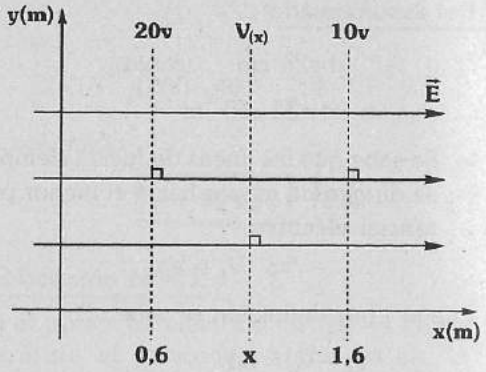
(I) en (II) :

$$V_A - V_C = 2(20v)$$

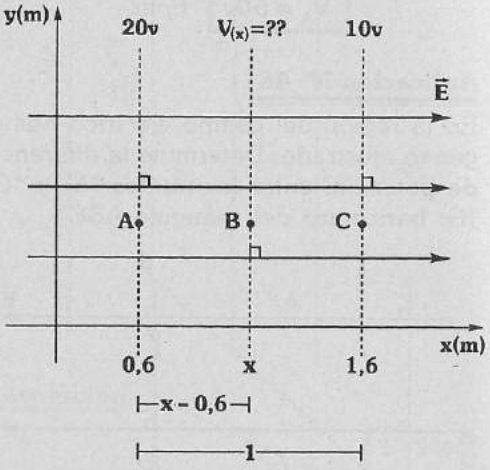
$$\therefore \boxed{V_A - V_C = 40v} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación Nº 50

Determine el potencial eléctrico a una distancia "x" del origen de coordenadas que se indica.



Resolución



Del gráfico :

* $V_A - V_C = E(1m)$

$$20v - 10v = E(1m)$$

$$\therefore \quad E = 10\frac{v}{m}$$

* $V_A - V_B = E(x - 0,6)$

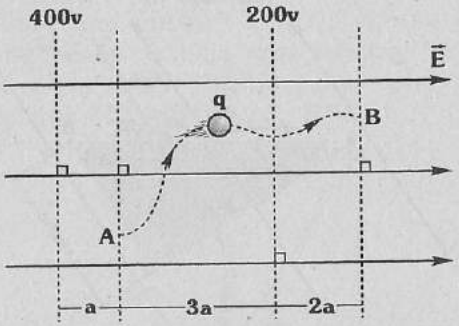
$$20 - V_{(x)} = (10)(x - 0,6)$$

Resolviendo :

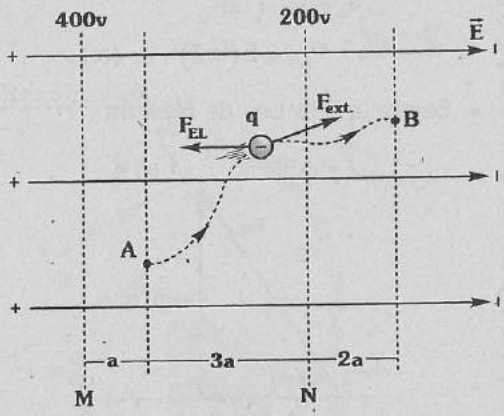
$$\boxed{V_{(x)} = 26 - 10x} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación Nº 51

Determine el trabajo que debe desarrollar un agente externo para trasladar lentamente una carga eléctrica de $q = -20\mu C$ desde "A" hasta "B" (desprecie los efectos gravitatorios)



Resolución



Como la partícula se traslada lentamente, y sobre ésta sólo actúan la "F_{EL}" y la "$F_{ext.}$"; entonces el trabajo del agente externo en el tramo A – B, estará dado por :

$$W_{AB}^{F_{EXT.}} = q(V_B - V_A) \quad \ldots (\alpha)$$

* Del gráfico :

$$V_M - V_N = E(4a)$$

$$400v - 200v = E(4a)$$

$$\therefore \quad Ea = 50v \quad \ldots (I)$$

Además :

$$* \quad V_A - V_B = E(5a)$$

$$\Rightarrow \quad V_B - V_A = -5Ea \quad \ldots (II)$$

(I) en (II) :

$$V_B - V_A = -5(50v)$$

$$\therefore \quad V_B - V_A = -250v$$

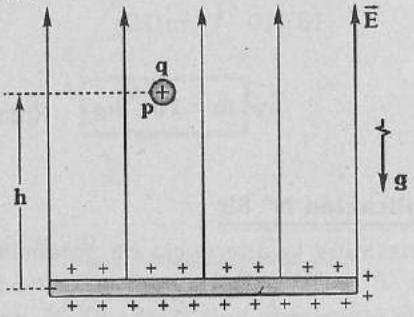
Reemplazando valores en (α) :

$$W_{AB}^{F_{ext.}} = \left(-20\times10^{-6}C\right)(-250v)$$

$$\therefore \quad \boxed{W_{AB}^{F_{ext.}} = 5\times10^{-3}J} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación Nº 52

El potencial eléctrico a cierta altura respecto de la placa que se indica varía según $V = (800 - 10h)v$ donde "h" está en metros, qué masa tiene la partícula electrizada con $q = 10\mu C$, si se mantiene en equilibrio en "P" $(g = 10\ m/s^2)$

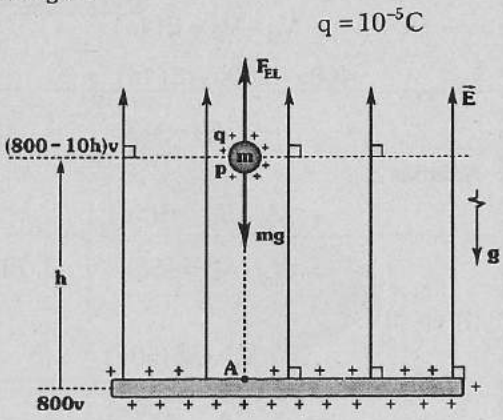


Resolución

* Para h = 0 :

$$V = (800 - 10(0))v \quad \Rightarrow \quad V = 800v \quad \ldots \left(\begin{smallmatrix}\text{para}\\ h=0\end{smallmatrix}\right)$$

Luego :



Por definición :

* $V_A - V_p = Eh$

$(800) - (800 - 10h) = Eh \Rightarrow 10\not{h} = E\not{h}$

$\therefore \quad E = 10\dfrac{N}{C}$

* Para la partícula :

$F_{EL} = mg$ ... *(equilibrio)*

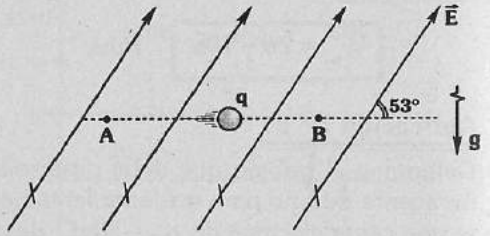
$Eq = mg$

$(10)\left(10^{-5}\right) = m(10)$

$\therefore \boxed{\mathbf{m = 10^{-5}\ kg}}$ *Rpta.*

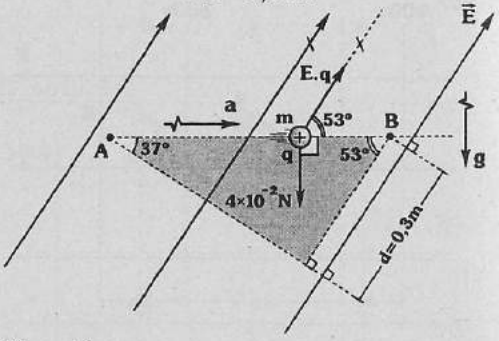
Aplicación N° 53

Determine la diferencia de potencial entre "A" y "B", si al abandonar una partícula electrizada con $q = 5\times10^{-6}$C en "A", ésta se mueve horizontalmente pasando luego por B ($m_{partícula} = 4\times10^{-3}$ kg ; AB=0,5 m; g=10 m/s²)



Resolución

AB=0,5 m



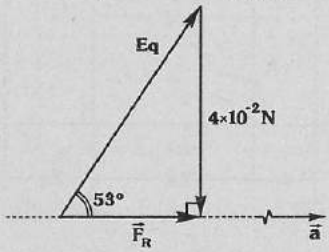
Nos piden :

$V_A - V_B = Ed$

$\Rightarrow \quad V_{AB} = E(0,3) \quad ... \ (\alpha)$

* Según la 2da Ley de Newton :

$\vec{F}_R = m\vec{a} \quad ; \quad \vec{F}_R // \vec{a}$



$\Rightarrow \quad Eq = 5\times10^{-2}$N

$E\left(5\times10^{-6}\text{C}\right) = 5\times10^{-2}$N

$\therefore \quad E = 10^4\dfrac{N}{C}$

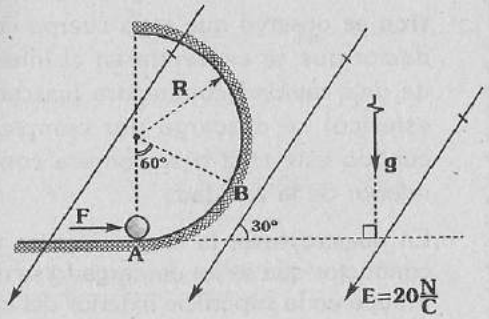
En (α) :

$$V_{AB} = 10^4 (0,3)$$

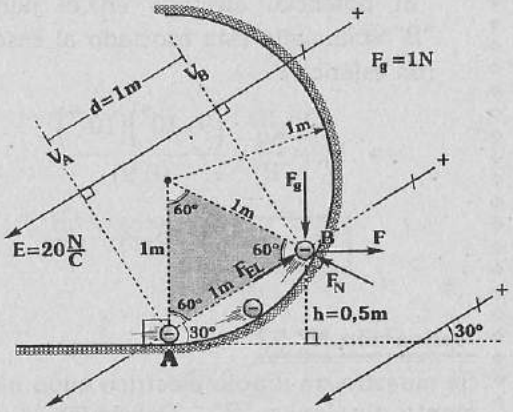
$$\therefore \boxed{V_{AB} = 3\,000v} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación Nº 54

La esfera de 0,1 kg electrizada con $q = -4 \times 10^{-3} C$ es trasladada lentamente sobre la superficie lisa y aislante mediante una fuerza "$\vec{F}$". Determine la cantidad de trabajo que realiza "$\vec{F}$" sobre la esfera hasta pasar por la posición "B" ($g=10\ m/s^2$; $R=1m$)



Resolución



Del gráfico :

$$* \ V_B > V_A \ \Rightarrow \ V_B - V_A = Ed$$

$$V_B - V_A = (20)(1)$$

$$\therefore \ V_A - V_B = -20v$$

* En el tramo A – B :

Como la partícula se traslada lentamente; entonces se tendrá :

$$W_{AB}^{neto} = 0$$

$$\Rightarrow \ W_{AB}^{F_{EL}} + W_{AB}^{F_g} + W_{AB}^{F} + \cancel{W_{AB}^{F_N}}^{0} = 0$$

$$q(V_A - V_B) - F_g h + W_{AB}^{F} = 0$$

(F_{EL} se opone al movimiento)

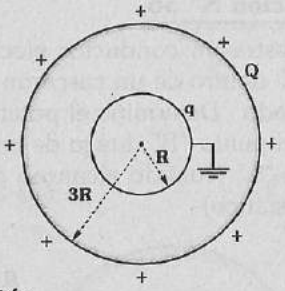
$$\left(-4 \times 10^{-3}\right)(-20) - (1)(0,5) + W_{AB}^{F} = 0$$

$$0,08 - 0,5 + W_{AB}^{F} = 0$$

$$\therefore \boxed{W_{AB}^{F} = 0,42J} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación Nº 55

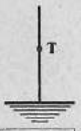
En el gráfico se muestra a dos cascarones esféricos concéntricos electrizados. Determine la carga "q" si $Q = 6\,\mu C$.



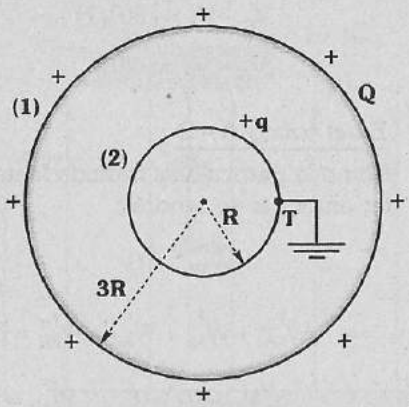
Resolución

Recuerde :

Si :



$$\Rightarrow \boxed{V_T = 0v}$$



$V_T = 0v$

En el punto "T"

$$V_T = V_{(1)}^T + V_{(2)}^T$$

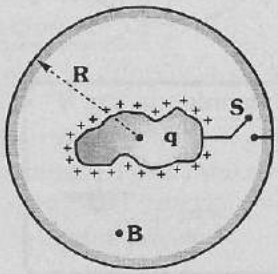
$$0 = \frac{KQ}{3R} + \frac{Kq}{R} \Rightarrow q = \frac{-Q}{3}$$

$$\Rightarrow q = -\frac{6\mu C}{3}$$

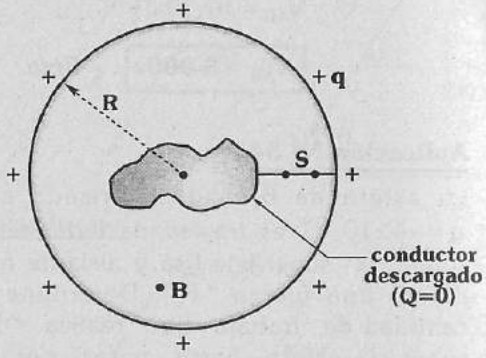
$$\therefore \boxed{q = -2\mu C} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación N° 56

Se muestra un conductor electrizado con $q=1\mu C$ dentro de un cascarón esférico no electrizado. Determine el potencial eléctrico en el punto "B", luego de cerrar el interruptor "S" (cuando alcanzan el equilibrio electrostático)



Resolución



* En la teoría de **blindaje electrostático** se observó que todo cuerpo conductor que se encuentra en el interior de una cavidad conductora (cascarón esférico) se descarga por completo, cuando éste toca o se conecta con el interior de la cavidad.

En nuestro caso; la carga eléctrica del conductor que se ha descargado se distribuye en la superficie exterior del cascarón.

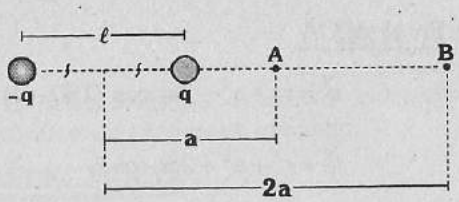
* El potencial eléctrico en el punto "B" solamente esta asociado al cascarón esférico :

$$\Rightarrow V_B = \frac{Kq}{R} = \frac{\left(9\times10^9\right)\left(10^{-6}\right)}{(0,9)}$$

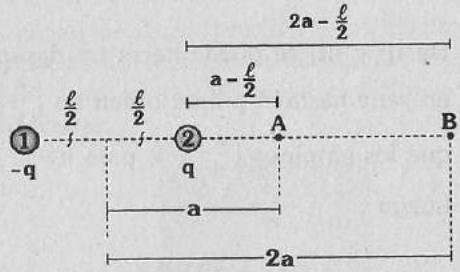
$$\therefore \boxed{V_B = 10^4 v} \quad \textit{Rpta.}$$

Aplicación N° 57

Se muestra un dipolo eléctrico cuyo momento dipolar es "P". Determine la diferencia de potencial eléctrico entre "A" y "B" ($a>>\ell$; el momento dipolar se define como $P=q\ell$)



Resolución



Como : $a >> \ell \Rightarrow \dfrac{\ell}{a} << 1$

$$\therefore \boxed{\left(\frac{\ell}{a}\right)^n \approx 0} \qquad n>1$$

* En el punto "A" :

$$V_A = V_{(1)}^A + V_{(2)}^A$$

$$\Rightarrow V_A = \frac{K(-q)}{a+\ell/2} + \frac{Kq}{a-\ell/2}$$

$$\therefore V_A = \frac{4K\,q\ell}{4a^2-\ell^2} \qquad \ldots (I)$$

* En el punto "B" :

$$V_B = V_{(1)}^B + V_{(2)}^B$$

$$V_B = \frac{K(-q)}{2a+\ell/2} + \frac{Kq}{2a-\ell/2}$$

$$\therefore V_B = \frac{4Kq\ell}{16a^2-\ell^2} \qquad \ldots (II)$$

Nos piden :

$$V_A - V_B = \left(\frac{4Kq\ell}{4a^2-\ell^2}\right) - \left(\frac{4Kq\ell}{16a^2-\ell^2}\right)$$

Reduciendo :

$$V_A - V_B = \frac{48Kq\ell a^2}{(4a^2-\ell^2)(16a^2-\ell^2)}$$

Dividiendo entre a^4 a cada termino :

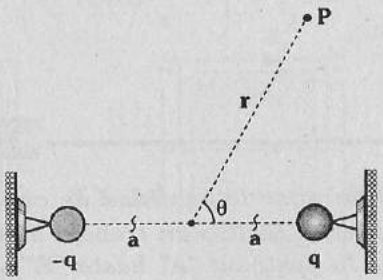
$$V_A - V_B = \frac{\dfrac{48Kq\ell}{a^2}}{\left(4-\dfrac{\ell^2}{a^2}\right)\left(16-\dfrac{\ell^2}{a^2}\right)}$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = \frac{48Kq\ell}{64a^2} = \frac{3K(q\ell)^P}{4a^2}$$

$$\therefore \boxed{V_A - V_B = \frac{3KP}{4a^2}} \qquad \textit{Rpta.}$$

Aplicación Nº 58

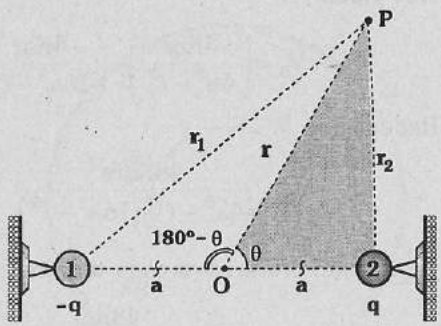
Se muestra el siguiente dipolo eléctrico; determine el potencial eléctrico en el punto "P". (r>>>a).



Resolución

Como $r >>> a \Rightarrow \dfrac{a}{r} <<< 1$

$$\therefore \boxed{\left(\frac{a}{r}\right)^n \approx 0} \qquad n>1$$



En el punto "P" :

$$V_P = V_{(1)}^P + V_{(2)}^P$$

$$\Rightarrow \quad V_P = \frac{K(-q)}{r_1} + \frac{Kq}{r_2}$$

$$\therefore \quad V_P = Kq\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) \qquad \ldots (\alpha)$$

En el ΔPOB :

Ley de cosenos :

$$r_2^2 = r^2 + a^2 - 2ar\cos\theta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{1}{r}\left(1 - \frac{2a}{r}\cos\theta + \frac{a^2}{r^2}\right)^{-1/2} \qquad \ldots (I)$$

En el ΔPOA :

$$r_1^2 = r^2 + a^2 - 2ar\cos(180 - \theta)$$

$$r_1^2 = r^2 + a^2 + 2ar\cos\theta$$

$$\therefore \quad \frac{1}{r_1} = \frac{1}{r}\left(1 + \frac{2a\cos\theta}{r} + \frac{a^2}{r^2}\right)^{-1/2} \qquad \ldots (II)$$

De (I) y (II) se puede hacer un desarrollo en serie hasta el primer orden en $\left(\frac{a}{r}\right)$, ya que los términos $\left(\frac{a}{r}\right)^n \approx 0$ para $n > 1$.

Luego :

$$\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} = \frac{2a\cos\theta}{r^2} \qquad \ldots (\beta)$$

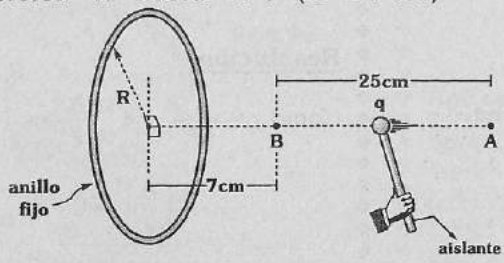
Reemplazando (β) en (α) :

$$V_P = Kq\left(\frac{2a\cos\theta}{r^2}\right)$$

$$\therefore \quad \boxed{V_P = \frac{2Ka\cos\theta}{r^2}} \qquad \textit{Rpta.}$$

"Para el Lector" :

Determine la cantidad de carga eléctrica que presenta el anillo, si el agente externo realiza un trabajo de 0,27J sobre $q = -1\mu C$ ***, para llevarlo lentamente de la posición "A" hasta "B". (R=24 cm)***



Rpta. **$-20\mu C$**

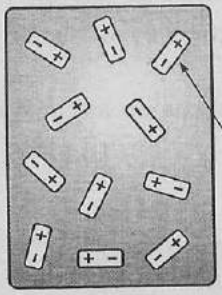
POLARIZACIÓN

Es la orientación de los dipolos eléctricos moleculares de un dieléctrico, cuando éste se introduce en un campo eléctrico.

DIELÉCTRICO :

Es aquel material que no conduce la electricidad (*es un aislante eléctrico*) debido a que no posee electrones libres; como por ejemplo, el vidrio, el papel, la porcelana, el aire, etc.

El núcleo de carga positiva y los electrones de carga negativa de los átomos de estas sustancias no se separan fácilmente, es por eso que no presenta electrones libres, esta unión entre el núcleo y los electrones de un átomo se denomina **dipolo eléctrico molécular**.

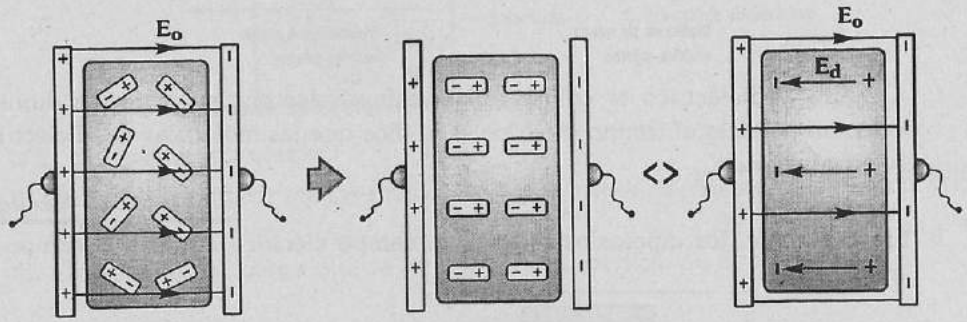


Dieléctrico

En el interior de un dieléctrico; un dipolo (− +) aporta con un pequeño campo eléctrico, pero existe muchos y todos orientados al azar, anulándose el campo eléctrico total ($E_{total}=0$).

CUANDO UN DIELÉCTRICO SE UBICA EN UN CAMPO ELÉCTRICO :

Consideremos el siguiente caso :



Los dipolos empiezan a orientarse

Los dipolos terminan de orientarse.

El campo eléctrico "E_o" ejerce fuerzas sobre los dipolos del dieléctrico, orientándolas de tal manera que **el dieléctrico logra polarizarse** generándose en el interior de él un campo eléctrico adicional cuya intensidad es "E_d" .

Luego; la intensidad del campo eléctrico total en el interior del dieléctrico será :

$$E_F = E_o - E_d \qquad \text{donde :} \quad E_F = \frac{E_o}{\varepsilon}$$

(ε : constante dieléctrica)

Como $E_F < E_o$, entonces al introducir el dieléctrico la intensidad del campo disminuye, en la región donde se encuentra el dieléctrico.

Ejemplo Ilustrativo①:

En un campo eléctrico homogéneo se coloca una lámina dieléctrica perpendicular al campo. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones :

I. Las moléculas se polarizan y constituyen los llamados **dipolos**.

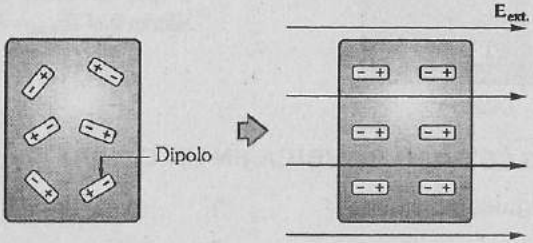
II. Los dipolos establecen un campo eléctrico opuesto al externo.

III. El campo eléctrico resultante dentro del dieléctrico es de menor intensidad que el campo eléctrico externo.

IV. Los dipolos se orientan perpendicularmente al campo eléctrico externo.

A) FFFF B) FVFF C) VVVF D) FFVF E) VVFF

Resolución :



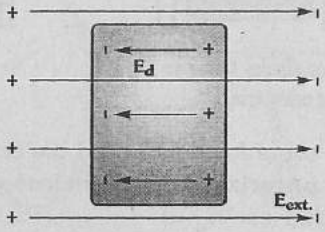
Dieléctrico sin campo eléctrico externo.

Dieléctrico con campo eléctrico externo.

I. Cuando el dieléctrico se coloca en un campo eléctrico externo, sus dipolos se orientan paralelo al campo electrico, y se dice que las moléculas del dieléctrico se han **polarizado**.

Proposición : ***Verdadera***

II. Efectivamente, los dipolos establecen un campo eléctrico opuesto al campo eléctrico externo.



E_d : Campo eléctrico asociados al dieléctrico.

Proposición : ***Verdadera***

III) Dentro del dieléctrico el campo eléctrico resultante (total) estará dado por :

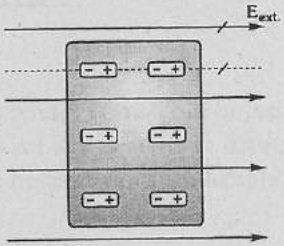
$$E_{res.} = E_{ext.} - E_d$$

$$\therefore \quad E_{res.} < E_{ext.}$$

"*disminuye la intensidad del campo eléctrico*"

Proposición : ***Verdadera***

IV. Observe que los dipolos se orientan paralelamente al campo eléctrico externo, más no perpendicularmente.

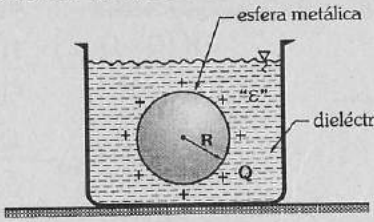


Proposición : ***Falsa***

$\therefore$ VVVF *Rpta.*

Ejemplo Ilustrativo②:

Con respecto a la gráfica indique con "V" si es verdadero o "F" si es falso, para cada una de las siguientes proposiciones.



ε: constante dieléctrica

I. El dieléctrico se polariza.

II. El dieléctrico ejerce mayor presión sobre la esfera electrizada que cuando está sin electrizar.

III. La cantidad de carga que se induce en la superficie de la esfera es :

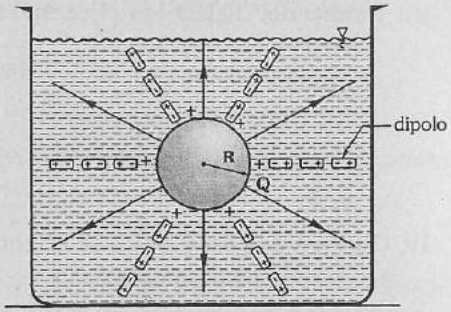
$$Q_{ind.} = -Q\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

IV. El dieléctrico reduce el valor de la intensidad del campo a: $\frac{E}{\varepsilon}$ en cualquier punto del dieléctrico.

A) VFVV B) FFVV C) VVVV D) VVFV E) VFFV

Resolución :

I. Debido a la influencia del campo eléctrico asociado a la esfera metálica (conductora), el dieléctrico se polariza (orienta sus dipolos moleculares).

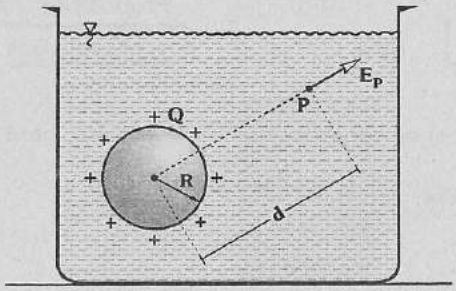


Proposición : ***Verdadera***

II. Cuando la esfera se electriza, el dieléctrico ejerce mayor presión sobre la esfera que cuando esta sin electrizar, esto se debe a que los dipolos moleculares se adhieren a la superficie de la esfera ejerciendo una presión adicional.

Proposición : ***Verdadera***

III.



Del gráfico; la intensidad del campo eléctrico (en módulo) en el punto "P", estará dado por :

$$\underbrace{E_p} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{KQ}{d^2}\right)$$

$$\frac{K(Q+Q_{ind.})}{d^2} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{KQ}{d^2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad Q+Q_{ind.} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

$$\therefore \quad Q_{ind.} = -Q\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right)$$

Proposición : **Verdadera**

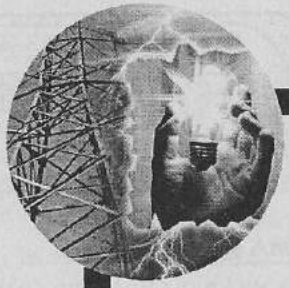
IV. En cualquier punto del dieléctrico; la intensidad del campo eléctrico estará dado por :

$$E_p = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{KQ}{d^2}\right) = \frac{1}{\varepsilon}(E) \quad \Rightarrow \quad E_p = \frac{E}{\varepsilon}$$

disminuye el campo eléctrico en un factor "ε".

Proposición : **Verdadera**

$\therefore$ **VVVV** *(Rpta)*



FÍSICA

PROBLEMAS RESUELTOS

ELECTROSTÁTICA

CARGA ELÉCTRICA

Electrostática

Si:

$Q = n|q_e|$

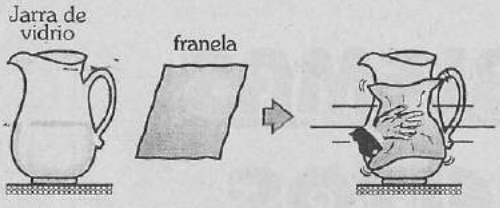
Donde:

$q_e = -1{,}6\cdot10^{-19}C$

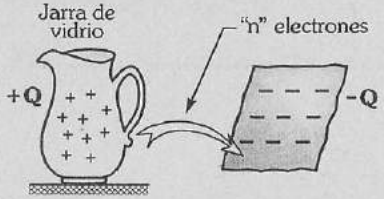
PROBLEMA Nº 1

Luego de lustrar una jarra de vidrio se observa que la jarra adquiere una carga eléctrica de 3,2 nC. Calcular el número de electrones transferidos durante la frotación entre el vidrio y la franela, si ellos inicialmente estaban electricamente neutros.

Resolución



Luego del frotamiento :



Según el dato del problema se sabe :

$$Q = 3{,}2nC \Rightarrow \underline{Q = 3{,}2\times10^{-9}C}$$

* Por definición, se sabe que :

$$Q = n|q_e| \quad ; \quad n = \#\text{ de electrones transferidos}$$

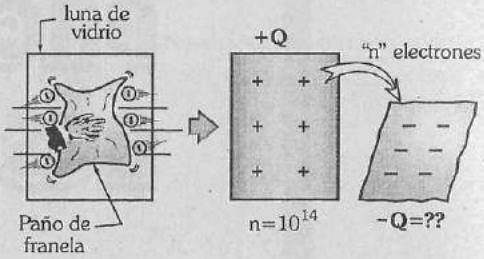
$$\Rightarrow 3{,}2\times10^{-9}C = n\left(1{,}6\times10^{-19}C\right)$$

$$\therefore \boxed{n = 2\times10^{10}\text{ electrones}} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 2

Un estudiante limpia una luna de vidrio frotándola con un paño de franela. Si se determina que hubo una transferencia de 10^{14} electrones. Determine la cantidad de carga que adquiere el paño de franela. (Considere que inicialmente el paño y la luna de vidrio estan electricamente neutros).

Resolución



Durante el frotamiento, el paño gana "n" electrones del vidrio; en consecuencia el vidrio se carga positivamente y el paño negativamente.

Luego : $Q = n|q_e|$

$$\Rightarrow Q = \left(10^{14}\right)\left(1{,}6\times10^{-19}\right)$$

$$\Rightarrow Q = 16\times10^{-6}C$$

$$\therefore Q = 16\mu C$$

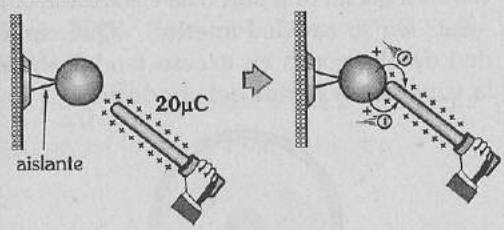
Nos piden :

$$\boxed{-Q = -16\mu C} \quad \textit{Rpta.}$$

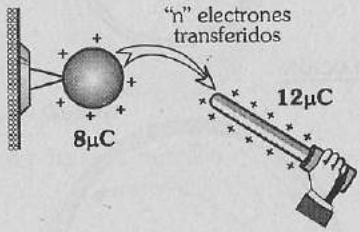
PROBLEMA Nº 3

Una barra de metral electrizada con $20\,\mu C$, se pone en contacto con una esfera metálica no electrizada, de manera que luego de separarlas, la barra queda electrizada con $12\,\mu C$. Determine cuántos electrones perdió la esfera.

RESOLUCIÓN



Finalmente :



Del gráfico :

$$Q_{trans.} = 20\mu C - 12\mu C$$

$$Q_{trans.} = 8\mu C$$

$$n_{trans.}|q_e| = 8\times10^{-6}C$$

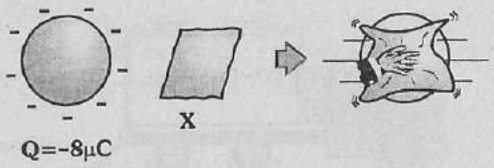
$$n_{trans.}\left(1{,}6\times10^{-19}C\right) = 8\times10^{-6}C$$

$$\therefore \boxed{n_{trans.} = 5\times10^{13}\ \text{electrones}} \quad \textit{Rpta.}$$

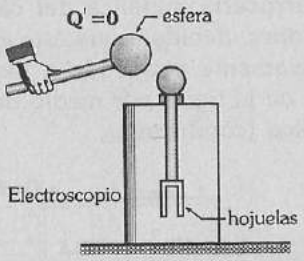
PROBLEMA Nº 4

Una pequeña esfera esta electrizada con $-8\,\mu C$. Si se frota con una sustancia "X" y luego se nota que al colocar a la esfera en un electroscopio las hojuelas de éste no se separan. Determinar la cantidad de electrones transferidos entre la esfera y la sustancia "X".

RESOLUCIÓN



Luego del frotamiento; colocamos la esfera a un electroscopio :



Como las hojuelas del electroscopio no se separan; entonces la carga eléctrica de la esfera es cero $(Q' = 0)$.

Luego ; se concluye que :

$$Q_{trans.} = 8\mu C$$

$$n_{trans.}|q_e| = 8\times10^{-6}C$$

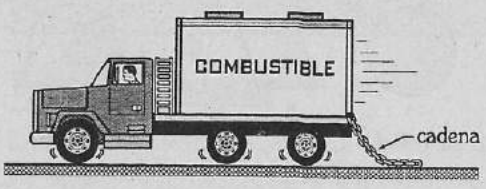
$$n_{trans.}\left(1{,}6\times10^{-19}C\right) = 8\times10^{-6}C$$

$$\therefore \boxed{n_{trans.} = 5\times10^{13}\ \text{electrones}} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 5

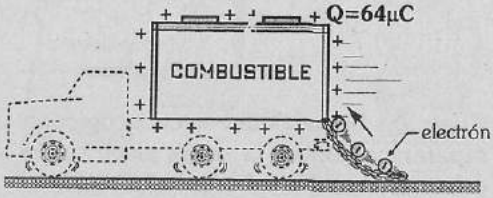
Debido a la fricción con el aire; la carrocería de un camión que transporta combustible se electriza con $64\,\mu C$. Para evitar que se produzca una chispa eléctrica y esto, traiga como consecuencia una explosión, el camión lleva consigo una cadena metálica la cual al estar en contacto con

tierra permite que el camión se descargue. Determine el número de electrones que debe de ganar la carrocería para neutralizarse.

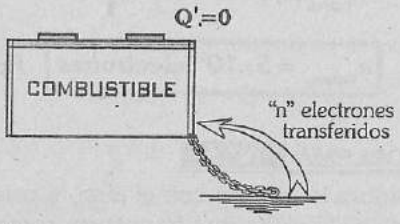


RESOLUCIÓN

La carroceria metálica del camión gana electrones, debido a que éste esta cargado positivamente atrayendo a los electrones libres de la tierra por medio de la cadena metálica (conductor).



Luego de neutralizarse electricamente la carrocería, el flujo de electrones en la cadena cesará; esto se dara mientras que la carrocería este electricamente neutro, en caso contrario seguirá el flujo de electrones.



Luego :

$$Q_{trans.} = 64\mu C$$

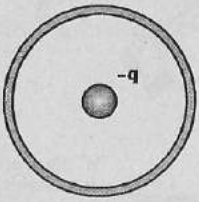
$$n_{trans.}\left|q_e\right| = 64\times10^{-6}C$$

$$n_{trans.}\left(1{,}6\times10^{-19}C\right) = 64\times10^{-6}C$$

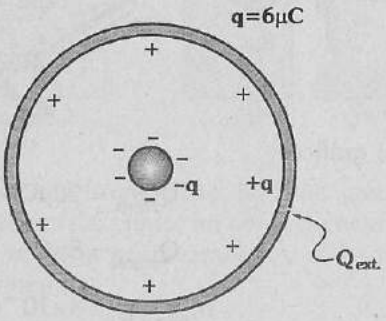
$$\therefore \quad \boxed{n_{trans.} = 4\times10^{14}\ electrones} \quad Rpta.$$

PROBLEMA Nº 6

Un conductor metálico hueco esta electrizado con $-2\mu C$. Si con sumo cuidado hacemos ingresar una partícula electrizada con $-6\mu C$ en su cavidad interior. ¿Qué cantidad de electrones en exceso tendrá ahora la superficie exterior del conductor?



RESOLUCIÓN



La partícula con carga " $-q$ " induce una carga $+q$ en la superficie interna del conductor hueco (ver la teoría).

* Se sabe que la carga neta del conductor hueco es $-2\mu C$; entonces se tendrá :

$$+q + Q_{ext.} = -2\mu C \quad \text{... (carga neta)}$$

$$6\mu C + Q_{ext.} = -2\mu C$$

$$\Rightarrow \quad Q_{ext.} = -8\mu C$$

$$\underbrace{-n|q_e|}_{\text{exceso de electrones}} = -8\times10^{-6}\,C$$

$$n\left(1{,}6\times10^{-19}\,C\right) = 8\times10^{-6}\,C$$

Resolviendo :

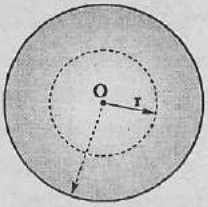
$$\boxed{n = 5\times10^{13}\ \text{electrones}}$$ *Rpta.*

PROBLEMA Nº 7

Un disco circular de 5 cm de radio presenta una densidad de carga superficial

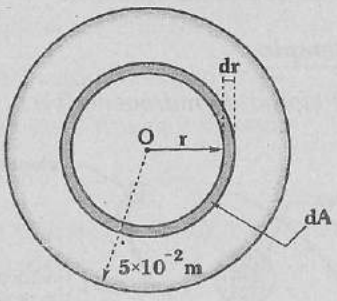
$\sigma = \left(\dfrac{3r}{200\pi}\right)\dfrac{C}{m^2}$; donde "r" esta en metros.

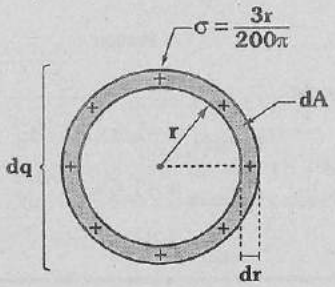
Determine la carga total del disco.



Resolución

Para una pequeña porción de área :





* El área de la pequeña porción estará dada por :

$$dA = 2\pi r\,dr \qquad \ldots (I)$$

* Para la pequeña porción del disco; la densidad de carga superficial "σ" es practicamente uniforme :

$$\Rightarrow\ \sigma = \frac{dq}{dA}$$

$$\therefore\ dq = \sigma dA \qquad \ldots (II)$$

Reemplazando (I) en (II) :

$$dq = \sigma(2\pi r\,dr)$$

$$\Rightarrow\ dq = \left(\frac{3r}{200\pi}\right)(2\pi r\,dr)$$

$$\therefore\ dq = \frac{3r^2}{100}dr \qquad \ldots (\alpha)$$

Integrando a cada miembro de la ecuación (α) :

$$\int dq = \int_{r=0}^{r=5\times10^{-2}} \frac{3r^2}{100}\,dr$$

$$q = \left[\frac{r^3}{100}\right]_{r=0}^{r=5\times10^{-2}}$$

$$\Rightarrow\ q = \frac{\left(5\times10^{-2}\right)^3}{100} - \frac{(0)^3}{100}$$

Recuerde :

Si : $I = \int_a^b x^n$

$$\Rightarrow\ I = \left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_a^b$$

$$\therefore\ \boxed{q = 1{,}25\times10^{-6}\,C = 1{,}25\,\mu C}$$ *Rpta.*

Observación

En el problema; si la "σ" fuese constante, la carga total del disco se hallaría con facilidad, de la siguiente manera : $q = \sigma A$ ***. Pero como "σ" varía con la distancia radial "r", entonces se ha utilizado el cálculo superior de las matemáticas.***

PROBLEMA Nº 8

Estimar el número de cargas positivas en Coulumb que hay en un vaso que contiene 180 cm^3 de agua.

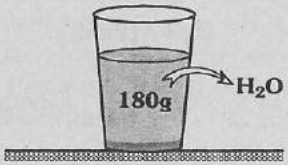
$$\left(N_A = 6\times10^{23}\ ;\ P.A._{(H_2O)} <> 18g/mol\right.$$

N_A : número de Avogadro

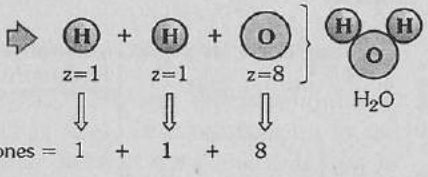
RESOLUCIÓN

Cuidado :

$180cm^3{}_{(H_2O)} <> 180g_{(H_2O)}$



* Debemos de saber que en una molécula de agua (H_2O) existe 2 átomos de hidrógeno (H) y un átomo de oxígeno (O).



$$\therefore \quad \#\ \text{de protones} = 10 \quad \ldots \left(\begin{matrix}\text{en una}\\ \text{molécula}\end{matrix}\right)$$

Se sabe :

$$\overbrace{N_A\ \text{moléculas}}^{1\ \text{mol}} \rightarrow 18g$$

$$\Rightarrow \quad x \rightarrow 180g$$

Recuerde :
Se sabe que en una mol de H_2O existe "N_A" moléculas.

$$\therefore \quad x = (10N_A)\ \text{moléculas}_{(H_2O)}$$

Luego :

$$1\ \text{molécula}_{(H_2O)} \rightarrow 10\ \text{protones}$$

$$(10N_A)_{\text{moléculas}_{(H_2O)}} \rightarrow \underset{??}{n}$$

$$\Rightarrow \quad n = (10^2\ N_A)_{\text{protones}}$$

$$n = 10^2\left(6\times10^{23}\right)_{\text{protones}}$$

$$\therefore \quad n = \underline{6\times10^{25}\ \text{protones}}$$

Se concluye que en el vaso de agua existe 6×10^{25} protones :

$$\Rightarrow \quad Q_{positiva} = nq_{proton} = \left(6\times10^{25}\right)\left(+1{,}6\times10^{-19}C\right)$$

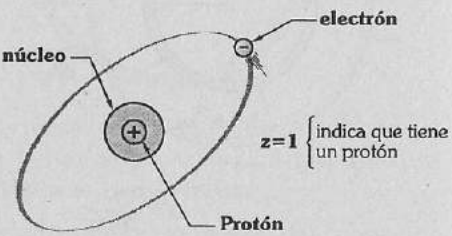
$$\therefore \quad \boxed{Q_{positiva} = 9{,}6\times10^{6}C} \quad \textit{Rpta.}$$

Observación

Todo átomo esta conformado por un núcleo donde se encuentra los protones y neutrones; y alrededor del núcleo giran los electrones en trayectorias indefinidas. También debemos de saber que el número atomico "Z" nos representa el número de protones que tiene el átomo.

Ejemplo :

El átomo de hidrógeno (H) :



Donde :

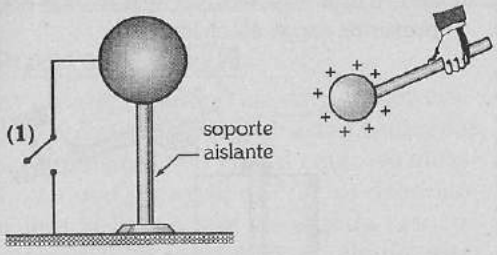
$$q_{electrón} = -1{,}6\times10^{-19}C$$

$$q_{protón} = +1{,}6\times10^{-19}C$$

$$q_{neutrón} = 0$$

PROBLEMA Nº 9

Durante un experimento desarrollado con una esfera metálica (*inicialmente neutro*), se efecturaron los siguientes pasos



I) Se le acercó un cuerpo electrizado positivamente (sin tocarlo).

II) La esfera se conecta a tierra por un momento mediante un conductor (1) pero sin retirar el cuerpo que inicialmente se le acerca.

III) Finalmente, se retiró el cuerpo electrizado positivamente.

Al final del experimento, la esfera quedó :

A) Electrizado positivamente.

B) Electrizado negativamente.

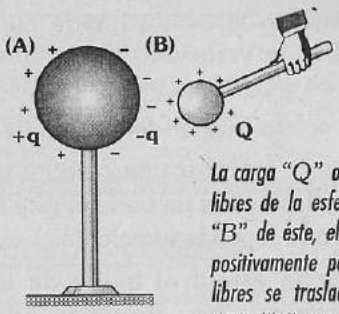
C) Neutro.

D) No se puede precisar exactamente el resultado.

E) N.A.

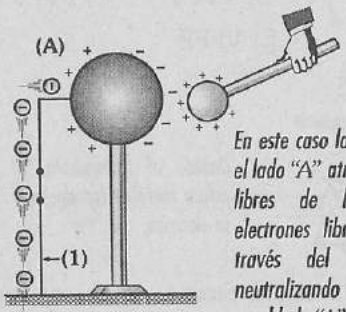
Resolución

I. Cuando se le acerca un cuerpo electrizado positivamente a la esfera metálica (conductora); en la esfera existirá un reordenamiento de cargas eléctricas, tal como se muestra :



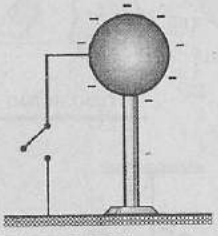
La carga "Q" atrae a los electrones libres de la esfera metálica al lado "B" de éste, el lado "A" se carga positivamente porque los electrones libres se trasladan de "A" hacia "B" ("A" pierde electrones y "B" los gana).

II. Cuando la esfera se conecta a tierra mediante un hilo conductor (en el lado "A").



En este caso la carga positiva en el lado "A" atrae a los electrones libres de la tierra, estos electrones libres se mueven a través del conductor (1), neutralizando la carga positiva en el lado "A".

III. Finalmente la esfera metálica quedará cargado negativamente porque gana electrones de la tierra.



Clave : B *Rpta.*

PROBLEMA Nº 10

Un alumno frota una esfera metálica con un paño de seda y determina que debi-

do al frotamiento la esfera pierde electrones, analice la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

I. La esfera se electriza en forma positiva.

II. Al acercar la esfera a una pelotita de teknopor suspendida de un hilo, éste se desvía siendo repelida la pelotita.

III. Al acercar la esfera al bulbo de un electroscopio, las hojuelas del electroscopio se separan.

IV. Al conectar la esfera a tierra mediante un hilo conductor fino; ella gana electrones.

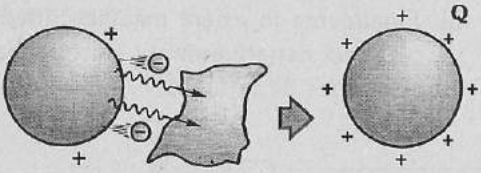
A) VVVV B) VVFV C) FVFV

D) VFVV E) VFFF

RESOLUCIÓN

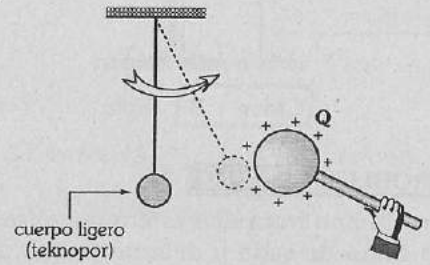
Debido al frotamiento, la esfera metálica (conductora) se electriza.

I. Como la esfera pierde electrones; entonces éste se electriza positivamente :



*Proposición : **Verdadera***

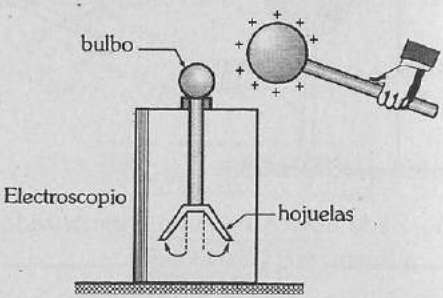
II.



Se sabe que los cuerpos electrizados atraen a los cuerpos ligeros neutros, mas no los repelen.

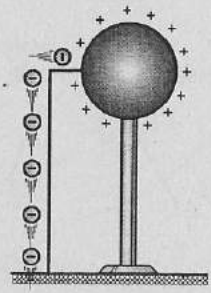
*Proposición : **Falsa***

III. Efectivamente, debido a que la esfera presenta carga eléctrica.



*Proposición : **Verdadera***

IV. Cuando la esfera se conecta a tierra mediante un hilo conductor, los electrones libres de la tierra se desplazan hacia la esfera, porque es atraído por la carga positiva de éste. El flujo de electrones libres en el conductor cesa cuando la esfera se ha descargado totalmente.



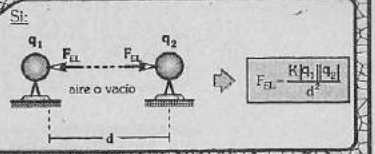
La esfera gana electrones.

*Proposición : **Verdadera***

∴ **VFVV** *Rpta.*

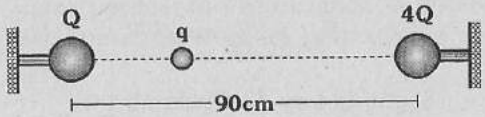
FUERZA ELÉCTRICA (F_{EL})

Electrostática



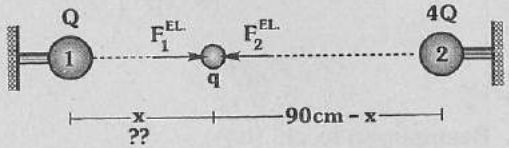
PROBLEMA Nº 11

Dos esferas pequeñas se encuentran electrizadas con "Q" y "4Q" y están separadas una distancia d=90 cm tal como se muestra. ¿A que distancia de "Q" se debe ubicar una tercera esfera electrizada con "q" para que se encuentre en equilibrio (*desprecie los efectos gravitatorios*).



Resolución

D.C.L. de la esfera con carga "q" :



Para el equilibrio de la carga "q" debe cumplirse lo siguiente :

$$F_1^{EL} = F_2^{EL}$$

Luego :

$$\frac{KQq}{x^2} = \frac{K(4Q)q}{(90cm - x)^2}$$

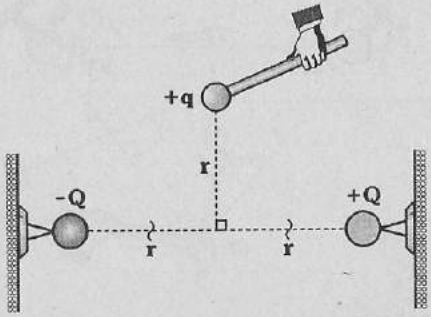
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{x} = \frac{2}{90cm - x}$$

Resolviendo :

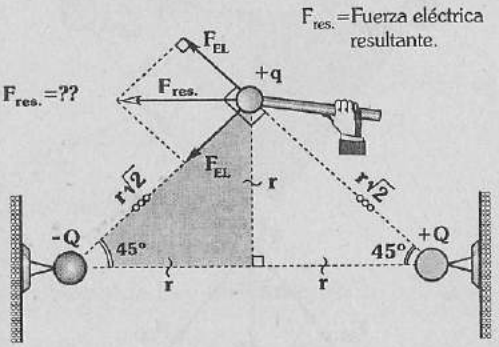
$$\boxed{x = 30\ cm} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 12

Llamamos **dipolo eléctrico** al conjunto de dos partículas electrizadas con igual magnitud de carga pero con signos diferentes. Determine el módulo de la fuerza eléctrica que ejerce el dipolo eléctrico sobre "q".



Resolución



Del gráfico :

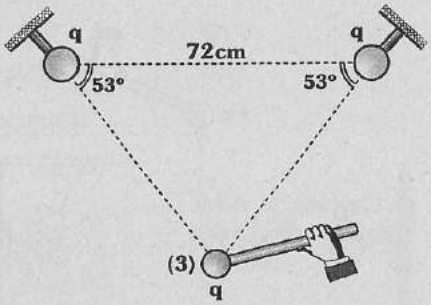
$$F_{res.} = F_{EL}\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \quad F_{res.} = \left[\frac{K\,Qq}{\left(r\sqrt{2}\right)^2}\right]\sqrt{2}$$

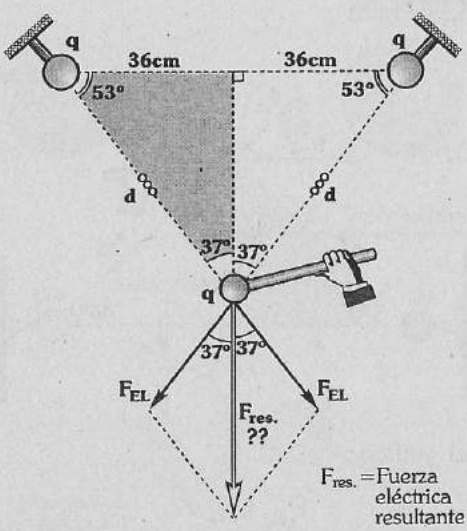
$$\therefore \quad \boxed{F_{res.} = \frac{\sqrt{2}\,KQq}{2r^2}} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 13

Según la configuración mostrada de partículas electrizadas, determine el módulo de la fuerza eléctrica resultante sobre la partícula (3). $(q = 5\mu C)$



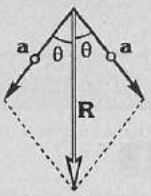
Resolución



$F_{res.}$ = Fuerza eléctrica resultante

Recuerde :

Si :



$\Rightarrow \quad \boxed{R = 2a\cos\theta}$

¡Demuestre!

* En el ◺ sombreado :

$d = 60$ cm ... (*notable*)

* Nos piden :

$$F_{res.} = 2F_{EL}\cos 37° \quad \ldots (\alpha)$$

* Según la Ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{K\,q^2}{d^2} = \frac{(9\times10^9)(5\times10^{-6})^2}{(6\times10^{-1})^2}$$

$$\therefore \quad F_{EL} = \frac{5}{8}\,N$$

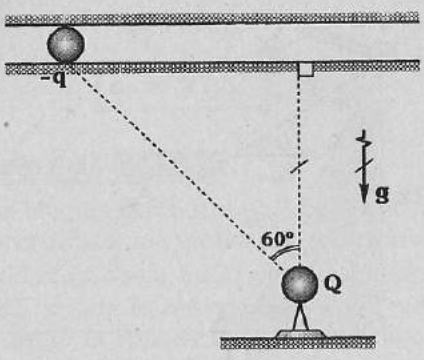
Reemplazando en (α):

$$\Rightarrow \quad F_{res.} = 2\left(\frac{5}{8}\,N\right)\cos 37°$$

$$\therefore \quad \boxed{F_{res.} = 1N} \quad \textit{Rpta.}$$

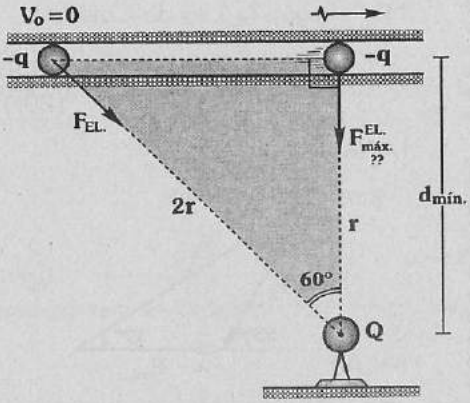
PROBLEMA Nº 14

Una pequeña esfera electrizada puede deslizar por un tubo liso y aislante como se muestra. En la posición que se indica es soltada la pequeña esfera y en ese instante el módulo de la fuerza eléctrica que experimenta es 80N. Determine el módulo de la fuerza eléctrica máxima que puede experimentar dicha fuerza.



Resolución

La fuerza eléctrica máxima entre las partículas se dará cuando estos estan lo más cerca posible; es decir cuando la distancia de separación entre las partículas es mínima.



* Según el dato del problema :

$$F_{EL} = 80N$$

$$\frac{KQq}{(2r)^2} = 80N$$

$$\therefore \quad \frac{KQq}{r^2} = 320N \qquad \text{... (I)}$$

* Nos piden :

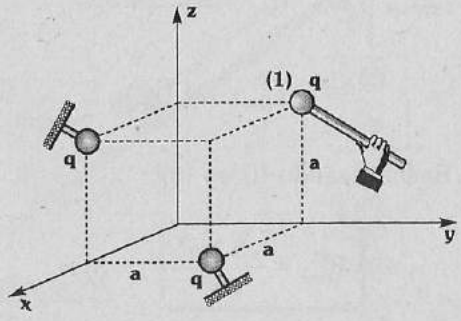
$$F^{EL}_{máx.} = \frac{KQq}{r^2} \qquad \text{... (II)}$$

Reemplazando (I) en (II) :

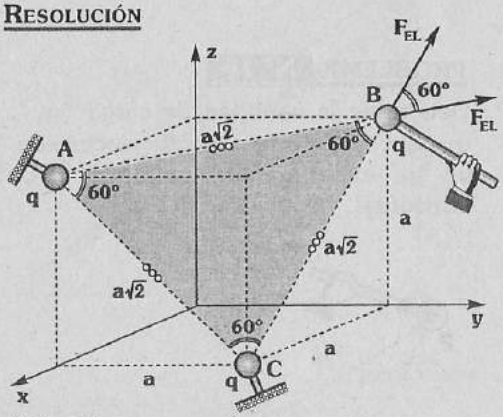
$$\boxed{F^{EL}_{máx.} = 320N} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 15

En la figura se muestran tres partículas idénticas electrizadas con "q". Determine el módulo de la fuerza eléctrica resultante sobre la partícula (1). *(Considere que el cubo es de arista "a").*



Resolución



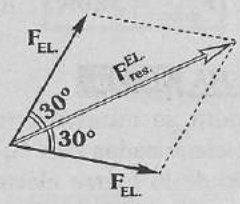
Del gráfico :

* El ΔABC es equilatero :
* Según la Ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{Kq^2}{\left(a\sqrt{2}\right)^2}$$

$$\therefore \quad F_{EL} = \frac{Kq^2}{2a^2} \qquad \text{... (I)}$$

* Además se tiene :



$$F^{EL}_{res.} = 2F_{EL}\cos 30°$$

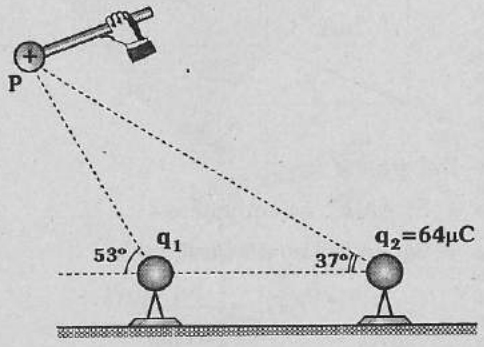
$$\Rightarrow \quad F^{EL}_{res.} = \sqrt{3}\, F_{EL} \qquad \text{... (II)}$$

Reemplazando (I) en (II) :

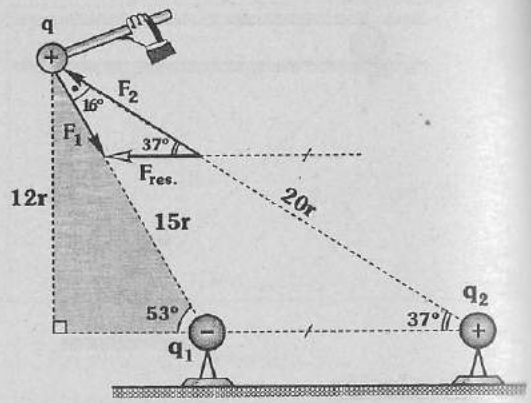
$$\boxed{F^{EL}_{res.} = \frac{\sqrt{3}\, Kq^2}{2a^2}} \qquad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 16

Determine la cantidad de carga "q_1", tal que al colocar una partícula electrizada "q" en "p" experimente una fuerza eléctrica horizontal.



RESOLUCIÓN

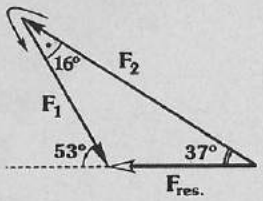


* Para que la fuerza eléctrica resultante $(F_{res.})$ sobre la carga "q" sea horizontal; entonces el signo de la carga "q_1" tiene que ser negativo, necesariamente.

* Calculando la fuerza eléctrica "F_1" y "F_2", según la Ley de Coulomb.

  • $F_1 = \dfrac{Kq|q_1|}{(15r)^2}$ • $F_2 = \dfrac{Kq\, q_2}{(20r)^2}$

* Luego :



Por la Ley de senos :

$$\frac{F_1}{\text{sen } 37°} = \frac{F_2}{\text{sen } 53°}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\left[\dfrac{\cancel{Kq}|q_1|}{(15r)^2}\right]}{(3/5)} = \frac{\left[\dfrac{\cancel{Kq}\, q_2}{(20r)^2}\right]}{(4/5)}$$

Reduciendo :

$$|q_1| = \frac{27\, q_2}{64} = \frac{27(64\,\mu C)}{64}$$

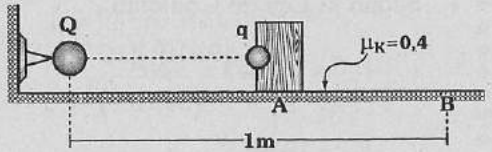
$\Rightarrow \quad |q_1| = 27\mu C$

$\therefore \quad \boxed{q_1 = -27\mu C}$ *Rpta.*

PROBLEMA Nº 17

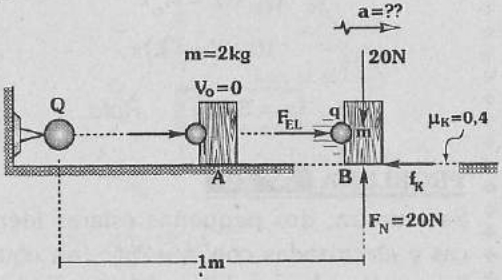
En el bloque de madera de 2 kg se encuentra incrustado una partícula electrizada con cantidad de carga 1 μC y de masa despreciable, si éste es abandonado en el punto "A" sobre la superficie horizontal rugosa. ¿Qué módulo tiene su aceleración al pasar por el punto "B"?

$(Q=2mC \ ; \ g=10\ m/s^2)$



RESOLUCIÓN

Realizando el D.C.L. del bloque y de la partícula incrustada, en la posición "B" :



* Según la Ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{KQq}{d^2} = \frac{(9\times10^9)(2\times10^{-3})(10^{-6})}{(1)^2}$$

$\therefore \quad F_{EL} = 18N$

* Por la 2da Ley de Newton :

$$F_{res.} = ma$$

$$\Rightarrow \quad F_{EL} - f_K = ma$$

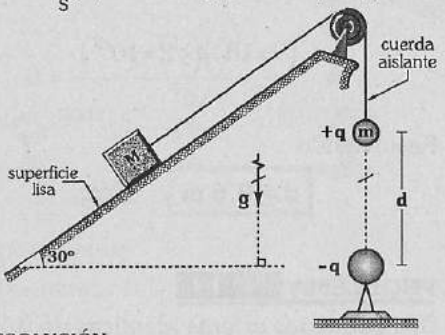
$$F_{EL} - \mu_K F_N = ma$$

$$18 - (0,4)(20) = (2)a$$

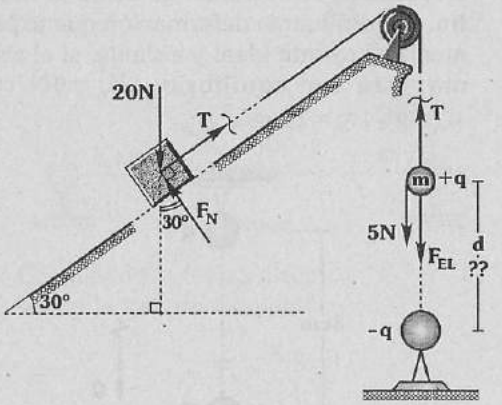
$\therefore \quad \boxed{a = 5m/s^2}$ *Rpta.*

PROBLEMA Nº 18

Si el sistema que se muestra, se encuentra en equilibrio. Determine "d" $(q = \sqrt{2}\times10^{-5}C$; $g = 10\ \frac{m}{s^2}$; M=2 kg y m=0,5 kg)

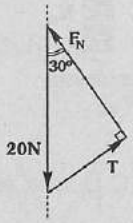


RESOLUCIÓN



* En el D.C.L. del bloque :

Por equilibrio :



Del ◺ notable :

$T = 10N$

* En el D.C.L. de la esfera con carga "+q":

$$T = 5N + F_{EL} \quad \text{... (equilibrio)}$$

$$10N = 5N + F_{EL}$$

$$\therefore \quad \underbrace{F_{EL}} = 5N$$

$$\frac{Kq^2}{d^2} = 5$$

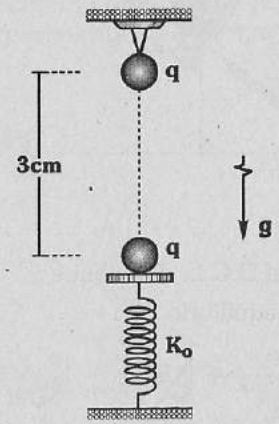
$$\Rightarrow \quad \frac{(9\times10^9)(\sqrt{2}\times10^{-5})^2}{d^2} = 5$$

Resolviendo :

$$\boxed{d = 0,6\ m} \quad \textit{Rpta.}$$

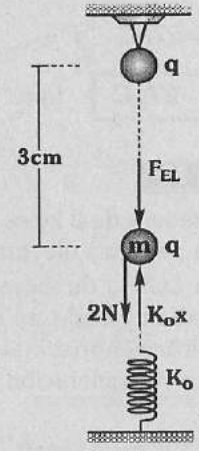
PROBLEMA Nº 19

Dos pequeñas esferas idénticas de 0,2 kg y electrizadas se disponen tal como se muestra. Determinar la deformación que experimenta el resorte ideal y aislante, si el sistema está en equilibrio ($K_o = 4N/cm$; $q = 1\mu C$; $g = 10\ m/s^2$)



Resolución

* Realizando el D.C.L. a la esfera inferior:



* Según la Ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{Kq^2}{d^2} = \frac{(9\times10^9)(10^{-6})^2}{(3\times10^{-2})^2}$$

$$\therefore \quad \underline{F_{EL} = 10N}$$

* Por equilibrio :

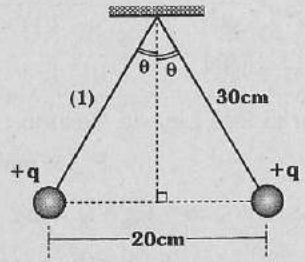
$$F_{EL} + 2 = K_o x$$

$$10 + 2 = (4)x$$

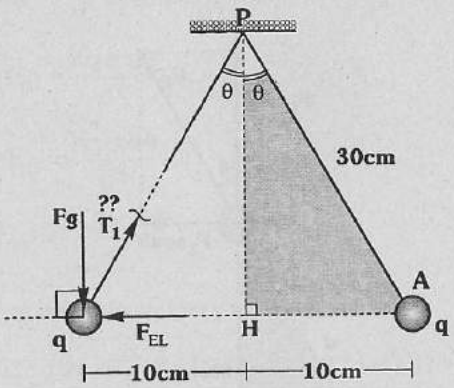
$$\therefore \quad \boxed{x = 3\ cm} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 20

Se muestra, dos pequeñas esferas idénticas y electrizadas con $q = 2\mu C$, en equilibrio, sostenidas por hilos aislantes de igual longitud. Determine el módulo de la tensión que soporta el hilo (1).



Resolución

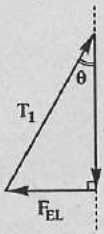


* Por la Ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{Kq^2}{d^2} = \frac{(9\times10^9)(2\times10^{-6})^2}{(2\times10^{-1})^2}$$

$$\therefore \quad F_{EL} = 0{,}9N$$

* Por equilibrio :

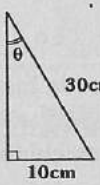


Del ◺ :

$$\text{sen}\,\theta = \frac{F_{EL}}{T_1}$$

$$\therefore \quad T_1 = F_{EL}\,\csc\,\theta \ldots (\alpha)$$

* En el ◺PHA :



$$\csc\,\theta = \frac{30\text{ cm}}{10\text{ cm}}$$

$$\therefore \quad \csc\,\theta = 3$$

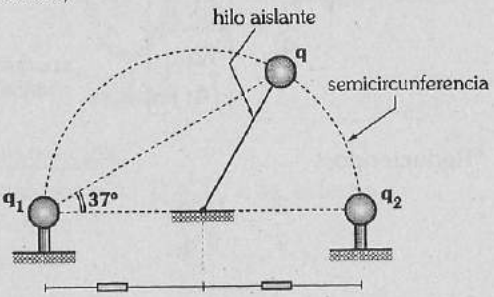
Reemplazando valores en (α):

$$T_1 = (0{,}9)(3)$$

$$\therefore \quad \boxed{T_1 = 2{,}7N} \quad \textit{Rpta.}$$

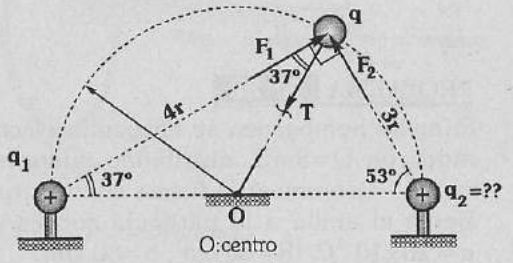
PROBLEMA Nº 21

Si la partícula positiva "q" unida al hilo aislante se encuentra en equilibrio mecánico, ¿Cuál es la cantidad de carga de "q_2"? ($q_1 = 64\ \mu C$; desprecie los efectos gravitatorios)



Resolución

Realizando el D.C.L. a la partícula con carga "q" :

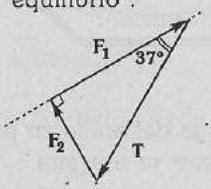


Calculando la fuerza eléctrica "F_1" y "F_2", según la Ley de Coulomb :

- $F_1 = \dfrac{K\,q_1\,q}{(4r)^2}$

- $F_2 = \dfrac{K\,q_2\,q}{(3r)^2}$

* Por equilibrio :



$$\ldots \left(\vec{F}_{res.} = \vec{0}\right)$$

Del ◺notable :

$$\tan 37° = \frac{F_2}{F_1}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{\left[\frac{Kq_2q}{(3r)^2}\right]}{\left[\frac{Kq_1q}{(4r)^2}\right]}$$

Reduciendo :

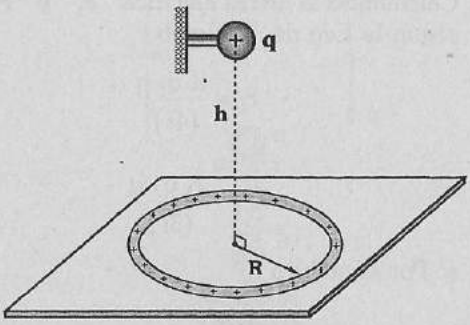
$$\frac{3}{4} = \frac{16\,q_2}{9\,q_1}$$

$$\Rightarrow \quad q_2 = \frac{27\,q_1}{64} = \frac{27(64\,\mu C)}{64}$$

$$\therefore \quad \boxed{q_2 = 27\mu C} \quad \textit{Rpta.}$$

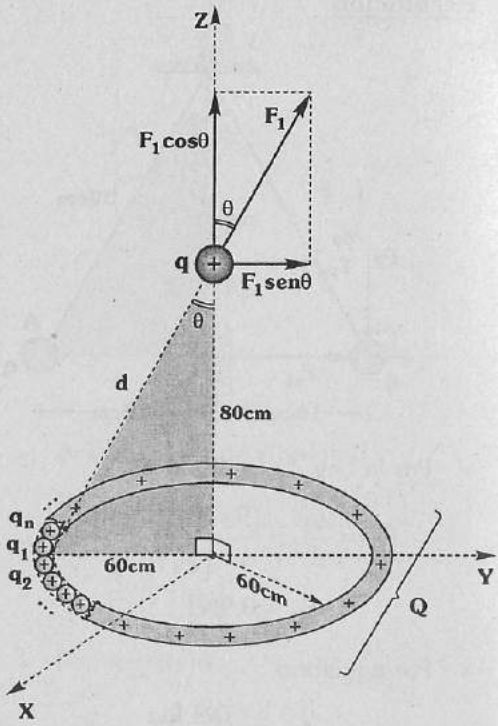
PROBLEMA Nº 22

El anillo homogéneo se encuentra electrizado con Q=8mC, distribuido uniformemente. Determinar la fuerza eléctrica que ejerce el anillo a la partícula con carga $q = 25\times10^{-8}C$ (R=60 cm ; h=80 cm).



RESOLUCIÓN

Dividiendo la carga del anillo en pequeñas porciones, tal como se muestra :



Del gráfico :

* En ◺ sombreado :

$$d = 100\ cm \quad \Rightarrow \quad d = 1\ m$$

Además : $\theta = 37°$ ... (*notable*)

* También se observa que :

$$Q = q_1 + q_2 + ... + q_n$$

* Se puede apreciar que la fuerza eléctrica resultante sobre "q" se encuentra sobre el eje Z, eso es debido a que las componentes de F_1, F_2 ... y F_n se anulan en el plano XY (por simetría)

* Luego la fuerza eléctrica resultante sobre "q" estará dada por :

$$F_{EL} = F_1\cos\theta + F_2\cos\theta + ... + F_n\cos\theta$$

$$\Rightarrow F_{EL}=\frac{Kqq_1}{d^2}\cos\theta+\frac{Kqq_2}{d^2}\cos\theta+\ldots+\frac{Kqq_n}{d^2}\cos\theta$$

$$F_{EL}=\frac{Kq\cos\theta}{d^2}\underbrace{[q_1+q_2+\ldots+q_n]}_{Q}$$

$$F_{EL}=\frac{Kq\cos\theta}{d^2}[Q]$$

$$\therefore F_{EL}=\frac{KQq\cos\theta}{d^2} \quad \ldots(\alpha)$$

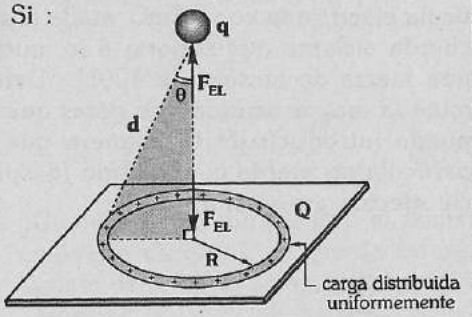
Reemplazando valores en (α):

$$F_{EL}=\frac{(9\times10^9)(8\times10^{-3})(25\times10^{-8})\cos37^\circ}{(1)^2}$$

$$\therefore \boxed{F_{EL}=14,4\ N} \quad \textit{Rpta.}$$

En general :

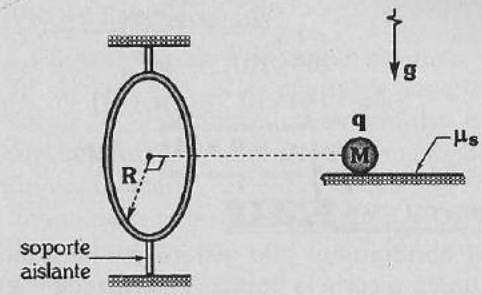
Si :



$$\Rightarrow \boxed{F_{EL}=\frac{K|q||Q|\cos\theta}{d^2}}$$

PROBLEMA Nº 23

En la figura se muestra un anillo conductor en posición vertical electrizado con 5×10^{-5}C. Una esfera cargada con 4μC se ubica a una distancia de 0,8m de su centro, sobre una superficie rugosa y aislante. Determine "μ_s" si la esfera esta a punto de resbalar (M=1kg; R=0,6m ; g=10m/s²).

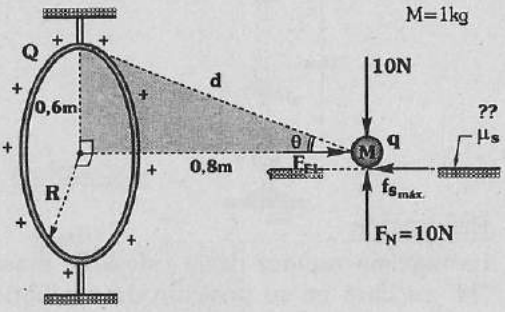


RESOLUCIÓN

Realizando el D.C.L. a la esfera :

$Q=5\times10^{-5}$C

$q=4\mu$C



* En el ◺ sombreado :

$d=1$ m

$\theta=37^\circ$

* Se sabe :

$$\boxed{F_{EL}=\frac{KQq\cos\theta}{d^2}}$$

$$\Rightarrow F_{EL}=\frac{(9\times10^9)(5\times10^{-5})(4\times10^{-6})\cos37^\circ}{(1)^2}$$

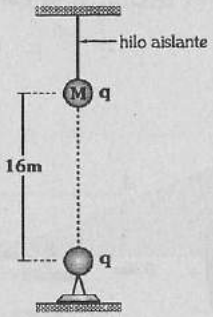
$$\therefore F_{EL}=144\times10^{-2}\text{N}$$

* Para el equilibrio de la esfera debe cumplirse :

$$F_{EL} = f_{s_{máx.}}$$
$$\Downarrow$$
$$144\times10^{-2} = \mu_s F_N$$
$$\Rightarrow \quad 144\times10^{-2} = \mu_s(10)$$
$$\therefore \quad \boxed{\mu_s = 0{,}144} \quad \textit{Rpta.}$$

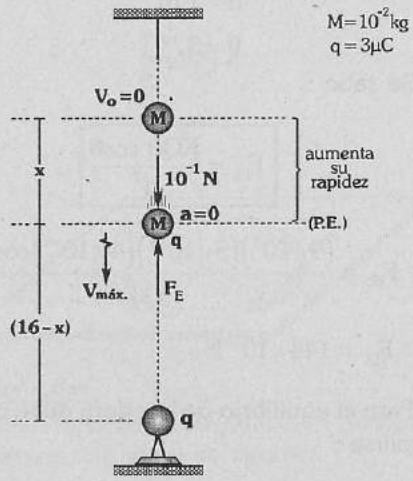
PROBLEMA Nº 24

Si cortamos el hilo aislante, determinar cuanto recorre la partícula electrizada, hasta el instante que alcanza su máxima rapidez ($M = 10^{-2}$kg ; $q = 3\mu C$; $g = 10\ m/s^2$)



Resolución

La máxima rapidez de la esfera de masa "M" se dará en su posición de equilibrio (P.E.), es decir cuando no presenta aceleración (a=0). Esto ocurre luego que se corta el hilo aislante.



En la posición de equilibrio (P.E.) debe cumplirse lo siguiente :

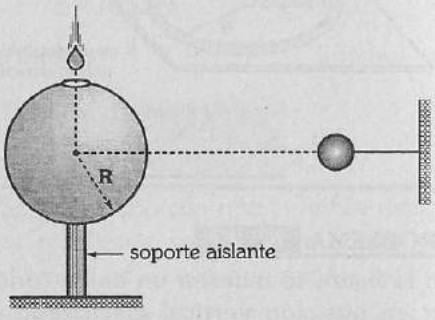
$$\underbrace{F_{EL}}_{} = 10^{-1} \quad \text{... (equilibrio)}$$
$$\frac{Kq^2}{(16-x)^2} = 10^{-1}$$
$$\Rightarrow \quad \frac{(9\times10^9)(3\times10^{-6})^2}{(16-x)^2} = 10^{-1}$$

Resolviendo :

$$\boxed{x = 15{,}1\ m} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 25

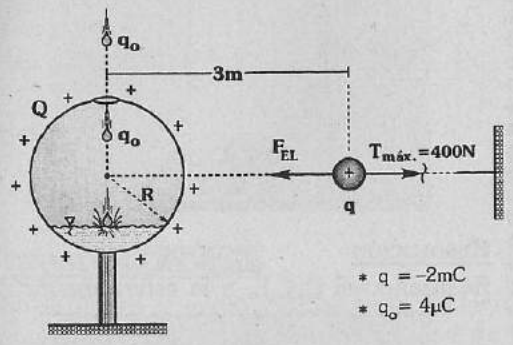
En una esfera metálica hueca deselectrizada, se introducen pequeñas gotas de un líquido conductor electrizada cada una con $4\mu C$. Si a una distancia de 3m del centro de la esfera, se encuentra una partícula electrizada con $-2mC$ atada a una cuerda aislante que soporta a lo mucho una fuerza de tensión de 400N. Determine la mayor cantidad de gotas que se puede introducir de tal manera que la partícula no pierda el equilibrio (desprecie efectos gra-vitatorios).



Resolución

Se sabe que una esfera conductora (metálica) distribuye su carga eléctrica uniformemente en toda su superficie exterior. Entonces cuando las gotas hacen contacto

con la esfera metálica hueca, la carga eléctrica de las gotas se distribuirá en toda la superficie exterior de la esfera.



* Sea "$n_{máx.}$" el número máximo de gotas que se ha introducido en la esfera :

$$\Rightarrow \quad Q = n_{máx.} q_o$$

* Por la ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{KQ|q|}{d^2}$$

$$\Rightarrow \quad F_{EL} = \frac{K\left[n_{máx.} q_o\right]|q|}{d^2} \quad \ldots (\alpha)$$

* Cuando se ha introducido el número máximo de gotas, la cuerda estará a punto de romperse (soporta su máxima tensión).

Luego, por equilibrio se cumplirá :

$$F_{EL} = T_{máx.} = 400N$$

$$\therefore \quad F_{EL} = 400N$$

Reemplazando valores en (α) :

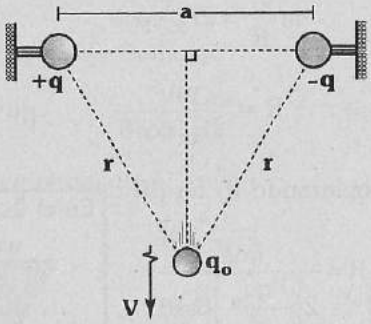
$$400 = \frac{(9\times10^9)\left[n_{máx.}(4\times10^{-6})\right](2\times10^{-3})}{(3)^2}$$

Resolviendo :

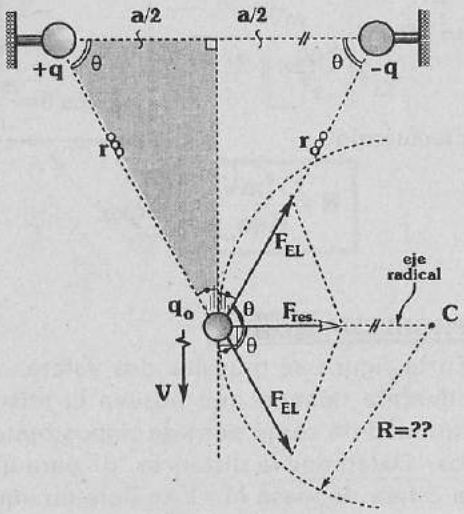
$$\boxed{n_{máx.} = 50 \text{ gotas}} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 26

La figura muestra a un dipolo eléctrico. A "r" de cada una de las cargas, se tiene una carga "q_o" positiva y se le impulsa con una velocidad "$\vec{V}$" perpendicular al dipolo. En ese momento. ¿Cuál es el radio de curvatura de la trayectoria seguida por la partícula cargada de masa "m"? (desprecie efectos gravitatorios)



RESOLUCIÓN



* Según la ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{Kqq_o}{r^2} \quad \ldots (I)$$

* Además :

$$F_{res.} = 2F_{EL}\cos\theta$$

* Se puede apreciar que la "$F_{res.}$" se encuentra en el eje radial, entonces se tendrá lo siguiente :

$$F_{cp} = F_{res.}$$
$$\Downarrow \quad \Downarrow$$
$$m\frac{V^2}{R} = 2F_{EL}\cos\theta$$

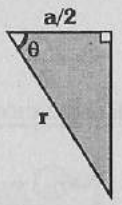
$$\therefore \quad R = \frac{mV^2}{2F_{EL}\cos\theta} \qquad \ldots (II)$$

Reemplazando (I) en (II) :

$$R = \frac{mV^2}{2\left[\frac{Kqq_o}{r^2}\right]\cos\theta}$$

$$\Rightarrow \quad R = \frac{mV^2}{2\left[\frac{Kqq_o}{r^2}\right]\left(\frac{a/2}{r}\right)}$$

En el $\triangle$somb.



$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{a/2}{r}$$

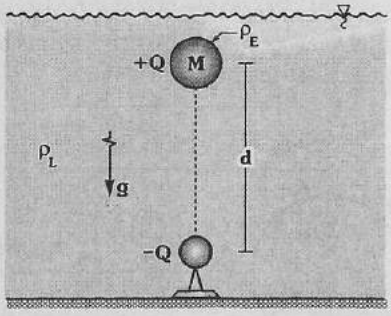
Efectuando :

$$\boxed{R = \frac{r^3mV^2}{Kqq_oa}}$$

Rpta.

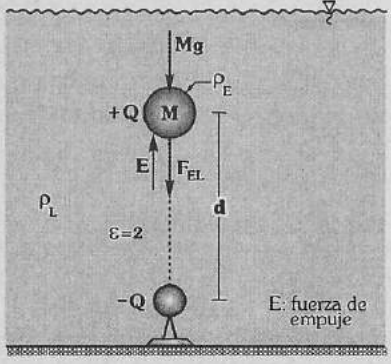
PROBLEMA Nº 27

En la figura se muestra dos esferas de diferente tamaño que poseen la misma cantidad de carga pero de signos opuestos. Determine la distancia "d" para que la esfera de masa M=1 kg flote en equilibrio; además se sabe la densidad del líquido y la esfera es "ρ_L" y "ρ_E" respectivamente ($\frac{\rho_L}{\rho_E} = 2$; Q = 1mC ; $\varepsilon = 2$; g=10 m/s²)



RESOLUCIÓN

Realizando el D.C.L. a la esfera mayor :



* Por equilibrio :

$$\sum F(\uparrow) = \sum F(\downarrow)$$
$$E = Mg + F_{EL} \qquad \ldots (I)$$

* Según la ley de Coulomb, se sabe :

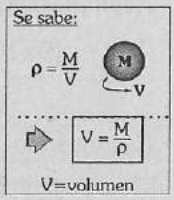
$$F_{EL} = \frac{1}{\varepsilon}\left[\frac{KQ^2}{d^2}\right] \qquad \ldots (II)$$

* Por el principio de Arquimides, la fuerza de empuje "E" esta dado por :

$$E = \rho_L g V_{sumergido}$$
$$\Downarrow$$
$$\Rightarrow \quad E = \rho_L g\left(\frac{M}{\rho_E}\right)$$

$$\therefore \quad E = \left(\frac{\rho_L}{\rho_E}\right)Mg \qquad \ldots (III)$$

Se sabe:



Reemplazando (II) y (III) en (I) :

$$\left(\frac{\rho_L}{\rho_E}\right)Mg = Mg + \frac{1}{\varepsilon}\left[\frac{KQ^2}{d^2}\right]$$

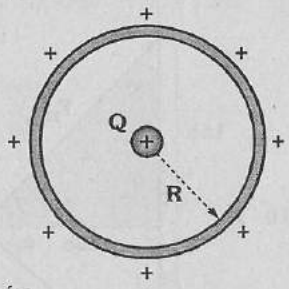
$$\Rightarrow (2)(1)(10) = (1)(10) + \frac{1}{2}\left[\frac{(9\times10^9)(10^{-3})^2}{d^2}\right]$$

Resolviendo :

$$\boxed{d = 15\sqrt{2}\ m} \quad \textit{Rpta.}$$

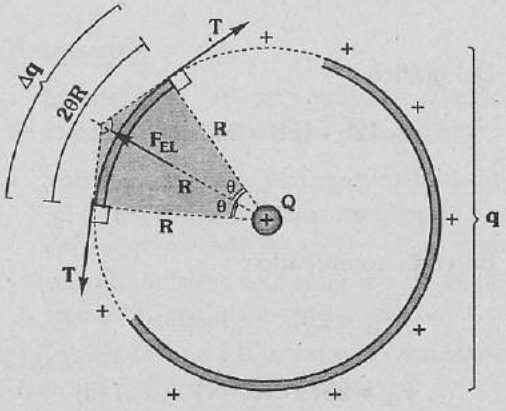
PROBLEMA Nº 28

En la figura el anillo está cargado uniformemente. Hallar el módulo de la fuerza de tensión en el anillo (*desprecie efectos gravitatorios; considere que sólo la partícula con carga "Q" hace tensar al anillo*)



RESOLUCIÓN

Tomando una pequeña porción del anillo $(\theta \approx 0)$.



* Como el anillo esta cargando uniformemente, entonces la densidad lineal de carga será constante :

$$\lambda = \frac{q}{L} = \frac{\Delta q}{\Delta L}$$

$$\Rightarrow \frac{q}{2\pi R} = \frac{\Delta q}{2\theta R}$$

$$\therefore \Delta q = \frac{\theta q}{\pi} \qquad \ldots (I)$$

* Por la ley de Coulomb :

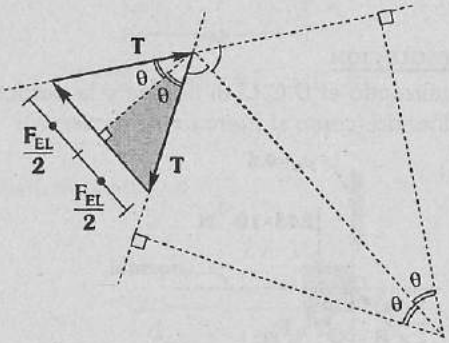
$$F_{EL} = \frac{KQ\Delta q}{R^2} \qquad \ldots (II)$$

Reemplazando (I) en (II) :

$$F_{EL} = \frac{KQ\left(\frac{\theta q}{\pi}\right)}{R^2}$$

$$\therefore \boxed{F_{EL} = \frac{KQq\theta}{\pi R^2}}$$

* Por equilibrio :



En el △sombreado :

$$\frac{F_{EL}}{2} = T\,sen\theta$$

Como $\theta \approx 0$

$\Rightarrow \boxed{sen\theta \approx \theta}$

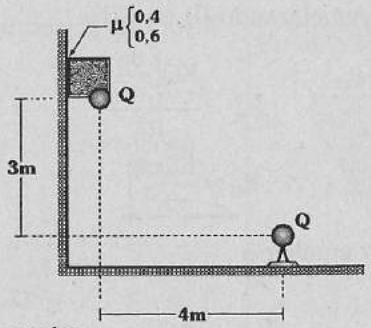
$$\Rightarrow \frac{\left(\frac{KQq\theta}{\pi R^2}\right)}{2} = T\,sen\theta$$

$$\frac{KQq\cancel{\theta}}{2\pi R^2} = T(\cancel{\theta})$$

$$\therefore \boxed{T = \frac{KQq}{2\pi R^2}} \quad \textit{Rpta.}$$

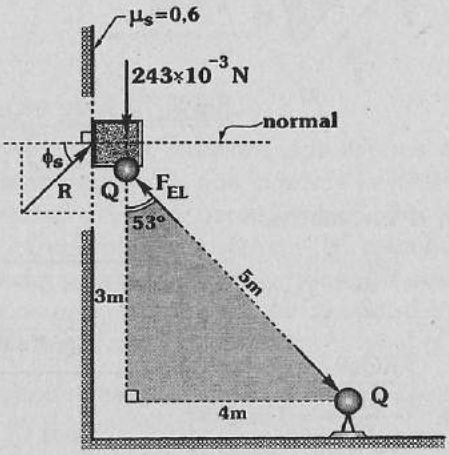
PROBLEMA Nº 29

El sistema mostrado se encuentra en equilibrio. Determine la cantidad de carga mínima que deben tener las partículas idénticas para que el bloque no deslice sobre la superficie vertical ($m_{bloque} = 243\times10^{-4}\,kg$; $g = 10\ m/s^2$; *desprecie la masa de las partículas*).



RESOLUCIÓN

Realizando el D.C.L. al bloque y la partícula adherida (*como si fuera un solo cuerpo*).



- "Q" será mínimo cuando el bloque esta a punto de resbalar hacia abajo.
- Por propiedad :

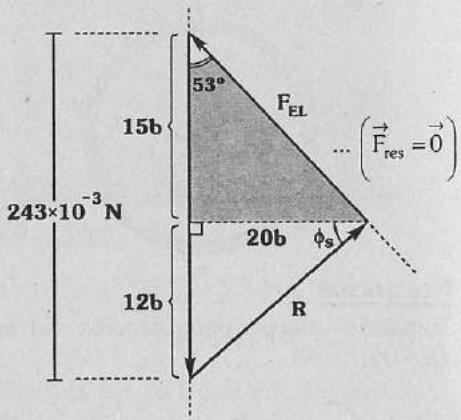
$$\mu_s = \tan\phi_s = \frac{3}{5}$$

* Por la ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{KQ^2}{d^2} = \frac{(9\times10^9)Q^2}{(5)^2}$$

$$\therefore\ F_{EL} = \frac{9\times10^9 Q^2}{25} \qquad \ldots (I)$$

* Por equilibrio :



Del gráfico :

$$12b + 15b = 243\times10^{-3}N$$

$$\therefore\ b = 9\times10^{-3}N$$

En el ◺ sombreado :

$$F_{EL} = 25b \quad \ldots (notable)$$

$$F_{EL} = 25\left(9\times10^{-3}N\right) \qquad \ldots (II)$$

Reemplazando (II) en (I) :

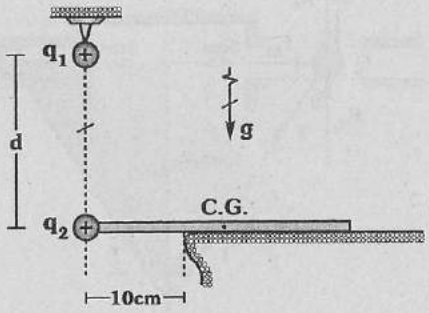
$$25\left(9\times10^{-3}\right)=\frac{9\times10^{9}Q^{2}}{25}$$

$$\Rightarrow \quad Q=25\times10^{-6}C$$

$$\therefore \quad \boxed{Q=25\mu C} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 30

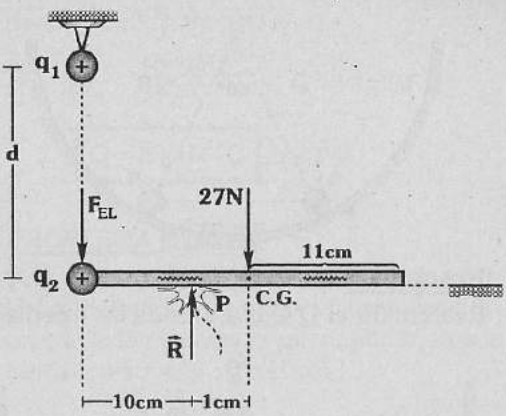
Determine la mínima distancia "d" entre q_1 y q_2 para que la barra aislante y homogénea de 22 cm y 2,7 kg se encuentre en equilibrio. Desprecie la masa de las esferas electrizadas. ($q_1=10\mu C$; $q_2=30\mu C$; $g=10m/s^2$)



Resolución

* La distancia "d" sera mínima, cuando la fuerza eléctrica "F_{EL}" sea máxima.
* Para que la barra permanezca horizontal y "F_{EL}" sea máxima; entonces la barra estará a punto de rotar, esto se dará cuando la barra sólo se apoye en el extremo "P" de la superficie del piso.

D.C.L. de la barra y la esferita incrustada *(como si fuera un solo cuerpo)*



* Por la Ley de Coulomb :

$$F_{EL}=\frac{Kq_1q_2}{d^2}=\frac{\left(9\times10^{9}\right)\left(10^{-5}\right)\left(3\times10^{-5}\right)}{d^2}$$

$$\therefore \quad F_{EL}=\frac{27\times10^{-1}}{d^2} \qquad \ldots (I)$$

* Tomando como centro de torques al punto "P"; para el equilibrio debe cumplirse :

$$\sum M_P \circlearrowright = \sum M_P \circlearrowleft$$

$$(27N)(1\,cm)=F_{EL}(10\,cm)$$

$$\therefore \quad F_{EL}=27\times10^{-1}N$$

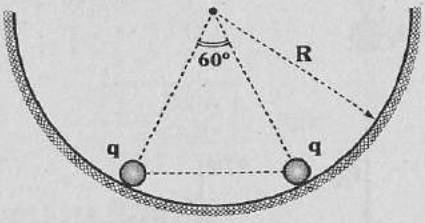
Reemplazando en (I) :

$$27\times10^{-1}=\frac{27\times10^{-1}}{d^2}$$

$$\therefore \quad \boxed{d_{min.}=1\,m} \quad \textit{Rpta.}$$

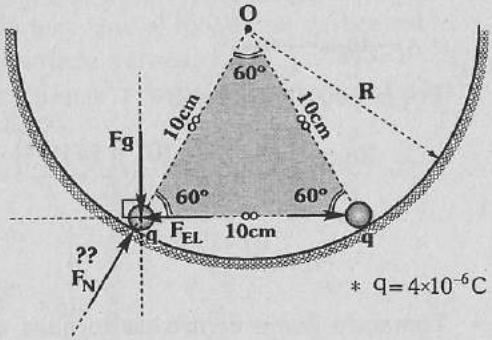
PROBLEMA Nº 31

Si las esferas electrizadas con igual cantidad de carga se mantienen en reposo sobre la superficie lisa y aislante. Determine la fuerza que ejerce la superficie esférica a cada esfera ($q=4\mu C$; $R=10cm$)



RESOLUCIÓN

Realizando el D.C.L a una de las esferitas:



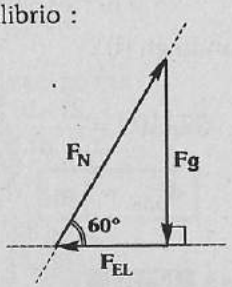
* $q = 4\times10^{-6}C$

* Por la Ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{Kq^2}{d^2} = \frac{(9\times10^9)(4\times10^{-6})^2}{(10^{-1})^2}$$

$$\therefore \quad F_{EL} = 14,4N$$

* Por equilibrio :



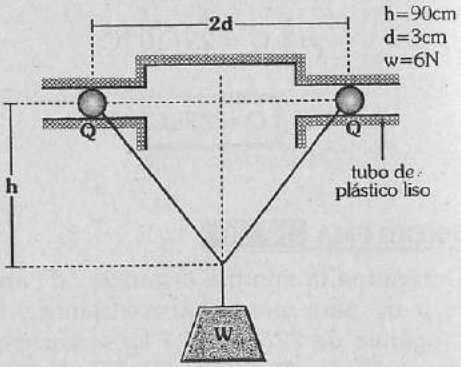
$$\Rightarrow \quad F_N = 2F_{EL} \quad \text{... (notable)}$$

$$F_N = 2(14,4N)$$

$$\therefore \quad \boxed{F_N = 28,8N} \quad \textit{Rpta.}$$

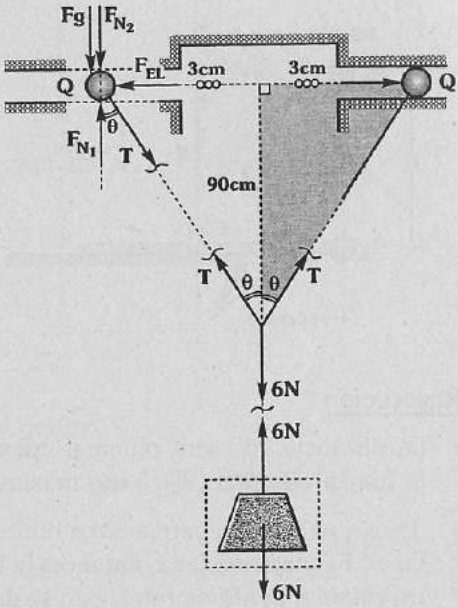
PROBLEMA Nº 32

En la figura se muestra dos cargas iguales "Q". El sistema asi formado se encuentra en equilibrio. Determine el valor de Q.



RESOLUCIÓN

Realizando el D.C.L de cada cuerpo :



En el ◺sombreada : $\tan\theta = \dfrac{3\text{ cm}}{90\text{ cm}}$

$$\therefore \quad \boxed{\tan\theta = \frac{1}{30}}$$

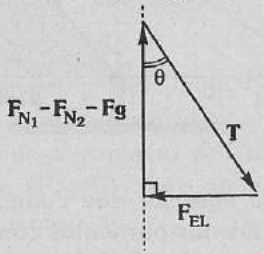
* Por la Ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{KQ^2}{d^2} = \frac{(9\times10^9)Q^2}{(6\times10^{-2})^2}$$

$$\therefore \quad F_{EL} = \frac{10^{13}Q^2}{4} \quad \ldots (\alpha)$$

Por equilibrio :

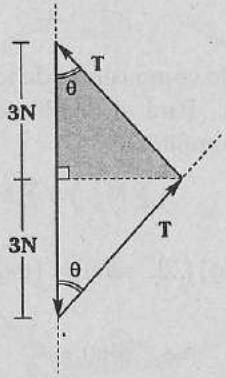
* Para la esfera de carga "Q" :



Del Δ :

$$F_{EL} = T \operatorname{sen}\theta \quad \ldots (I)$$

* Para el nudo "P" :



En el sombreado :

$$3 = T\cos\theta \quad \ldots (II)$$

Dividiendo (I) ÷ (II) :

$$\frac{F_{EL}}{3} = \frac{T\operatorname{sen}\theta}{T\cos\theta}$$

$$\therefore \quad F_{EL} = 3\tan\theta = 3\left(\frac{1}{30}\right)$$

$$\therefore \quad F_{EL} = 10^{-1}N$$

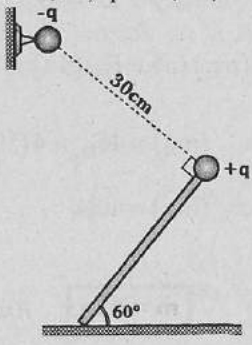
Reemplazando en (α):

$$10^{-1} = \frac{10^{13}Q^2}{4} \Rightarrow Q^2 = 4\times10^{-14}$$

$$\therefore \quad \boxed{Q = 2\times10^{-7}C} \quad \textit{Rpta.}$$

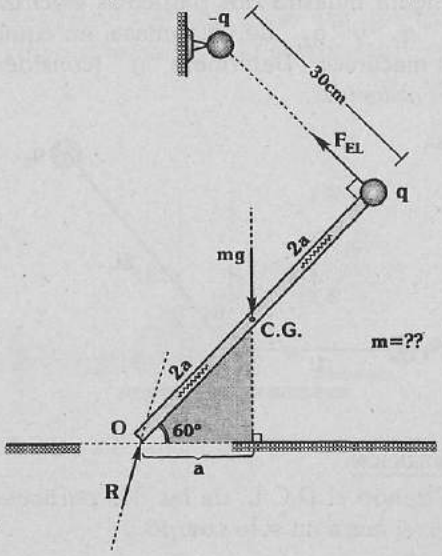
PROBLEMA Nº 33

Si la barra homogénea se mantiene en equilibrio; determine su masa. Considere despreciable la masa de la esfera adherida a la barra ($g=10\ m/s^2$; $q=10\ \mu C$)



RESOLUCIÓN

Realizando el D.C.L a la barra y a la esfera adherida (como si fuera un solo cuerpo).



* Por la Ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{Kq^2}{d^2} = \frac{(9\times10^9)(10^{-5})^2}{(3\times10^{-1})^2}$$

$$\therefore \quad F_{EL} = 10N$$

* Tomando como centro de torques al punto "O". Para el equilibrio, debe cumplirse :

$$\sum M_o \circlearrowright = \sum M_o \circlearrowleft$$

$$(mg)(a) = F_{EL}(4a)$$

$$\Rightarrow \quad (mg) = 4F_{EL} = 4(10N)$$

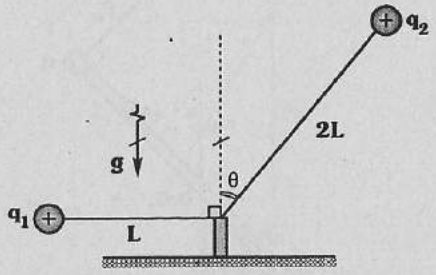
$$\therefore \quad (mg) = 40N$$

donde :

$$\boxed{m = 4kg}$$ *Rpta.*

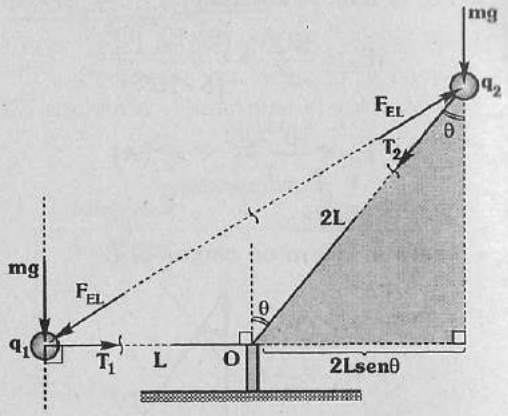
PROBLEMA Nº 34

La figura muestra dos partículas electrizadas "q_1" y "q_2" de igual masa, en equilibrio mecánico. Determine "θ" (*considere hilos aislantes*).



Resolución

Realizando el D.C.L. de las dos partículas como si fuera un solo cuerpo :



Se puede apreciar que cuando consideramos a las dos partículas como un cuerpo, entonces las fuerzas eléctricas que actúa sobre cada partícula se anulan $(F_{EL} - F_{EL} = 0)$.

Luego :

* Tomando como centro de torques al punto "O". Para el equilibrio de rotación debe cumplirse :

$$\sum M_o \circlearrowright = \sum M_o \circlearrowleft$$

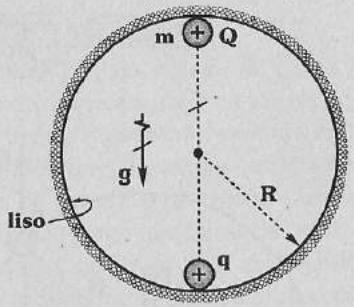
$$(mg)(2L\ sen\theta) = (mg)(L)$$

$$\Rightarrow \quad sen\theta = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \quad \boxed{\theta = 30^o}$$ *Rpta.*

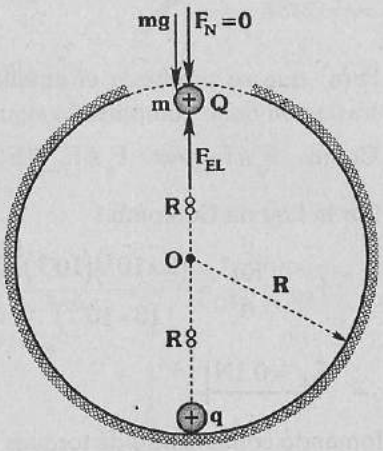
PROBLEMA Nº 35

Se muestra a dos pequeñas esferas electrizadas dentro de una cavidad. Determine el mínimo valor de "q" para que el sistema permanezca en equilibrio de la forma mostrada.



RESOLUCIÓN

* El valor de "q" será mínimo cuando la esfera con carga "Q" pierde practicamente el contacto con la superficie esférica ($F_N = 0$), pero sigue en reposo permanente.
* D.C.L. de la esfera con masa "m" :



* Por la Ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{KQq}{d^2} = \frac{KQq}{(2R)^2}$$

$$\therefore \quad F_{EL} = \frac{KQq}{4R^2} \qquad \text{... (I)}$$

* Por equilibrio :

$$F_{EL} = mg \qquad \text{... (II)}$$

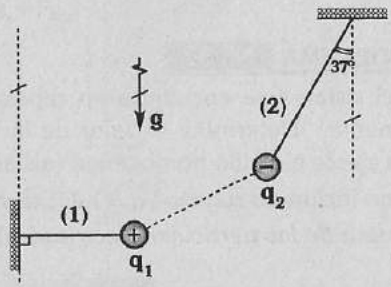
Reemplazando (II) en (I) :

$$mg = \frac{KQq}{4R^2}$$

$$\therefore \quad \boxed{q = \frac{4mgR^2}{KQ}} \quad \textit{Rpta.}$$

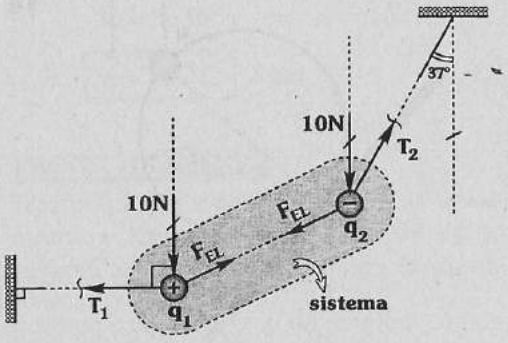
PROBLEMA Nº 36

Se muestra dos esferas identicas de 1 kg cada una, si las esferas electrizadas se mantienen en equilibrio. Determine el módulo de la fuerza de tensión en la cuerda (1) y (2) (*Considere hilos aislantes* ; $g = 10\ m/s^2$)

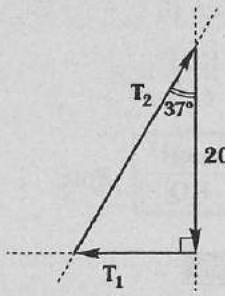


RESOLUCIÓN

Realizando el D.C.L. de las dos esferas como si fuera un solo cuerpo (*sistema*).



* Para el equilibrio debe cumplirse que la $\vec{F}_{res.} = \vec{0}$:



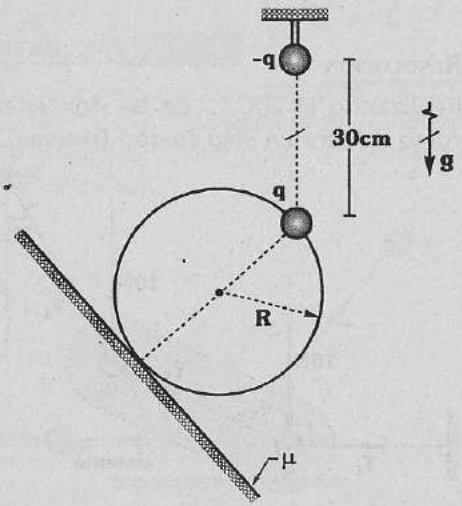
$\left(\vec{F}_{res.} = \vec{0}\right)$

Del ◺ notable :

$$\boxed{\begin{array}{l} T_1 = 15N \\ T_2 = 25N \end{array}}$$ *Rpta.*

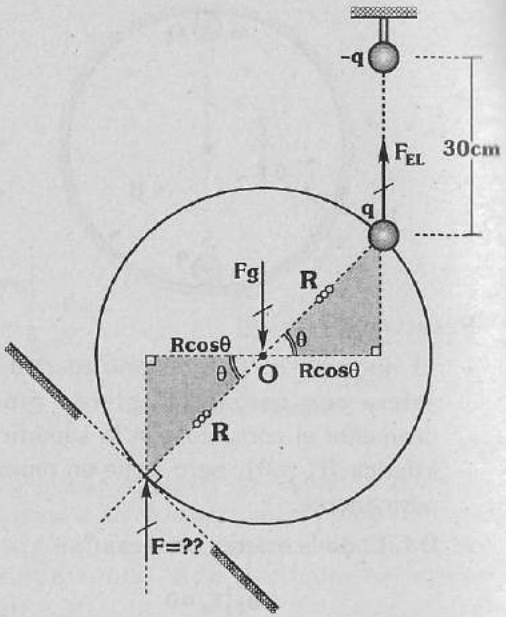
PROBLEMA Nº 37

Si el sistema se encuentra en reposo permanente. Determine el valor de la fuerza que ejerce el anillo homogéneo (aislante) al plano inclinado rugoso (q = 1μC ; *desprecie la masa de las partículas electrizadas*).



RESOLUCIÓN

Realizando el D.C.L. del anillo y la esfera adherida (*como si fuera un solo cuerpo*).



* Para que se produzca el equilibrio de traslación debe cumplirse lo siguiente :

Como $F_g // F_{EL} \Rightarrow F_g // F_{EL} // F$

* Por la Ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{Kq^2}{d^2} = \frac{(9\times10^9)(10^{-6})^2}{(3\times10^{-1})^2}$$

$$\therefore \underline{F_{EL} = 0,1N}$$

* Tomando como centro de torques al punto "O"; por equilibrio de rotación se tiene :

$$\sum M_o \circlearrowright = \sum M_o \circlearrowleft$$

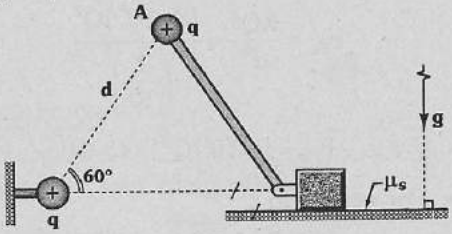
$$F(R\cos\theta) = F_{EL}(R\cos\theta)$$

$$\Rightarrow F = F_{EL}$$

$$\therefore \boxed{F = 0,1N}$$ *Rpta.*

PROBLEMA Nº 38

La esfera "A", de masa "m", esta electrizada con una cantidad de carga "q", y se mantiene en reposo permanente en la posición mostrada, y la varilla que lo une al bloque es de masa despreciable. Determine la cantidad de carga que tienen las esferas electrizadas. Considere que el módulo de la fuerza que ejerce el bloque al piso es 25N y se encuentra a punto de deslizar ($d=\sqrt{3}m$; $\mu_s=0,75$)



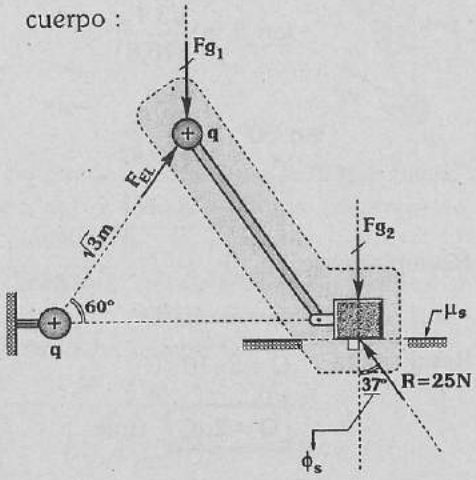
RESOLUCIÓN

* Por propiedad :

$$\mu_s=\tan\phi_s=3/4$$

$$\therefore \boxed{\phi_s=37°} \quad \textit{ángulo de fricción estática}$$

* Realizando el D.C.L. al bloque, varilla y a la esfera "A", como si fuera un solo cuerpo :

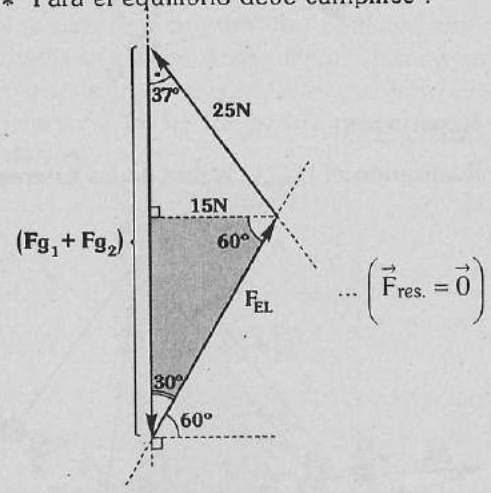


* Por la Ley de Coulomb :

$$F_{EL}=\frac{Kq^2}{d^2}=\frac{(9\times10^9)q^2}{(\sqrt{3})^2}$$

$$\therefore \quad F_{EL}=3\times10^9q^2 \quad ... \ (\alpha)$$

* Para el equilibrio debe cumplirse :



En ◺sombreado :

$$F_{EL}=30N \quad ... \ (notable)$$

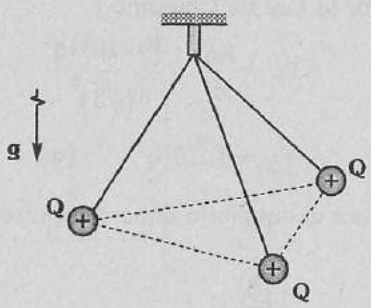
Reemplazando en (α) :

$$30=3\times10^9q^2 \Rightarrow q^2=10^{-8}$$

$$\therefore \boxed{q=10^{-4}C} \quad Rpta.$$

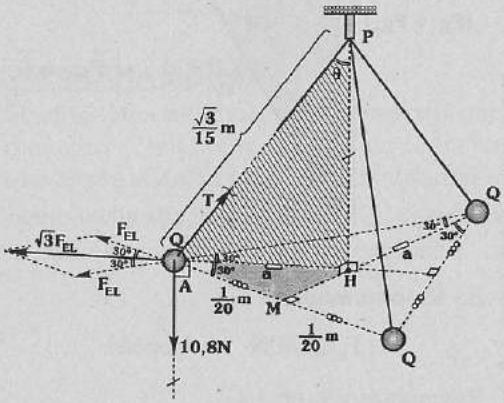
PROBLEMA Nº 39

Tres pequeñas esferas electrizadas igualmente y con una masa M=1,08 kg se suspenden de un punto común mediante hilos de seda de $\frac{\sqrt{3}}{15}$m de longitud. Si dichas esferas forman un triángulo equilátero, de lado $\frac{1}{10}$m. Determine la cantidad de carga de una de las esferas ($g=10\ m/s^2$).



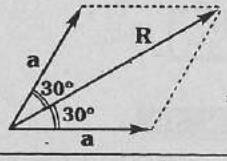
RESOLUCIÓN

Realizando el D.C.L. a una de las esferas :



Recuerde :

Si :



$\Rightarrow \boxed{R = a\sqrt{3}}$

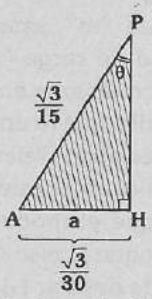
Del gráfico :

* En el △AMH :

$$\frac{1}{20} = a\cos 30° \Rightarrow \frac{1}{20} = a\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\therefore \quad a = \frac{\sqrt{3}}{30}\,m$$

* En el △PHA :



$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{30}\right)}{\left(\frac{\sqrt{3}}{15}\right)} = \frac{1}{2}$$

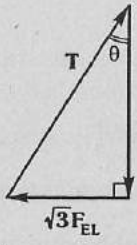
$$\therefore \quad \theta = 30°$$

* Por la Ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{KQ^2}{d^2} = \frac{(9\times10^9)Q^2}{\left(\frac{1}{10}\right)^2}$$

$$\therefore \quad F_{EL} = 9\times10^{11}Q^2 \quad \ldots (I)$$

* Por equilibrio :



$\ldots \left(\vec{F}_{res.} = \vec{0}\right)$

Del △ :

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}\,F_{EL}}{(10,8)}$$

$$\tan 30° = \frac{\sqrt{3}\,F_{EL}}{(10,8)}$$

$$\therefore \quad F_{EL} = 3,6N$$

Reemplazando en (I) :

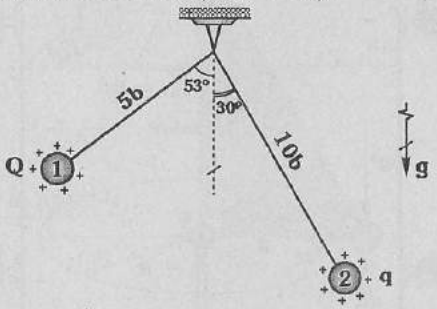
$$3,6 = 9\times10^{11}Q^2$$

Resolviendo : $Q = 2\times10^{-6}C$

$$\therefore \quad \boxed{Q = 2\mu C} \quad \textit{Rpta.}$$

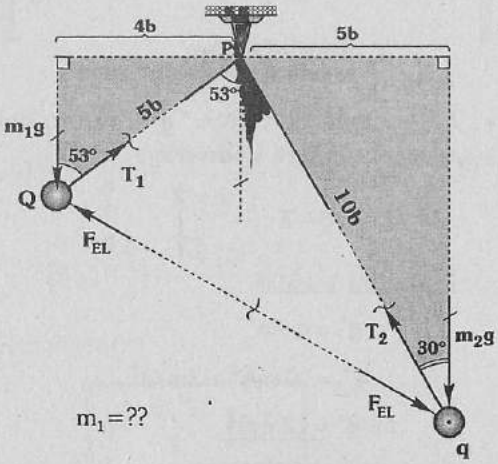
PROBLEMA Nº 40

El sistema mostrado se encuentra en equilibrio. Determine la masa de la esfera (1), si las esferas electrizadas estan sostenidas por hilos aislantes ($m_2 = 8$ kg).



Resolución

Realizando el D.C.L de las dos esferas como si fuera un solo cuerpo (*sistema*) :



* Se puede apreciar que la fuerza eléctrica sobre las dos esferas (*sistema*) se anulan ($F_{EL} - F_{EL} = 0$).
* Tomando como centro de torques al punto "P". Para el equilibrio de rotación debe cumplirse :

$$\Sigma M_{p\,)} = \Sigma M_{p\,)}$$

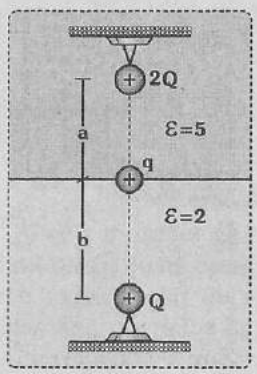
$$(m_2 g)(5b) = (m_1 g)(4b)$$

$$\Rightarrow \quad m_1 = \frac{5}{4} m_2 = \frac{5}{4}(8\text{kg})$$

$$\therefore \quad \boxed{m_1 = 10\text{kg}} \quad \textit{Rpta.}$$

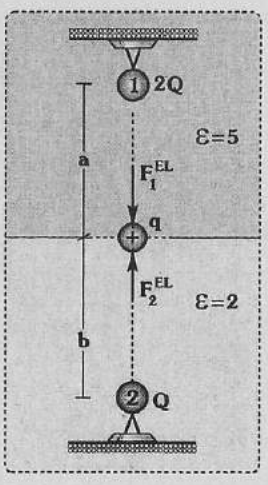
PROBLEMA Nº 41

El gráfico nos muestra una partícula electrizada en reposo permanente, ubicada en la interfase de dos medios dieléctricos. Determine (a/b) (*desprecie efectos gravitatorios*).



Resolución

Realizando el D.C.L. a la partícula electrizada con "q" :



* Para el equilibrio de la partícula electrizada con "q", debe cumplirse :

$$F_1^{EL} = F_2^{EL}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_1}\left[\frac{K(2Q)(q)}{a^2}\right] = \frac{1}{\varepsilon_2}\left[\frac{K(Q)(q)}{b^2}\right]$$

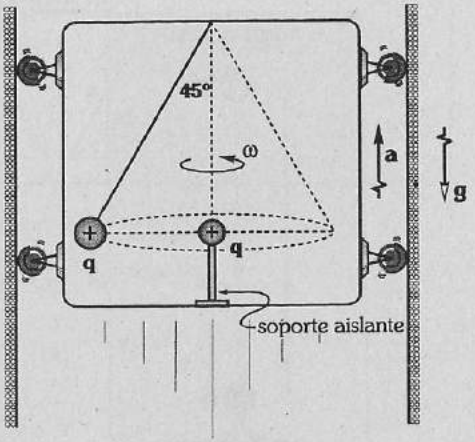
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{5}\left[\frac{2}{a^2}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{b^2}\right]$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \quad \boxed{\frac{a}{b} = \frac{2\sqrt{5}}{5}} \quad \textit{Rpta.}$$

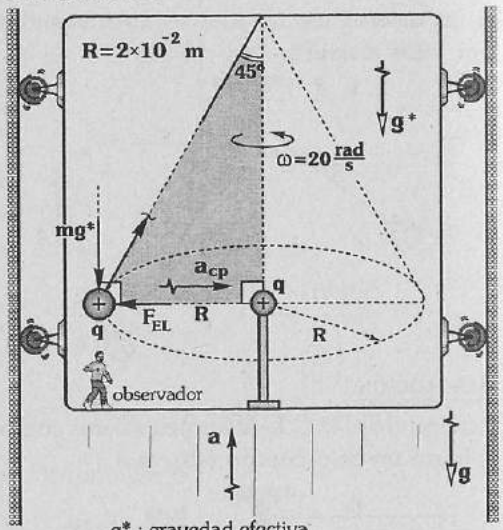
PROBLEMA Nº 42

Una esfera de masa $m = 5\times10^{-3}$kg se encuentra girando en un plano horizontal suspendido de un hilo aislante dentro de un ascensor que sube con una aceleración de módulo a=2 m/s². Determine "q", si el radio de giro es 2 cm; además se sabe que la velocidad angular es constante. ($\omega = 20$ rad/s ; $g = 10$ m/s²).



Resolución

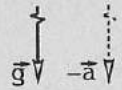
Realizando el D.C.L. de la partícula que esta girando :



g* : gravedad efectiva
(gravedad dentro del ascensor)

* La gravedad efectiva "g*" dentro del ascensor estará dado por :

$$\vec{g}^* = \vec{g} - \vec{a} \quad \ldots$$



En forma escalar :

$$g^* = g + a$$

$$g^* = 10\ \text{m/s}^2 + 2\text{m/s}^2$$

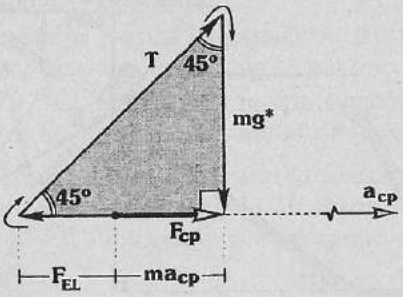
$$\therefore \quad g^* = 12\ \text{m/s}^2$$

* Por la Ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{Kq^2}{R^2} \qquad \ldots (\alpha)$$

* Se puede apreciar que la fuerza resultante sobre la partícula es la fuerza centrípeta $\left(\vec{F}_{res.} = \vec{F}_{cp}\right)$, debido a que $\omega = cte$.

* Se sabe : $\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_{cp} \quad \ldots \left(\vec{F}_{cp} // \vec{a}_{cp}\right)$



Del ◺notable :

$$mg^* = F_{EL} + ma_{cp}$$

$$mg^* = F_{EL} + m\omega^2 R \quad \ldots (\beta)$$

Reemplazando (α) en (β):

$$mg^* = \frac{Kq^2}{R^2} + m\omega^2 R$$

$$\Rightarrow (5\times10^{-3})(12) = \frac{(9\times10^9)q^2}{(2\times10^{-2})^2} + (5\times10^{-3})(20)^2(2\times10^{-2})$$

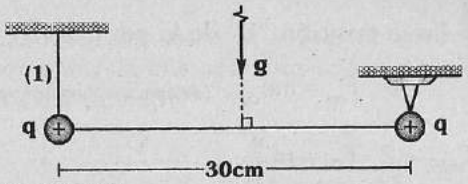
$$(6\times10^{-2}) = \frac{9\times10^{13}q^2}{4} + 4\times10^{-2}$$

Resolviendo :

$$\boxed{q = \frac{4\sqrt{5}}{3}\times10^{-8}\,C}$$ *Rpta.*

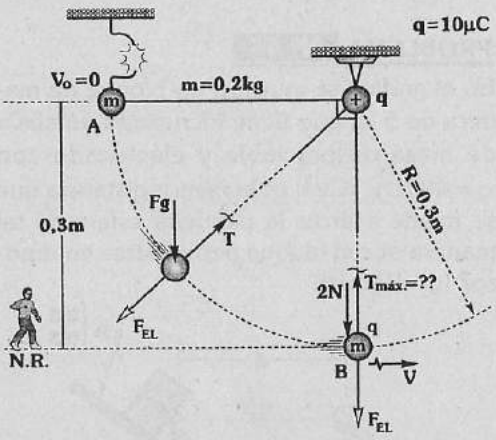
PROBLEMA Nº 43

Se muestra dos partículas electrizadas con +10μC unidos con hilo de seda, además se sabe que la masa de cada partícula es 0,2 kg. Si se corta el hilo (1). ¿Qué máxima fuerza de tensión experimentará el hilo que une a las partículas? $(g = 10\ m/s^2)$.



RESOLUCIÓN

El módulo de la fuerza de tensión sera máximo, cuando una de las partículas llega a su posición mas baja de su trayectoria :



* En el tramo A–B de la partícula sólo realiza trabajo la fuerza de gravedad "F_g"; entonces la energía mecánica de la partícula se conserva :

$$EM_A = EM_B$$

$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}V^2$$

$$(10)(0,3) = \frac{V^2}{2}$$

$$\therefore \quad \underline{V^2 = 6}$$

* Por la Ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{Kq^2}{d^2} = \frac{(9\times10^9)(10^{-5})^2}{(3\times10^{-1})^2}$$

$$\therefore \quad \underline{F_{EL} = 10N}$$

* En la posición "B" de la partícula :

$$F_{cp} = ma_{cp} \quad \text{...(dinámica circunferencial)}$$

$$T_{máx.} - 2 - F_{EL} = m\frac{V^2}{R}$$

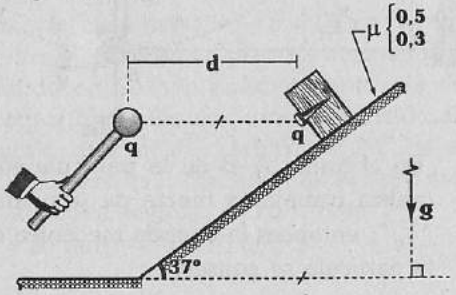
$$\Downarrow$$

$$T_{máx.} - 2 - 10 = (0,2)\frac{6}{(0,3)}$$

$$\therefore \quad \boxed{T_{máx.} = 16N} \qquad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 44

En el gráfico se muestra un bloque de madera de 5 kg que tiene incrustado un clavo de masa despreciable y electrizado con $q = 40\mu C$. ¿Cuál es la menor distancia que se puede acercar la pequeña esfera de tal manera que el bloque permanezca en reposo? ($g = 10\ m/s^2$)

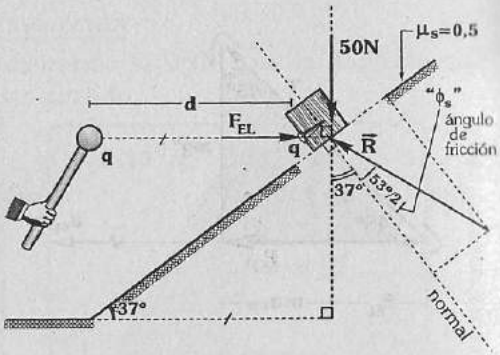


RESOLUCIÓN

* La distancia "d" será mínima cuando la fuerza eléctrica que actúa sobre el clavo sea máxima; esto ocurrirá cuando el bloque esta a punto de resbalar hacia arriba, de tal manera que sigue en reposo permanente.
* Realizando el D.C.L. al bloque y al clavo como si fuera un solo cuerpo.

Por propiedad : $\mu_s = \tan\phi_s = 0,5$

$$\therefore \quad \phi_s = \frac{53°}{2}$$



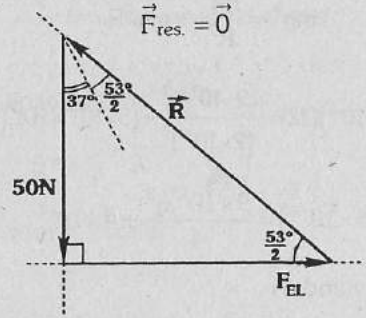
* Por la Ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{Kq^2}{d^2} = \frac{(9\times10^9)(4\times10^{-5})^2}{d^2}$$

$$\therefore \quad F_{EL} = \frac{144\times10^{-1}}{d^2} \qquad \text{... (I)}$$

* Para el equilibrio de traslación debe cumplirse :

$$\vec{F}_{res.} = \vec{0}$$



Del ◺notable :

$$F_{EL} = 100N$$

Reemplazando en (I) :

$$100 = \frac{144\times10^{-1}}{d^2}$$

$$\therefore \quad \boxed{d = 0,12\sqrt{10}\ m} \qquad \textit{Rpta.}$$

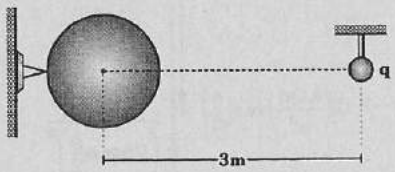
Nota

Si nos piden "d" máximo; entonces el bloque estará a punto de resbalar hacia abajo.

PROBLEMA Nº 45

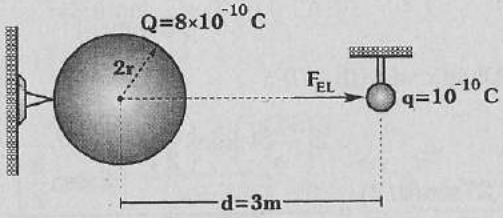
Una esfera maciza se encuentra electrizada uniformemente en todo su volumen con $8\times10^{-10}C$, si se le extrae una porción del centro cuyo radio es la mitad de la esfera.

Determine en cuanto varía la fuerza eléctrica sobre una partícula electrizada con $q=10^{-10}C$ ubicada a 3m del centro de la esfera.



Resolución

Caso I

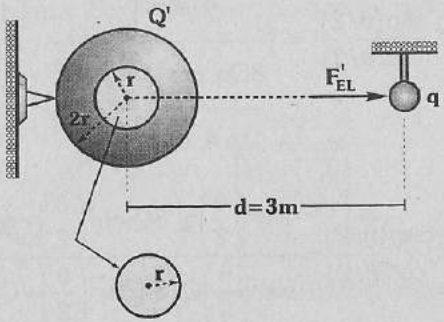


* Por la Ley de Coulomb :

$$F_{EL}=\frac{KQq}{d^2} \qquad \text{... (I)}$$

Caso II

Cuando se le extrae una porción a la esfera :



Como la carga eléctrica esta distribuído uniformemente; entonces éste será proporcional al volumen :

$$\Rightarrow \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi(2r)^3}=\frac{Q'}{\frac{4\pi}{3}(2r)^3-\frac{4\pi}{3}(r)^3}$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{8r^3}=\frac{Q'}{7r^3}$$

$$\therefore \boxed{Q'=\frac{7}{8}Q}$$

Por la Ley de Coulomb :

$$F'_{EL}=\frac{KQ'q}{d^2}=\frac{K\left(\frac{7Q}{8}\right)q}{d^2}$$

$$\therefore F'_{EL}=\frac{7}{8}\left(\frac{KQq}{d^2}\right) \qquad \text{... (II)}$$

Nos piden :

$$\Delta F_{EL}=\left|F'_{EL}-F_{EL}\right|$$

De (I) y (II) :

$$\Delta F_{EL}=\frac{1}{8}\left(\frac{KQq}{d^2}\right)$$

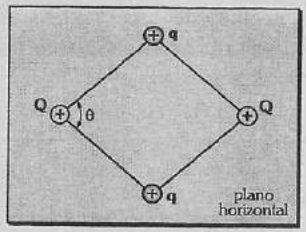
$$\Rightarrow \Delta F_{EL}=\frac{1}{8}\left[\frac{9\times10^9\left(8\times10^{-10}\right)\left(10^{-10}\right)}{3^2}\right]$$

$$\therefore \boxed{\Delta F_{EL}=10^{-11}N} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 46

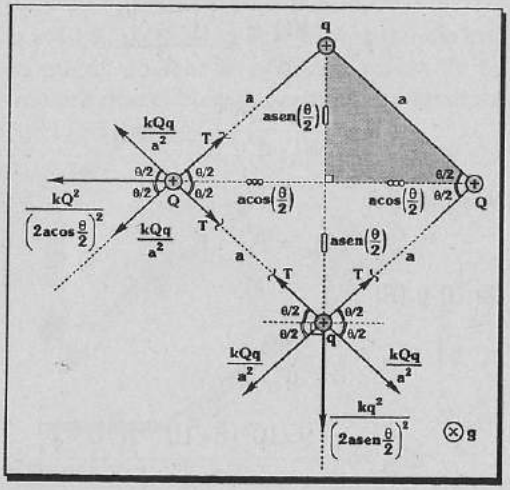
El sistema de partículas electrizadas se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal lisa y aislante. Si los hilos que unen las partículas son aislantes y de igual longitud; determine θ.

(*considere* : $\left(\frac{q}{Q}\right)^2=\frac{1}{8}$)

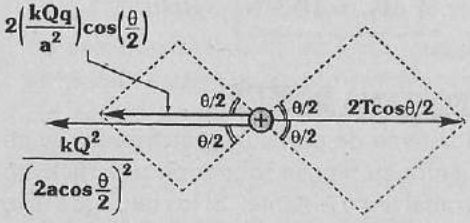


Resolución

* Realizando el D.C.L. a dos de las partículas electrizadas (*ya no graficaremos la fuerza normal "F_N", tampoco la fuerza de gravedad "F_g", porque estas fuerzas se cancelan en el eje vertical*).



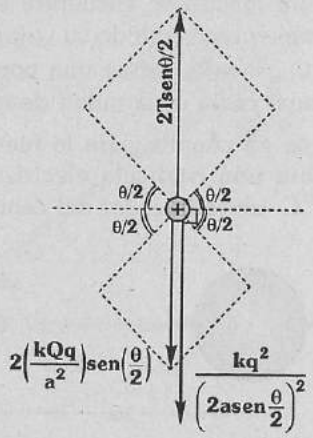
* Para la partícula con carga "Q" :



Por equilibrio :

$$2T\cos\frac{\theta}{2}=2\left(\frac{KQq}{a^2}\right)\cos\frac{\theta}{2}+\frac{KQ^2}{\left(2a\cos\frac{\theta}{2}\right)^2}\quad\ldots(I)$$

* Para la partícula con carga "q" :



Por equilibrio :

$$2T\operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)=2\left(\frac{KQq}{a^2}\right)\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}+\frac{Kq^2}{\left(2a\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\right)^2}\quad\ldots(II)$$

Dividiendo (II) ÷ (I) :

$$\frac{2T\operatorname{sen}(\theta/2)}{2T\cos(\theta/2)}=\frac{2\left(\frac{KQq}{a^2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)+\frac{Kq^2}{\left(2a\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\right)^2}}{2\left(\frac{KQq}{a^2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)+\frac{KQ^2}{\left(2a\cos\frac{\theta}{2}\right)^2}}$$

Reduciendo :

$$\frac{\operatorname{sen}(\theta/2)}{\cos(\theta/2)}=\frac{\dfrac{8Qq\operatorname{sen}^3\left(\frac{\theta}{2}\right)+q^2}{4\operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}}{\dfrac{8Qq\cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right)+Q^2}{4\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}}$$

$$\Rightarrow\frac{\operatorname{sen}(\theta/2)}{\cos(\theta/2)}=\frac{\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)q\left(8Q\operatorname{sen}^3\left(\frac{\theta}{2}\right)+q\right)}{\operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)Q\left(8q\cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right)+Q\right)}$$

$$\frac{\text{sen}^3(\theta/2)}{\cos^3(\theta/2)} = \left(\frac{q}{Q}\right)\frac{\left[8\text{sen}^3\left(\frac{\theta}{2}\right)+\left(\frac{q}{Q}\right)\right]}{\left[8\left(\frac{q}{Q}\right)\cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right)+1\right]}$$

Finalmente :

$$8\left(\frac{q}{Q}\right)\text{sen}^3\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right)+\text{sen}^3\left(\frac{\theta}{2}\right)=8\left(\frac{q}{Q}\right)\text{sen}^3\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right)+\left(\frac{q}{Q}\right)^2\cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \text{sen}^3\left(\frac{\theta}{2}\right)=\left(\frac{q}{Q}\right)^2\cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\therefore \quad \boxed{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)=\left(\frac{q}{Q}\right)^{2/3}} \quad \ldots \textit{(en general)}$$

En nuestro caso : $\left(\frac{q}{Q}\right)^2=\frac{1}{8}$

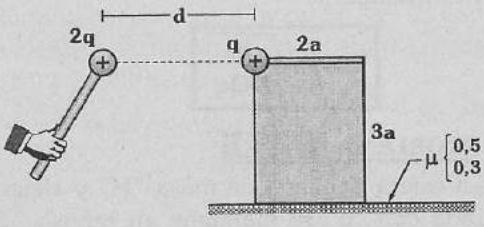
$$\Rightarrow \quad \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)=\left(\frac{1}{8}\right)^{1/3}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)=\frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \frac{\theta}{2}=\frac{53°}{2}$$

$$\therefore \quad \boxed{\theta = 53°} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 47

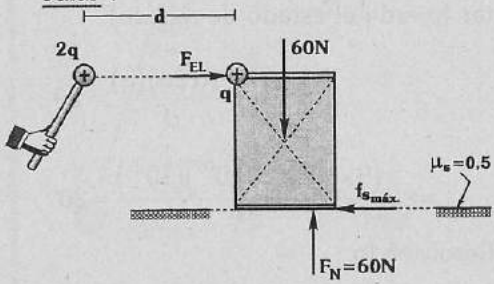
Se muestra un cilindro homogéneo de 6 kg que tiene adherido una partícula electrizada de masa despreciable. Determine el valor mínimo de la distancia "d", de tal manera que el cilindro permanezca en reposo ($q = 10^{-6}$C).



Resolución

Para que el cilindro permanezca en reposo y "d" sea mínimo; entonces el cilindro estará a punto de resbalar o rotar.

* Cuando el cilindro esta a punto a resbalar :

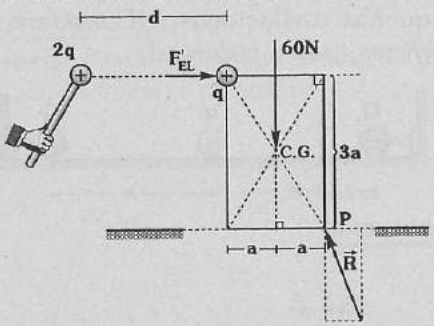


Por equilibrio : $F_{EL} = f_{s_{máx}} = \mu_s F_N$

$$\Rightarrow \quad F_{EL} = (0{,}5)(60\text{N})$$

$$\therefore \quad F_{EL} = 30\text{N} \qquad \ldots (\alpha)$$

* Cuando el cilindro esta a punto de rotar: esto ocurrirá cuando el cilindro esta apoyado solamente en el punto "P" :



Tomando como centro de torques al punto "P"; para el equilibrio de rotación se cumple :

$$\Sigma M_p \circlearrowright = \Sigma M_p \circlearrowleft$$

$$F'_{EL}(3a) = (60\text{N})(a)$$

$$\therefore \quad F'_{EL} = 20\text{N} \qquad \ldots (\beta)$$

De (α) y (β) se deduce :

Para que el cilindro se encuentra en reposo, la fuerza eléctrica debe ser $F'_{EL} = 20N$, porque si fuese $F_{EL} = 30N$ el cilindro estará a punto de resbalar, pero con esta fuerza el cilindro empezará a rotar (pierde el estado de reposo).

$$\therefore \quad F'_{EL} = \frac{K(2q)(q)}{d^2} = 20$$

$$\Rightarrow \quad \frac{(9\times10^9)(2\times10^{-6})(10^{-6})}{d^2} = 20$$

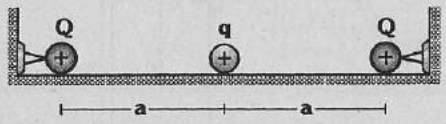
Resolviendo :

$$d = 3\times10^{-2}m$$

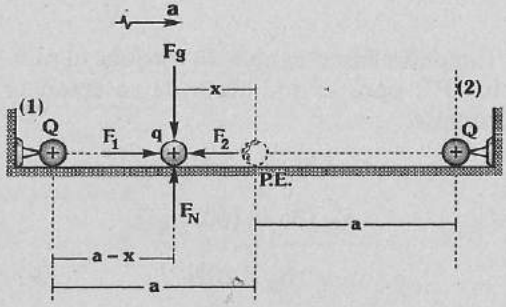
$$\therefore \quad \boxed{\mathbf{d = 3\ cm}} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 48

La esfera electrizada con "q" y de masa "m" está en reposo. Si la desplazamos ligeramente de la posición mostrada y la soltamos. Determine el período de sus pequeñas oscilaciones. (*Considere superficies lisas y aislantes*).



RESOLUCIÓN



Como "x" es muy pequeño en comparación con "a" $(x <<< a)$:

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{a} <<< 1 \quad \therefore \quad \boxed{\frac{x}{a} \approx 0}$$

* Por la Ley de Coulomb :

  • $F_1 = \dfrac{KQq}{(a-x)^2}$ ... (I)

  • $F_2 = \dfrac{KQq}{(a+x)^2}$ ... (II)

* Por el M.A.S.

$$a = \omega^2 x \qquad \text{... (III)}$$

* Por la 2da Ley de Newton :

$$F_{res.} = ma$$

$$(F_1 - F_2) = ma \qquad \text{... (IV)}$$

Reemplazando (I), (II) y (III) en (IV) :

$$\frac{KQq}{(a-x)^2} - \frac{KQq}{(a+x)^2} = m(\omega^2 x)$$

$$\Rightarrow \quad KQq\left[\frac{4a\cancel{x}}{(a^2-x^2)^2}\right] = m(\omega^2\cancel{x})$$

$$\frac{4KQqa}{\left[a^2\left(1-\cancel{\frac{x^2}{a^2}}^{\,0}\right)\right]^2} = m\omega^2$$

$$\frac{4KQqa}{a^4} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

Resolviendo :

$$\boxed{T = \pi a\sqrt{\frac{ma}{KQq}}} \quad \textit{Rpta.}$$

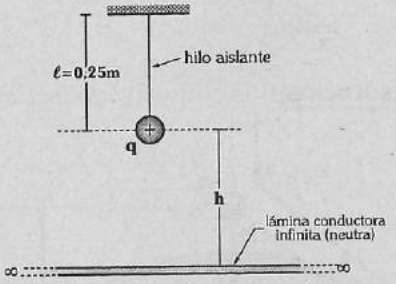
PROBLEMA Nº 49

La esfera pequeña de masa "M" y electrizada con "q" se mantiene en reposo. Si

desplazamos ligeramente en forma horizontal la esfera y luego se abandona. Determine el período de las oscilaciones.

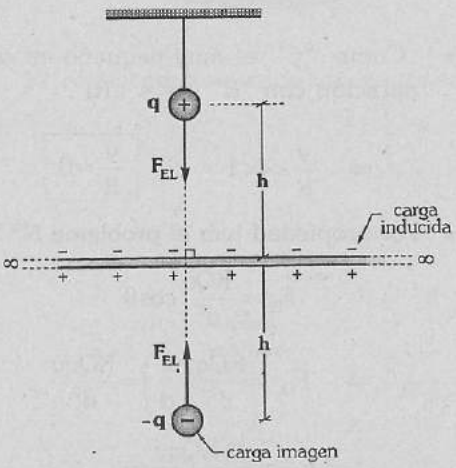
(Considere : $\frac{q}{h}=6\sqrt{\frac{10M}{K}}$; $g=10\ m/s^2$)

K : Constante de Coulomb



RESOLUCIÓN

Utilizando la propiedad de **carga imagen** (ver la teoría)



La fuerza eléctrica de atracción entre la lámina conductora y la carga "q" es equivalente a la fuerza eléctrica entre la carga "q" y su carga imagen "−q".

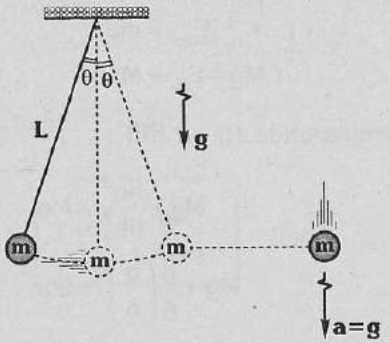
* Por la Ley de Coulomb :

$$F_{EL}=\frac{K(q)(q)}{(2h)^2}$$

$$\therefore\ F_{EL}=\frac{K(q)(q)}{(2h)^2}\quad ...\ (I)$$

Recuerde : ***(Péndulo simple)***

Si : "θ" : es muy pequeño ($\theta\leq 8°$)



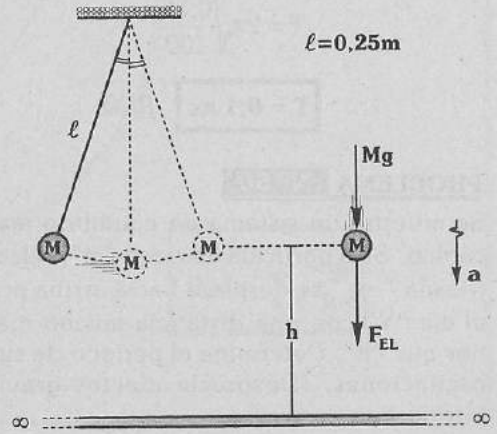
$$\Rightarrow\ \boxed{T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}\ ...\ \left(\begin{array}{l}\text{período de oscilación}\\ \text{del péndulo}\end{array}\right)$$

Donde :

a : es la aceleración de "m", cuando esta libre de la cuerda que lo sostiene.

En nuestro caso :

Cuando desplazamos ligeramente la esfera, éste empezará a oscilar.



* El período de oscilación del péndulo estará dado por :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{a}} \quad \ldots (II)$$

* De la 2da Ley de Newton :

$$F_{res.} = ma$$

$$Mg + F_{EL} = Ma \quad \ldots (III)$$

Reemplazando (I) en (III) :

$$Mg + \frac{Kq^2}{4h^2} = Ma$$

$$Mg + \frac{K}{4}\left(\frac{q}{h}\right)^2 = Ma$$

$$Mg + \frac{K}{4}\left(6\sqrt{\frac{10M}{K}}\right)^2 = Ma$$

$$\Rightarrow \quad Mg + 90M = Ma$$

$$\underset{10}{\cancel{Mg}} + 90M = Ma$$

Resolviendo :

$$\underline{a = 100\ m/s^2}$$

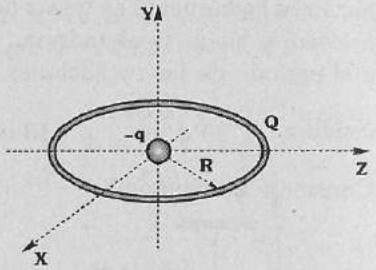
Reemplazando en (II) :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0,25}{100}}$$

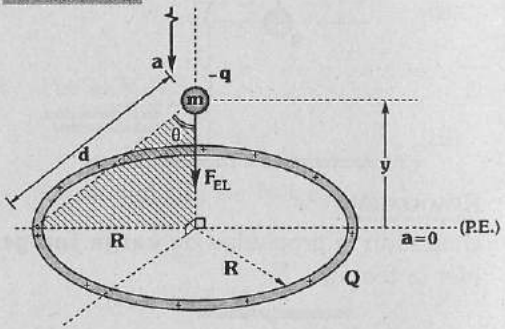
$$\therefore \quad \boxed{T = 0,1\ \pi s} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 50

Se muestra un sistema en equilibrio mecánico. Si la partícula de masa "m" y electrizada " –q " se desplaza hacia arriba por el eje "Y" con una distancia mucho menor que "R". Determine el período de sus oscilaciones. (Desprecie efectos gravitatorios).



RESOLUCIÓN



* Como "y" es muy pequeño en comparación con "R" (y<<<R) :

$$\Rightarrow \quad \frac{y}{R} <<< 1 \quad \therefore \quad \boxed{\frac{y}{R} \approx 0}$$

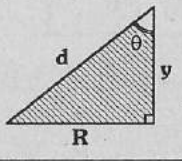
* Por propiedad (ver el problema Nº 22)

$$F_{EL} = \frac{KQq}{d^2}\cos\theta$$

$$\Rightarrow \quad F_{EL} = \frac{KQq}{d^2}\left(\frac{y}{d}\right) = \frac{KQqy}{d^3}$$

$$\therefore \quad F_{EL} = \frac{KQqy}{\left(\sqrt{R^2 + y^2}\right)^3} \quad \ldots (I)$$

En el ◺ sombreado :



$$\Rightarrow \quad \boxed{d = \sqrt{R^2 + y^2}}$$

* Por el M.A.S :

$$a = \omega^2 y \qquad \text{... (II)}$$

* Por la 2da Ley de Newton :

$$\underbrace{F_{res.}} = ma$$

$$F_{EL} = ma \qquad \text{... (III)}$$

Reemplazando (I) y (II) en (III) :

$$\frac{KQq\,\cancel{y}}{\left(\sqrt{R^2+y^2}\right)^3} = m\left(\omega^2\,\cancel{y}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{KQq}{\left[\sqrt{R^2\left(1+\frac{y^{2\to 0}}{R^2}\right)}\right]^3} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

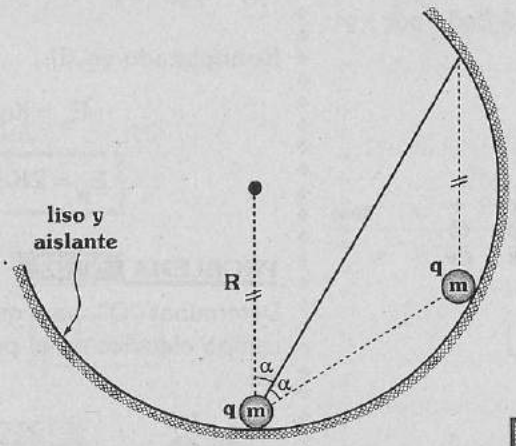
$$\frac{KQq}{R^3} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

Resolviendo :

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{mR^3}{KQq}}} \quad \textit{Rpta.}$$

"Para el Lector" :

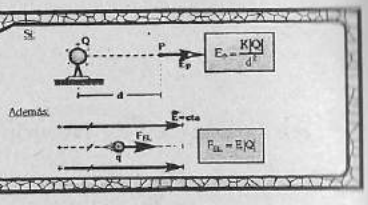
Si el sistema se encuentra en reposo permanente. Determine q.



Rpta. $R\sqrt{\frac{mg}{k}}$

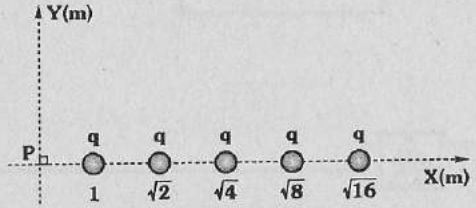
CAMPO ELÉCTRICO

Electrostática



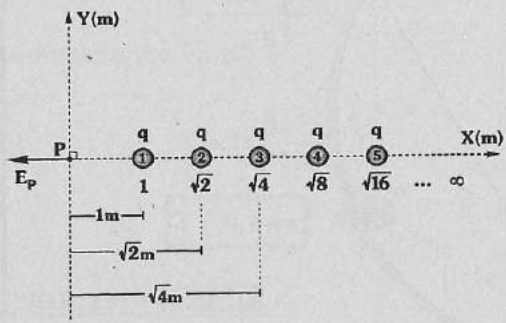
PROBLEMA Nº 51

Se tiene infinitas partículas electrizadas, fijas y dispuestas a lo largo del eje "X" tal como se muestra. Determine el módulo de la intensidad de campo eléctrico en el origen de coordenadas.



RESOLUCIÓN

El módulo de la intensidad del campo eléctrico en el punto "P", estará dado por :



$$E_p = E_1 + E_2 + E_3 + \ldots \quad \infty$$

$$\Rightarrow \quad E_p = \frac{kq}{1^2} + \frac{kq}{\left(\sqrt{2}\right)^2} + \frac{kq}{\left(\sqrt{4}\right)^2} + \ldots \quad \infty$$

$$E_p = Kq\underbrace{\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \ldots \infty\right)}_{s}$$

$$\therefore \quad Ep = Kq(s) \quad \ldots (I)$$

Cálculo de "s" :

$$s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \ldots \infty$$

Multiplicando por "2" a cada miembro :

$$2s = 2 + \underbrace{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots \infty}_{s}$$

$$\Rightarrow \quad 2s = 2 + s \qquad \therefore \quad s = 2$$

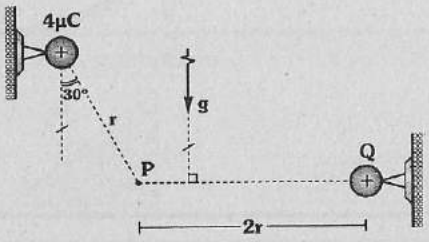
Reemplazado en (I) :

$$E_p = Kq(2)$$

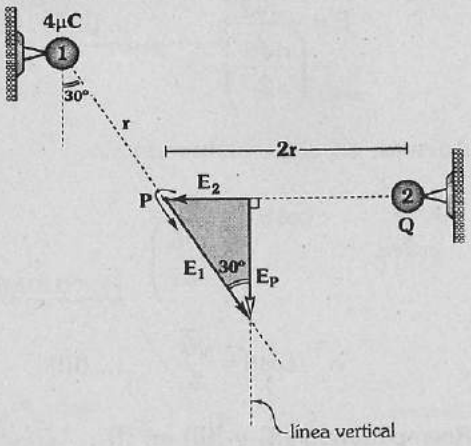
$$\therefore \quad \boxed{E_p = 2Kq} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 52

Determinar "Q", para que la intensidad del campo eléctrico en el punto "P" sea vertical.



Resolución



Del gráfico :

$$* \quad E_1 = \frac{K(4\mu C)}{r^2} \qquad \ldots (I)$$

$$* \quad E_2 = \frac{KQ}{(2r)^2} \qquad \ldots (II)$$

En el ◺sombreado :

$$E_1 = 2E_2 \ \ldots (notable)$$

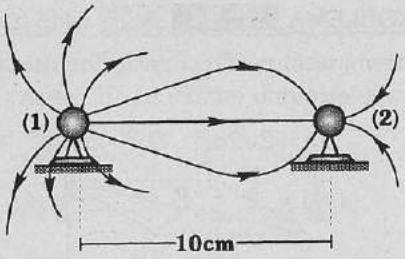
$$\frac{K(4\mu C)}{r^2} = 2\left[\frac{KQ}{(2r)^2}\right]$$

$$4\mu C = \frac{Q}{2}$$

$$\therefore \quad \boxed{Q = 8\mu C} \quad Rpta.$$

PROBLEMA Nº 53

El esquema adjunto nos representa como se da la interacción entre dos partículas electrizadas. Si el módulo de la fuerza eléctrica entre las partículas es 18N. Determine la cantidad de carga de la partícula (2).

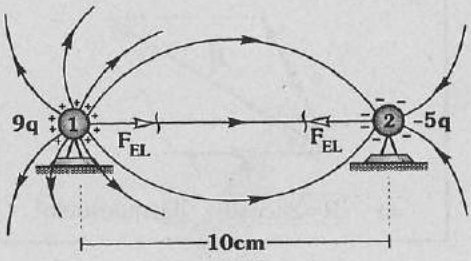


Resolución

Por propiedad, se sabe que el valor de la carga eléctrica de cada partícula es proporcional al número de líneas que salen o ingresan de dichas partículas.

$$\Rightarrow \quad q_1 = 9q$$

$$q_2 = -5q$$



Por la Ley de Coulomb :

$$F_{EL} = \frac{K(9q)(5q)}{d^2}$$

$$\Downarrow$$

$$18 = \frac{(9\times10^9)(45q^2)}{(10^{-1})^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{10^{-10}}{225} = q^2$$

Resolviendo : $q = \dfrac{10^{-5}}{15}C$

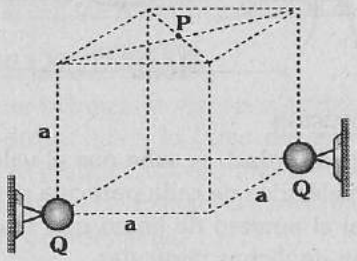
Nos piden : $q_2 = -5q = -5\left(\dfrac{10^{-5}}{15}C\right)$

$$\therefore \quad \boxed{q_2 = -\frac{10}{3}\mu C} \quad Rpta.$$

PROBLEMA Nº 54

Determine el módulo en la intensidad del campo eléctrico en "P".

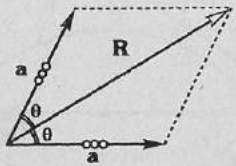
$$\left(a = 2\sqrt{2}m \;;\; Q = +2\mu C\right)$$



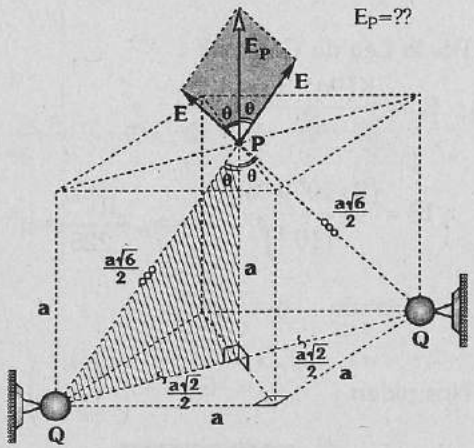
RESOLUCIÓN

Recuerde : (vectores)

Si :



$\Rightarrow$ $\boxed{R = 2a\cos\theta}$ ¡Demuestrelo!



En el punto "P" :

$$E_p = 2E\cos\theta \quad \ldots (I)$$

Donde :

$$E = \frac{KQ}{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2} \quad \ldots (II)$$

Además, en el ◺sombreado :

$$\cos\theta = \frac{a}{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)}$$

$$\therefore \quad \cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad \ldots (III)$$

Reemplazando (II) y (III) en (I) :

$$E_p = 2\left[\frac{KQ}{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2}\right]\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$$

$$\therefore \quad E_p = \frac{4\sqrt{6}}{9}\left(\frac{KQ}{a^2}\right)$$

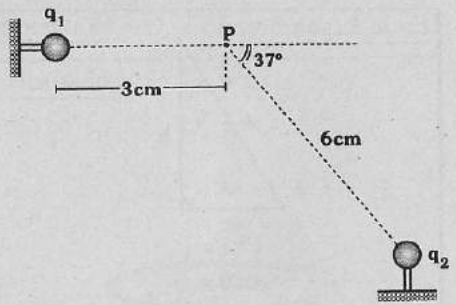
Reemplazando valores :

$$E_p = \frac{4\sqrt{6}}{9}\left[\frac{(9\times10^9)(2\times10^{-6})}{(2\sqrt{2})^2}\right]$$

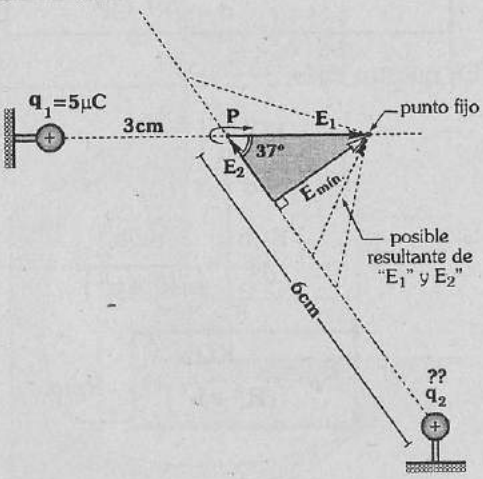
$$\therefore \quad \boxed{E_p = \sqrt{6}\times10^3\,\frac{N}{C}} \qquad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 55

Para el sistema mostrado, determine "q_2" de tal manera que el módulo de la intensidad del campo eléctrico en "P" sea mínimo $(q_1 = 5\,\mu C)$.



RESOLUCIÓN



* En el punto "P", la resultante de "E_1" y "E_2" será mínimo, cuando los vectores "E_2" y el vector resultante $(E_{mín})$ sean perpendiculares.

* En el ◺sombreado :

$$E_2 = E_1 \cos 37°$$

$$\left[\frac{Kq_2}{(6cm)^2}\right] = \left[\frac{Kq_1}{(3cm)^2}\right](4/5)$$

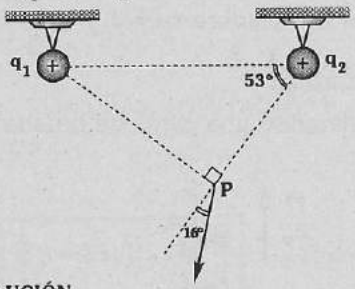
Reduciendo :

$$q_2 = \frac{16}{5}q_1 \Rightarrow q_2 = \frac{16}{5}(5\mu C)$$

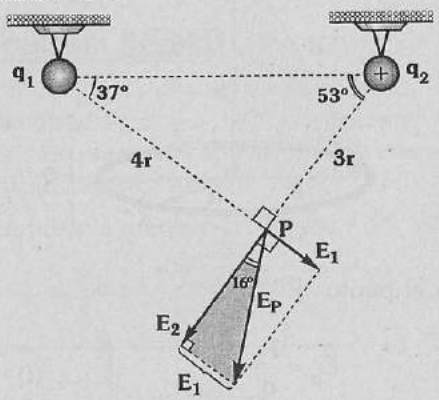
$$\therefore \boxed{q_2 = 16\mu C} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 56

Si el vector intensidad de campo eléctrico en el punto "P" se indica. En que relación están "q_1" y "q_2".



RESOLUCIÓN



En el ◺sombreado :

$$\tan 16° = \frac{E_1}{E_2}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{7}{24} = \frac{\left[\frac{Kq_1}{(4r)^2}\right]}{\left[\frac{Kq_2}{(3r)^2}\right]}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{24} = \frac{9q_1}{16q_2}$$

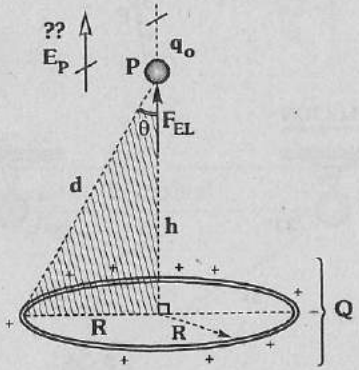
$$\therefore \boxed{\frac{q_1}{q_2} = \frac{14}{27}} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 57

Se tiene un aro metálico de carga "Q" y de radio "R". Calcular la intensidad del campo eléctrico a una altura "h" del centro del aro y sobre su eje.

RESOLUCIÓN

Considerando una carga de prueba "q_o".



En el punto "P":

$$E_p = \frac{F_{EL}}{q_o} \qquad \text{... (I)}$$

Por propiedad se sabe : (ver el problema 22)

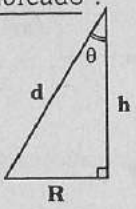
$$F_{EL} = \frac{KQq_o\cos\theta}{d^2} \qquad \text{... (II)}$$

Reemplazando (II) en (I) :

$$E_p = \frac{\dfrac{KQ\,q_o\cos\theta}{d^2}}{q_o}$$

$$\therefore \quad \boxed{E_p = \frac{KQ\cos\theta}{d^2}} \quad \text{¡En general!}$$

En el △sombreado :



$$\cos\theta = \frac{h}{d}$$

$$d = \sqrt{R^2 + h^2}$$

En nuestro caso :

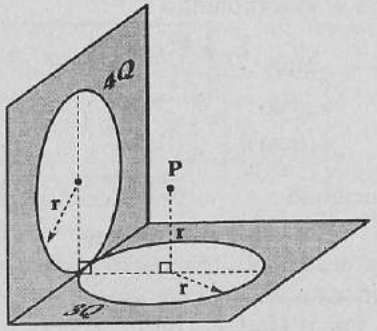
$$E_p = \frac{KQ\left(\frac{h}{d}\right)}{d^2}$$

$$\Rightarrow E_p = \frac{KQh}{d^3} = \frac{KQh}{\left(\sqrt{R^2+h^2}\right)^3}$$

$$\therefore \quad \boxed{E_p = \frac{KQh}{\left(R^2+h^2\right)^{3/2}}} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 58

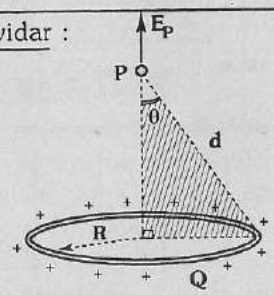
Se muestra dos anillos electrizados uniformemente. Determine la intensidad de campo eléctrico en el punto "P" (r=2cm ; Q=16μC)



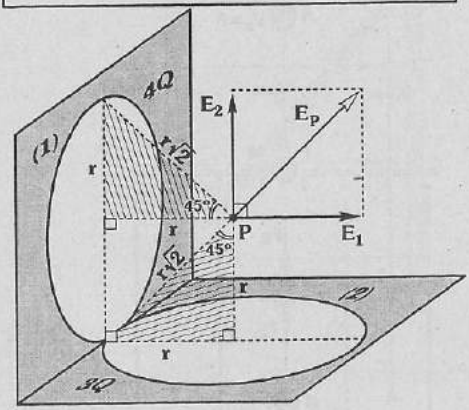
Resolución

No olvidar :

Si :



$$\Rightarrow \quad E_p = \frac{KQ\cos\theta}{d^2}$$



Del gráfico :

$$E_p = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \qquad \ldots (I)$$

Donde

$$* \quad E_1 = \frac{K(4Q)\cos 45°}{\left(r\sqrt{2}\right)^2}$$

$$\therefore \quad E_1 = 4\sqrt{2}\,\frac{KQ}{4r^2} \qquad \ldots (II)$$

$$* \quad E_2 = \frac{K(3Q)\cos 45°}{\left(r\sqrt{2}\right)^2}$$

$$\therefore \quad E_2 = 3\sqrt{2}\,\frac{KQ}{4r^2} \qquad \ldots (III)$$

Reemplazando (II) y (III) en (I) :

$$E_p = \frac{KQ}{4r^2}\sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \quad E_p = \frac{5\sqrt{2}KQ}{4r^2}$$

$$E_p = \frac{5\sqrt{2}\left(9\times10^9\right)\left(16\times10^{-6}\right)}{4\left(20\times10^{-2}\right)^2}$$

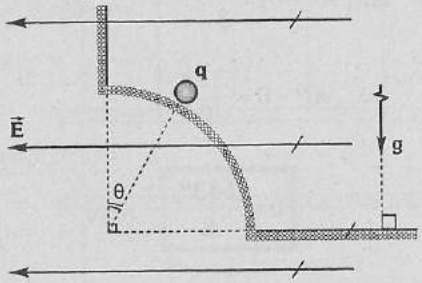
$$\therefore \quad \boxed{E_p = 45\sqrt{2}\times10^7\,\frac{N}{C}} \qquad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 59

En el gráfico, la pequeña esfera de 10^{-4} kg y electrizada con $q = 3\mu C$ se encuentra en equilibrio mecánico apoyada sobre una superficie cilíndrica aislante y lisa.

Determine la medida del ángulo " θ ".

$$\left(E = 1\,\frac{KN}{C} \;;\; g = 10\,\frac{m}{s^2}\right)$$



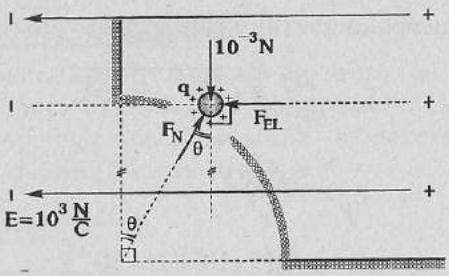
Resolución

Por definición :

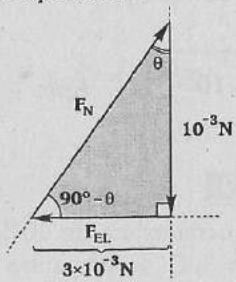
$$F_{EL} = E|q| = \left(10^3\,\frac{N}{C}\right)\left(3\times10^{-6}C\right)$$

$$\therefore \quad F_{EL} = 3\times10^{-3}N$$

* Realizando el D.C.L. a la esferita :

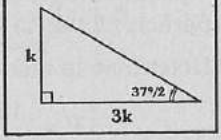


Por equilibrio :



$\ldots\left(\vec{F}_{res.}=\vec{0}\right)$

Recuerde :



En el sombreado :

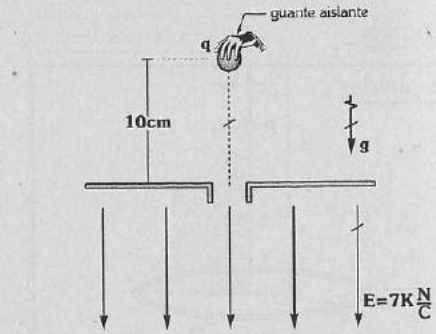
$$\tan(90°-\theta)=\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow\ 90°-\theta=\frac{37°}{2}$$

$$\therefore\ \boxed{\theta=\frac{143°}{2}}\quad \textit{Rpta.}$$

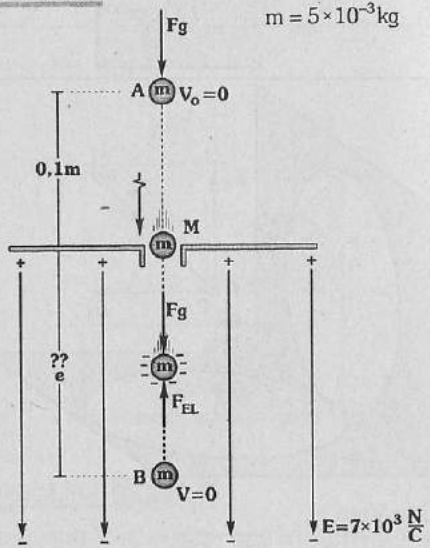
PROBLEMA Nº 60

Se suelta una esfera electrizada de 5×10^{-3}kg desde una altura de 10 cm sobre una abertura, donde existe un campo eléctrico homogéneo. Determinar lo que recorre dentro de esta región tal esfera hasta que se detiene. $\left(q=10^{-5}C\ ;\ g=10\ m/s^2\right)$



RESOLUCIÓN

$m=5\times10^{-3}$kg



Del gráfico :

$$F_{EL}=E|q|=\left(7\times10^3\frac{N}{C}\right)\left(10^{-5}C\right)$$

$$\therefore\ F_{EL}=7\times10^{-2}N$$

* En el tramo A − M − B :

$$W_{AB}^{NETO}=\cancel{(E_{cin.})_B}-\cancel{(E_{cin.})_A}$$

$$W_{AB}^{Fg}+W_{AB}^{F_{EL}}=0-0$$

$$mgh+(-F_{EL}e)=0$$

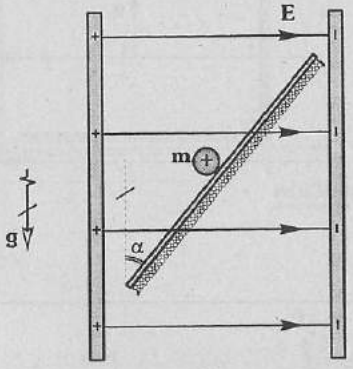
$$(5\times10^{-3})(10)(0,1+e)-7\times10^{-2}e=0$$

$0,5+5e=7e \Rightarrow e=0,25m$

$\therefore$ **e = 25 cm** *Rpta.*

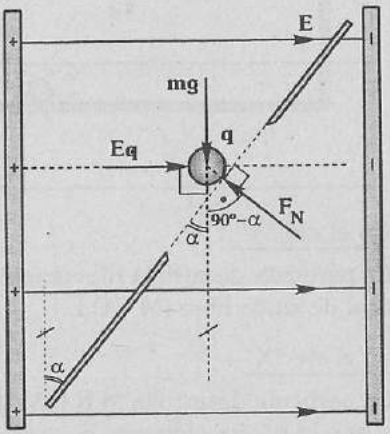
PROBLEMA Nº 61

Dos placas idénticas originan un campo eléctrico uniforme que actúa sobre una partícula de carga "q" y masa "m" manteniéndola en reposo. Determine la intensidad del campo eléctrico, si el plano es liso y aislante.

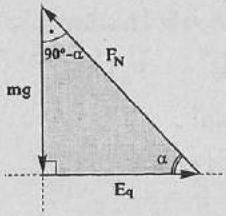


Resolución

Realizando el D.C.L. a la partícula de masa "m" :



* Para el equilibrio de la partícula, debe cumplirse :



$\ldots \left(\vec{F}_{res.}=\vec{0}\right)$

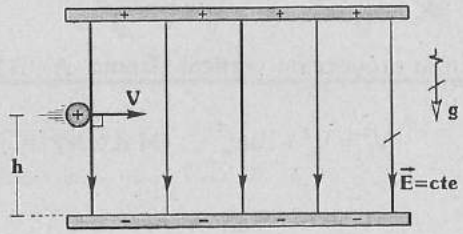
En el $\triangle$ sombreado :

$$\tan\alpha=\frac{mg}{Eq}$$

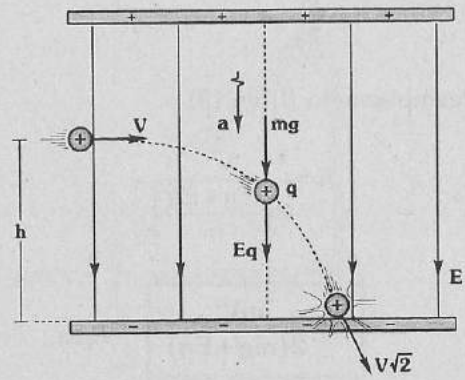
$\therefore$ $\boxed{E=\dfrac{mg}{q\tan\alpha}}$ *Rpta.*

PROBLEMA Nº 62

La partícula electrizada con cantidad de carga "**q**" y masa "**m**" ingresa perpendicularmente al campo eléctrico homogéneo de intensidad "**E**" como se indica. Si llega a la lámina negativa con una rapidez $V\sqrt{2}$. Determine la distancia "h".



Resolución



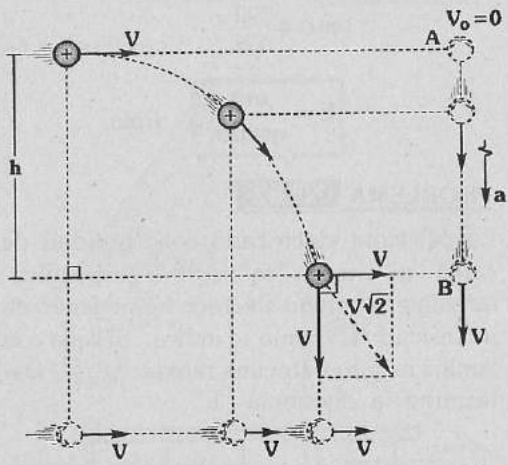
* Según la 2da Ley de Newton :

$$F_{res.} = ma \quad ; \quad \vec{F}_{res.} // \vec{a}$$

$$mg + Eq = ma$$

$$\therefore \quad a = \frac{mg+Eq}{m} \qquad \ldots (I)$$

* Según la cinemática de la partícula :



En la proyección vertical (Tramo A – B) :

$$V_F^2 = V_o^2 + 2ae \qquad \ldots (M.R.U.V)$$

$$V^2 = 0^2 + 2ah$$

$$\therefore \quad h = \frac{V^2}{2a} \qquad \ldots (II)$$

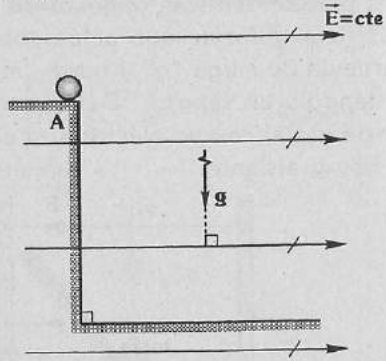
Reemplazando (I) en (II) :

$$h = \frac{V^2}{2\left[\frac{mg+Eq}{m}\right]}$$

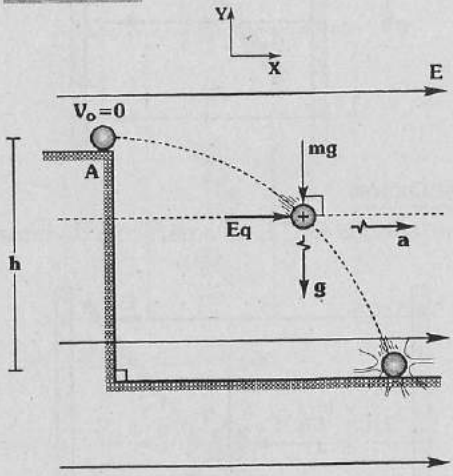
$$\therefore \quad \boxed{h = \frac{mV^2}{2(mg+Eq)}} \qquad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 63

Una esfera electrizada positivamente con "q" y de masa m, es soltada en "A". Determine el alcance horizontal que logra dicha esfera.



RESOLUCIÓN



* En el eje "Y" :

La partícula desarrolla movimiento vertical de caída libre (M.V.C.L.)

* En el eje "X" :

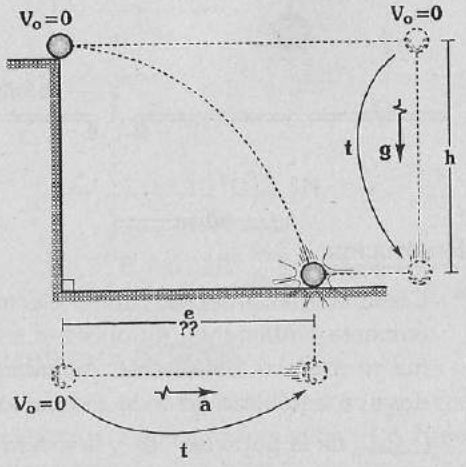
La partícula desarrolla M.R.U.V. debido a que la fuerza eléctrica $F_{EL} = Eq$ hace acelerar a la partícula en este eje. De la 2da Ley de Newton se sabe :

$F_{res.} = ma$ ... (en el eje "X")

$Eq = ma$

$\therefore\ a = \dfrac{Eq}{m}$ ... (I)

* De la cinemática de la partícula :



* En la proyección horizontal :

$e = \cancel{V_o^0}t + \dfrac{1}{2}at^2$

$\therefore\ e = \dfrac{1}{2}at^2$ ... (II)

* En la proyección vertical :

$h = \cancel{V_o^0}t + \dfrac{1}{2}gt^2$

$\therefore\ h = \dfrac{1}{2}gt^2$ ... (III)

Dividiendo (II) ÷ (III) miembro a miembro:

$$\frac{e}{h} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}at^2}{\cancel{\frac{1}{2}}gt^2}$$

$\therefore\ \dfrac{e}{h} = \dfrac{a}{g}$ ...(IV)

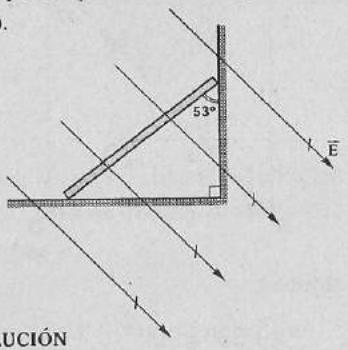
Reemplazando (I) en (IV):

$$\frac{e}{h} = \frac{\left(\frac{Eq}{m}\right)}{g}$$

$\therefore\ \boxed{e = \dfrac{qEh}{mg}}$ *Rpta.*

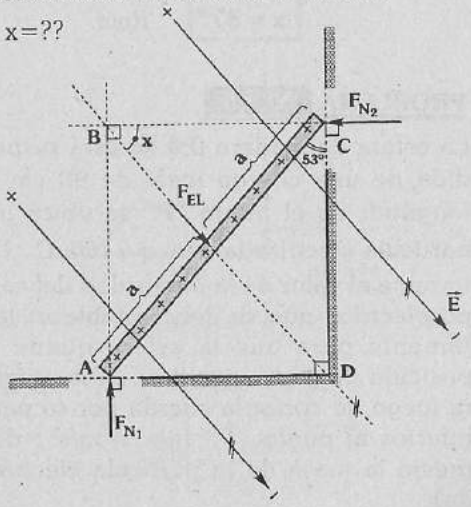
PROBLEMA Nº 64

La varilla de masa despreciable está uniformemente electrizada y apoyada en dos superficies lisas y aislantes. Determine el ángulo que forman las líneas de fuerza del campo eléctrico homogéneo con la horizontal para que la varilla permanezca en reposo.



RESOLUCIÓN

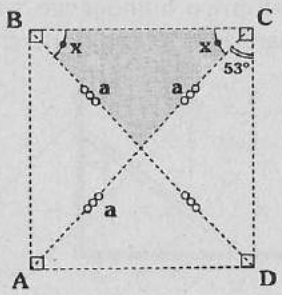
Realizando el D.C.L. de la barra :



* Como la varilla esta electrizado uniformemente, entonces la fuerza eléctrica "F_{EL}" actuará en el **punto medio** de dicha varilla.

* Para que se produzca el equilibrio mecánico de la varilla, entonces la tres fuerzas tienen que **concurrir en el punto "B"** (Teorema de la tres fuerzas).

* Por simple inspección el □**ABCD**, es un **rectángulo**.



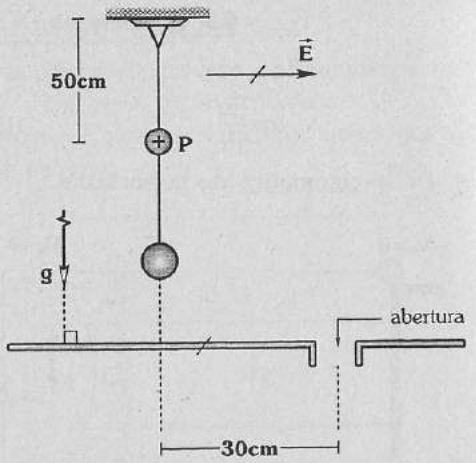
De la figura :

$$x + 53° = 90°$$

$$\therefore \boxed{x = 37°} \quad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 65

La esfera de madera 0,4 kg está suspendida de una cuerda ideal de 90 cm de longitud; en el punto "P" se ubica una partícula electrizada con $q = +50\mu C$. Determine el valor de la intensidad del campo eléctrico que se debe establecer lentamente para que la esfera quede en posición de poder penetrar en la abertura luego de cortar la cuerda por su parte inferior al punto "P" ($g = 10\ m/s^2$; desprecie la masa de la partícula electrizada).

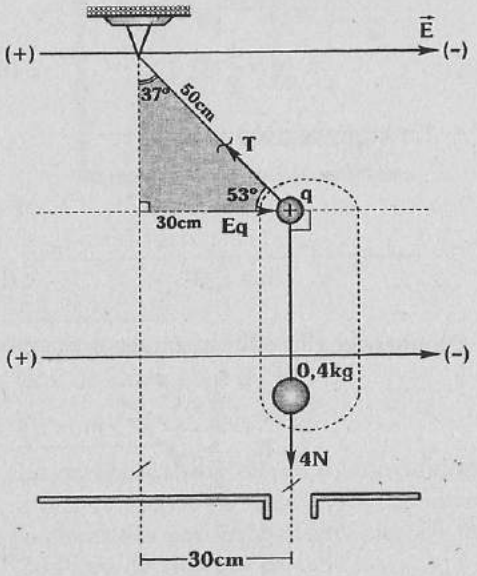


RESOLUCIÓN

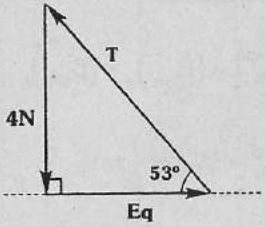
* Como la intensidad del campo eléctrico aumenta lentamente, entonces el sistema se moverá lentamente, manteniéndose en equilibrio en todo momento.

* D.C.L. de la partícula "q" y la esfera de madera, como si fuera un solo cuerpo.

$$q = 5 \times 10^{-5} C$$



* Por equilibro :



$\ldots \left(\vec{F}_{res.} = \vec{0}\right)$

Del ◺ notable :

$$Eq = 3N$$

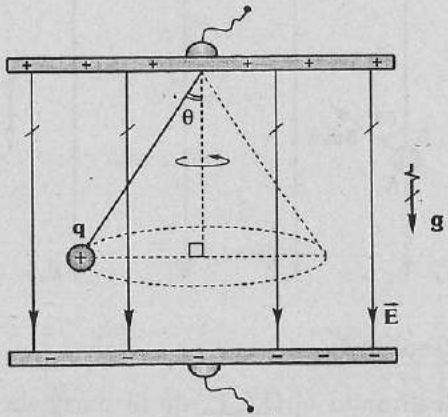
$$\Rightarrow \quad E\left(5\times10^{-5}C\right) = 3N$$

$$\therefore \quad \boxed{E = 6\times10^{4}\,\frac{N}{C}} \qquad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 66

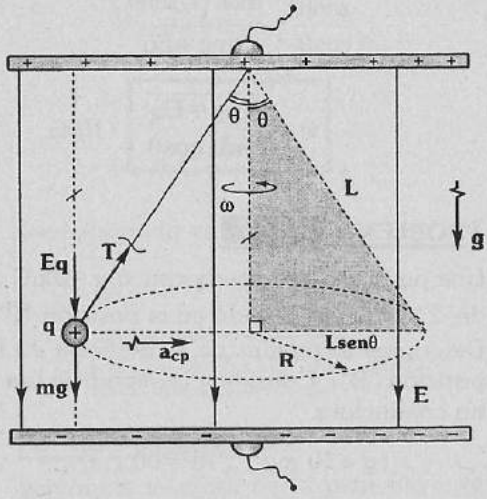
Dentro de un condensador plano cuyo campo eléctrico tiene una intensidad " $\vec{E}$ " gira uniformemente una esferita de masa "m" y carga q, suspendida de un hilo aislante de longitud "L".

Hallar la rapidez angular con que debe girar la esferita para que el hilo forme un ángulo " θ " con la vertical.



RESOLUCIÓN

Realizando el D.C.L. de la esferita :

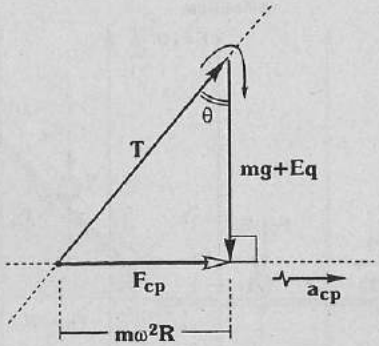


De la figura :

$$R = L\,\mathrm{sen}\,\theta$$

* Como $\vec{\omega} = cte$; entonces la fuerza resultante, será la fuerza centrípeta.
* Se sabe :

$$\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_{cp} \quad ; \quad \vec{F}_{cp} // \vec{a}_{cp}$$



Del ◺ :

$$\tan\theta = \frac{m\omega^2 R}{mg + Eq}$$

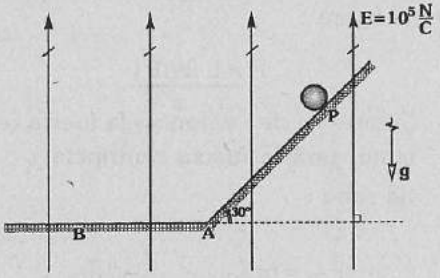
$$\frac{sen\theta}{\cos\theta} = \frac{m\omega^2(L\,sen\theta)}{mg+Eq}$$

$$\therefore \boxed{\omega = \sqrt{\frac{mg+Eq}{mL\cos\theta}}} \quad \textit{Rpta.}$$

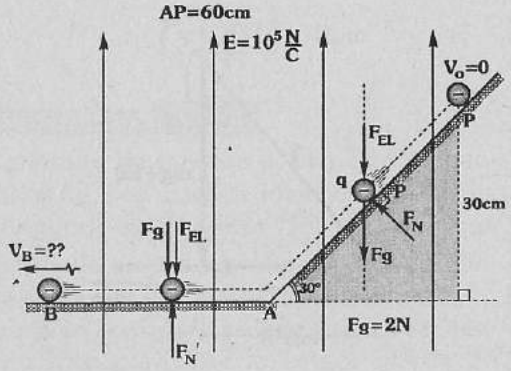
PROBLEMA Nº 67

Una partícula electrizada con $q=-10\mu C$ y de 2×10^{-1}kg es soltado en la posición "P". Determine la rapidez de la partícula en la posición "B". Considere la superficie lisa y no conductora.

($g=10\ m/s^2$, AP=60 cm)



RESOLUCIÓN



* Se sabe :

$$F_{EL} = E|q| = \left(10^5\frac{N}{C}\right)(10^{-5}C)$$

$$\Rightarrow \quad F_{EL} = \underline{1N}$$

* En el tramo P – A – B :

$$W_{PB}^{neto} = (E_{cin.})_B - \cancel{(E_{cin.})_P}^{\,0}$$

$$W_{PB}^{F_{EL}} + W_{PB}^{Fg} = \frac{1}{2}mV_B^2$$

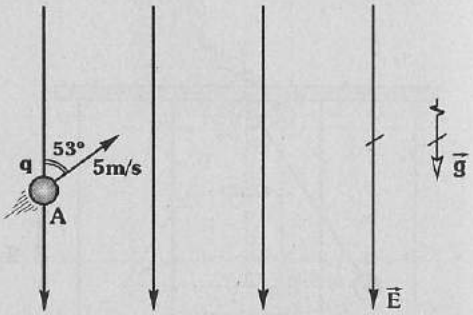
$$F_{EL}d_{vert.} + Fgd_{vert.} = \frac{1}{2}mV_B^2$$

$$(1)(0,3)+(2)(0,3) = \frac{1}{2}(2\times10^{-1})V_B^2$$

$$\therefore \boxed{V_B = 3\ m/s} \quad \textit{Rpta.}$$

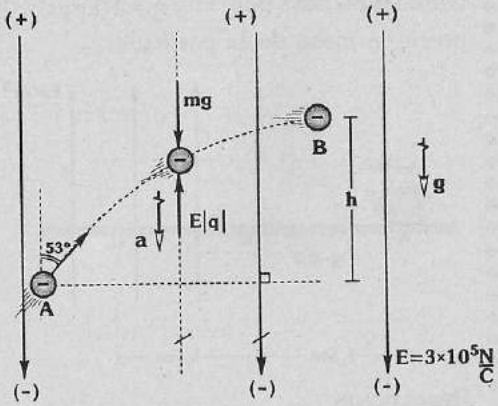
PROBLEMA Nº 68

Una esferita de 12×10^{-2} kg se lanza en el punto "A", dentro de un campo eléctrico homogéneo de intensidad $E=3\times10^5$ N/C. Determine la cantidad de trabajo que realizará el campo eléctrico mencionado sobre la esfera durante los primeros 0,2s. Considere $q=-1\mu C$ ($g=10\ m/s^2$).



RESOLUCIÓN

Realizando el D.C.L. de la partícula de $m=12\times10^{-2}$kg



$$t_{AB} = 0,2s$$

* De la 2da Ley de Newton, se sabe :

$$F_{res.} = ma$$

$$mg - E|q| = ma$$

$$(12\times10^{-2})(10) - (3\times10^{5})(10^{-6}) = (12\times10^{-2})a$$

Resolviendo :

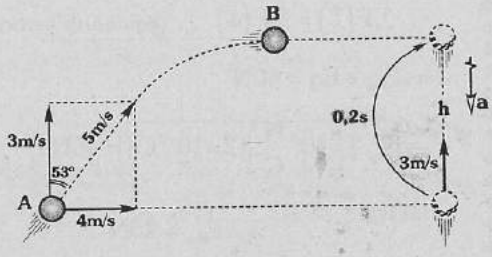
$$a = 7,5\ m/s^2$$

* Nos piden :

$$W_{AB}^{F_{EL}} = F_{EL}\,h$$

$$\therefore\ W_{AB}^{F_{EL}} = E|q|h \quad \ldots (I)$$

* Por la cinemática :



* En la proyección vertical :

$$h = V_o t - \frac{1}{2}at^2$$

$$h = (3)(0,2) - \frac{1}{2}(7,5)(0,2)^2$$

$$\therefore\ h = 0,45m$$

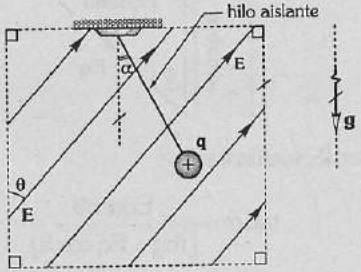
Reemplazando en (I) :

$$W_{AB}^{F_{EL}} = (3\times10^{5})(10^{-6})(0,45)$$

$$\therefore\ \boxed{W_{AB}^{F_{EL}} = 135\times10^{-3}\,J} \quad \textit{Rpta.}$$

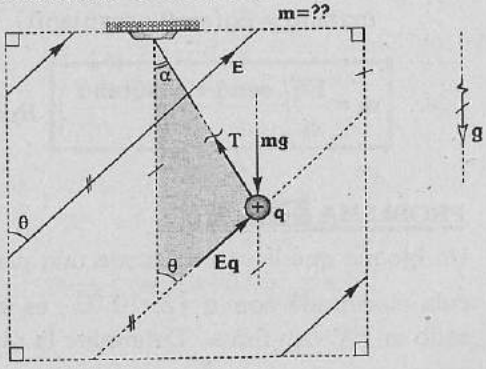
PROBLEMA Nº 69

Determine la masa de la pequeña esfera electrizada con "q", de tal manera que colocada en el campo eléctrico uniforme de intensidad "E" mantenga la posición mostrada.

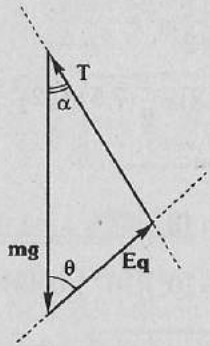


RESOLUCIÓN

Realizando el D.C.L. de la esferita :

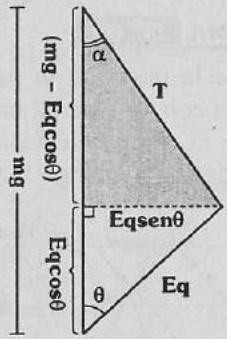


Por equilibrio :



$$\ldots\left(\vec{F}_{res.}=\vec{0}\right)$$

En forma trigonométrica :



En el △sombreado :

$$\tan\alpha=\frac{Eqsen\theta}{(mg-Eq\cos\theta)}$$

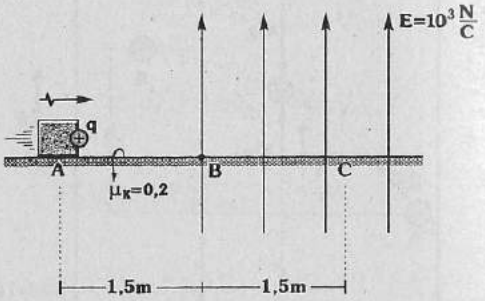
$$\Rightarrow\ mg\tan\alpha-Eq\cos\theta\tan\alpha=Eqsen\theta$$

$$mg\tan\alpha=Eq(sen\theta+\cos\theta\tan\alpha)$$

$$\therefore\ \boxed{m=\frac{Eq}{g}\left(\frac{sen\theta+\cos\theta tan\alpha}{tan\alpha}\right)}\ \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 70

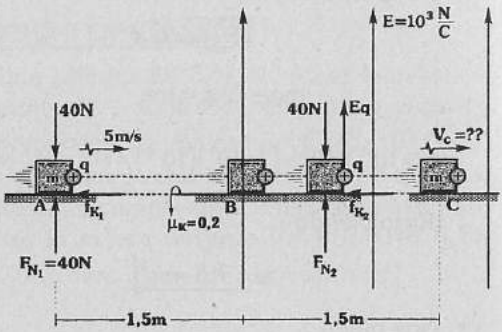
Un bloque que lleva incrustada una partícula electrizada con $q=2\times10^{-2}C$, es lanzado en "A" con 5m/s. Determine la rapidez cuando pasa por "C" ($g=10\ m/s^2$; desprecie la masa de la partícula).



RESOLUCIÓN

$$q=2\times10^{-2}C$$

$$m=4kg$$



Del gráfico :

* $f_{K_1}=\mu_K F_{N_1}=(0,2)(40N)$

$$\therefore\ f_{K_1}=8N$$

* En el tramo $B\rightarrow C$:

$$\Sigma F(\uparrow)=\Sigma F(\downarrow)\ \ldots\ (\textit{equilibrio vertical})$$

$$F_{N_2}+Eq=40N$$

$$F_{N_2}+\left(10^3\frac{N}{C}\right)\left(2\times10^{-2}C\right)=40N$$

$$\therefore\ F_{N_2}=20N$$

Pero : $f_{K_2} = \mu_K F_{N_2} = (0,2)(20N)$

$\therefore \quad f_{K_2} = \underline{4N}$

* En el tramo A – B – C :

$$W_{AC}^{NETO} = (E_{cin.})_C - (E_{cin.})_A$$

$$W_{AC}^{f_{K_1}} + W_{BC}^{f_{K_2}} = \frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_A^2$$

$$-f_{K_1}d_{AB} - f_{K_2}d_{BC} = \frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_A^2$$

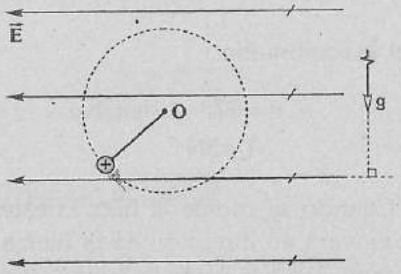
$$-(8)(1,5) - (4)(1,5) = \frac{1}{2}(4)V_C^2 - \frac{1}{2}(4)(5)^2$$

Resolviendo :

$$\boxed{V_C = 4m/s}$$ Rpta.

PROBLEMA Nº 71

Una partícula electrizada con $q = 10^{-3}C$ y de 0,4 kg se encuentra moviéndose circunferencialmente en un plano vertical, en una región donde se ha establecido un campo eléctrico homogéneo de $E = 3\times10^3$ N/C. La rapidez de la partícula donde la tensión de la cuerda de 1m es máxima, es 10 m/s. Determine el módulo de la tensión máxima ($g = 10$ m/s^2)

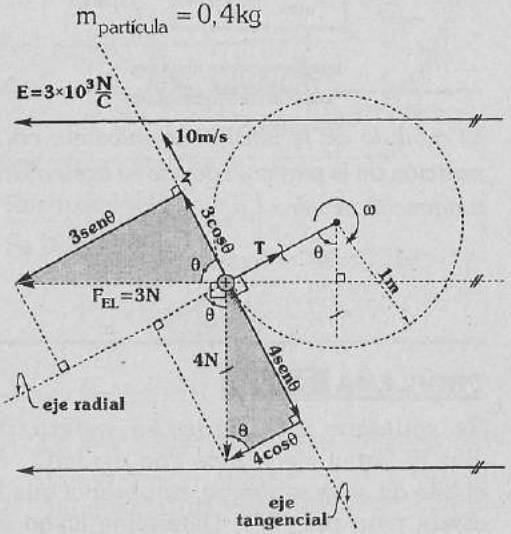


RESOLUCIÓN

* Realizando el D.C.L de la partícula :

$$\bullet \quad F_{EL} = Eq = \left(3\times10^3\frac{N}{C}\right)(10^{-3}C)$$

$\therefore \quad F_{EL} = \underline{3N}$



* En el eje radial :

$$F_{cp} = m\frac{V^2}{R}$$

$$T - 3\text{sen}\theta - 4\cos\theta = m\frac{V^2}{R}$$

$$T = m\frac{V^2}{R} + 3\text{sen}\theta + 4\cos\theta$$

$$\Rightarrow T = m\frac{V^2}{R} + 5\left(\frac{3}{5}\text{sen}\theta + \frac{4}{5}\cos\theta\right)$$

$$T = m\frac{V^2}{R} + 5\underbrace{(\cos53°\,\text{sen}\theta + \text{sen}53°\cos\theta)}_{\text{sen}(\theta+53°)}$$

$$T = (0,4)\frac{(10)^2}{(1)} + 5\text{sen}(\theta + 53°)$$

$$\Rightarrow T_{máx.} = 40 + 5\underbrace{\text{sen}(\theta+53°)}_{máx.} \quad ...(\alpha)$$

Pero : $\text{sen}(\theta+53°)_{máx.} = 1$

$\therefore \quad \theta = \underline{37°}$

En (α) :

$$T_{máx.} = 40 + 5(1)$$

$$\therefore \boxed{T_{máx.} = 45N} \quad \textit{Rpta.}$$

Observación

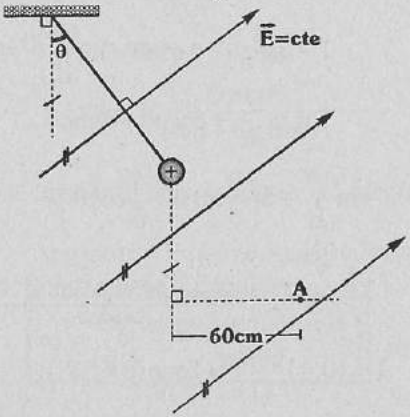
El módulo de la tensión es máxima, en la posición de la partícula donde su aceleración tangencial es cero $\left(\vec{F}_{tan.} = \vec{0}\right)$:

$$\Rightarrow 3\cos\theta = 4\operatorname{sen}\theta \Rightarrow \tan\theta = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \boxed{\theta = 37°}$$

PROBLEMA Nº 72

Se muestra una pequeña esfera de 25×10^{-2}kg y electrizada con q=3mC. Si el hilo de seda se rompe, se observa que la esfera pasa por "A". Determine luego de cuanto tiempo pasará por dicho punto $(g=10\ m/s^2\ ;\ E=500\frac{N}{C})$



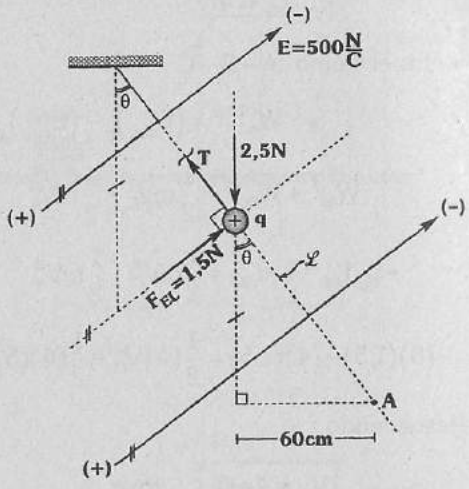
Resolución

* Se sabe :

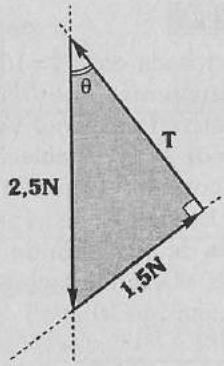
$$F_{EL} = Eq = \left(500\frac{N}{C}\right)\left(3\times10^{-3}C\right)$$

$$\therefore F_{EL} = 1,5N$$

* Realizando el D.C.L. de la esferita de 0,25 kg.



Por equilibrio :



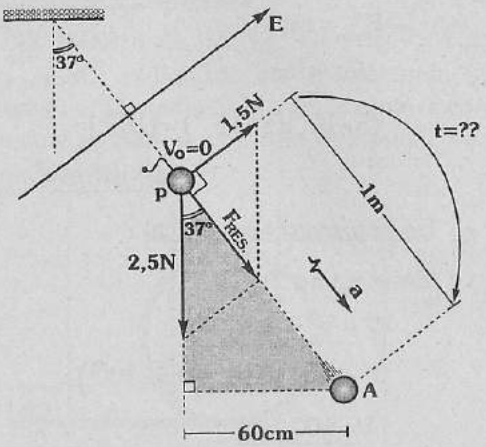
$$\ldots \left(\vec{F}_{res.} = \vec{0}\right)$$

Del ◺sombreado :

$$\theta = 37° \ \ldots \text{ notable}$$

$$T = 2N$$

* Cuando se rompe el hilo, la esferita se moverá en dirección de la fuerza resultante, es decir por la recta "ℒ"; además el módulo de la fuerza resultante tendrá el mismo valor que tenía la tensión.



$$F_{res.} = 2N$$

* Se sabe :

$$F_{res.} = ma \quad \text{... (2da Ley de Newton)}$$

$$2 = (0{,}25)a$$

$$\therefore \quad a = 8\ m/s^2$$

* En el tramo P – A :

$$e = V_o t + \frac{1}{2}at^2 \quad \text{... (M.R.U.V)}$$

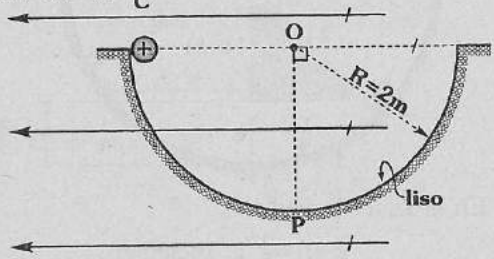
$$\downarrow$$

$$1 = 0 + \frac{1}{2}(8)t^2$$

$$\therefore \quad \boxed{t = 0{,}5s} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA N° 73

La pequeña esfera electrizada con $q = 1\mu C$ y de 0,1 kg es soltada en la posición mostrada. Determine a que altura respecto del punto "P" obtiene su rapidez máxima ($g = 10\ m/s^2$).



RESOLUCIÓN

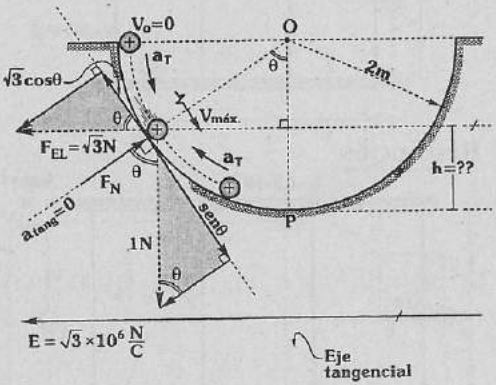
Se sabe que :

$$F_{EL} = Eq = \left(\sqrt{3} \times 10^6 \frac{N}{C}\right)\left(10^{-6} C\right)$$

$$\therefore \quad F_{EL} = \sqrt{3}N$$

* La esfera alcanzará su rapidez máxima, en el punto donde su aceleración tangencial es cero, es decir cuando $\vec{F}_{tan} = \vec{0}$.

* D.C.L. de la esfera de 0,1 kg, en la posición donde su $\vec{a}_{tan} = \vec{0}$:



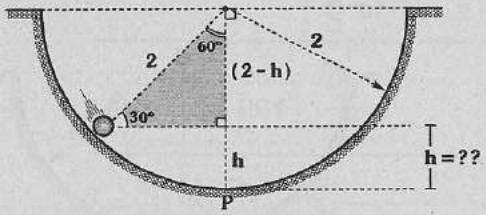
En el eje tangencial :

$$\sqrt{3}\cos\theta = \operatorname{sen}\theta \quad \ldots \left(\vec{F}_{tan} = \vec{0}\right)$$

$$\sqrt{3} = \tan\theta$$

$$\therefore \quad \theta = 60°$$

Geometricamente :



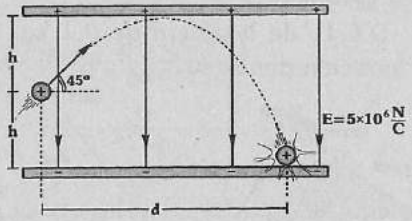
En el ◺sombreado :

$$2-h=1 \ \ldots \ (notable)$$

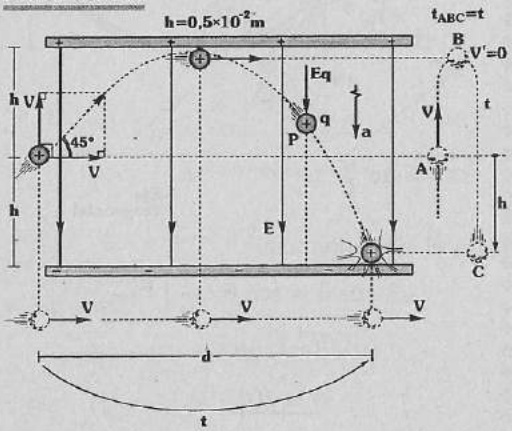
$$\therefore \ \boxed{h=1m} \ \ Rpta.$$

PROBLEMA Nº 74

El gráfico nos muestra el instante en que una partícula de masa "m" y electrizada con $q=2\mu C$ es lanzada en la región entre dos placas electrizadas paralelas entre sí. Determine "d" ($m=10^{-5}kg$; desprecie los efectos gravitatorios; h=0,5 cm).



RESOLUCIÓN



* En el D.C.L. (en el punto "P")

$$F_{res.}=ma$$

$$Eq=ma$$

$$(5\times10^{6})(2\times10^{-6})=(10^{-5})a$$

$$\therefore \ \underline{a=10^{6}\ m/s^2}$$

* En la proyección vertical :

. En el tramo A – B :

$$V_F^2=V_o^2-2ah$$

$$0=V^2-2(10^{6})(0,5\times10^{-2})$$

$$\therefore \ \underline{V=100\ m/s}$$

En el tramo A – B – C :

$$\vec{h}=\vec{V}_o t+\frac{1}{2}\vec{a}t^2 \ \ldots \ \overset{(+)}{\uparrow} \ \ \overset{(-)}{\downarrow}$$

$$(-0,5\times10^{-2})=(100)t+\frac{1}{2}(-10^{6})t^2$$

$$t^2-2\times10^{-4}t-10^{-8}=0$$

$$\Rightarrow \ t=\frac{2\times10^{-4}\pm\sqrt{4\times10^{-8}+4\times10^{-8}}}{2}$$

Recuerde :

Si : $ax^2+bx+c=0$

$$\Rightarrow \ \boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

Como $t>0$

$$\therefore \ \underline{t=(\sqrt{2}+1)\times10^{-4}s}$$

* En la proyección horizontal :

$$d=Vt \ \ldots \ (M.R.U.)$$

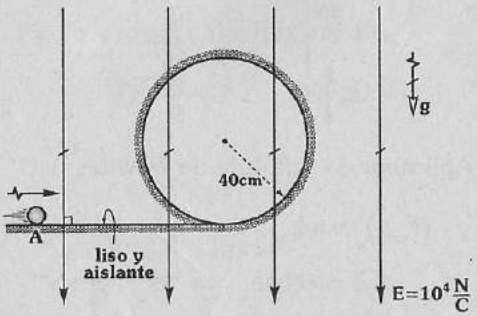
$$d=(100)\left[(\sqrt{2}+1)\times10^{-4}\right]$$

$$d=(\sqrt{2}+1)\times10^{-2}m$$

$$\therefore \ \boxed{d=(\sqrt{2}+1)cm} \ \ Rpta.$$

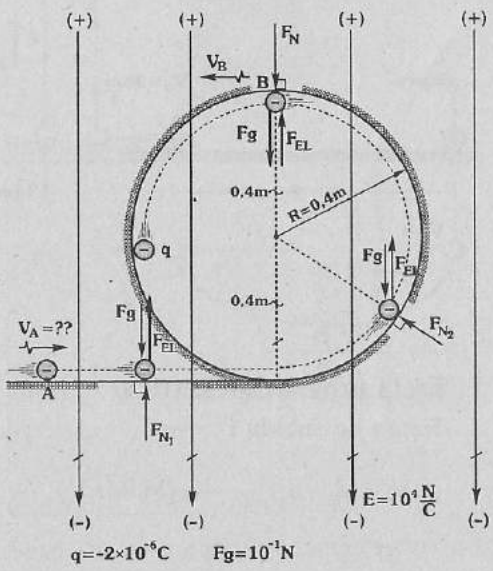
PROBLEMA Nº 75

Una esferita de 10^{-2}kg electrizada con $q=-2\mu C$ es lanzado en "A" tal como se muestra. Determinar la menor rapidez con la cual se debe lanzar para que pueda dar una vuelta. $(g=10\ m/s^2)$



RESOLUCIÓN

* La menor rapidez con la que debe ser lanzada la esferita para que pueda dar una vuelta, se dará cuando la esferita se mueva en trayectoria circunferencial en la parte más alta (en el punto B) y con la menor rapidez posible.



Del gráfico :

$$* \quad F_{EL} = E|q| = \left(10^4 \frac{N}{C}\right)\left(2\times10^{-6}C\right)$$

$$\therefore \quad \underline{F_{EL} = 2\times10^{-2}N}$$

* En el punto "B" :

$$F_{cp} = ma_{cp} \quad \text{... (en el eje radial)}$$

$$F_N + F_g - F_{EL} = m\frac{V_B^2}{R}$$

$$F_N + \left(10^{-1}\right) - \left(2\times10^{-2}\right) = \left(10^{-2}\right)\frac{V_B^2}{0,4}$$

$$\Rightarrow \quad V_B^2 = 40\left(F_N + 8\times10^{-2}\right) \quad \text{... } (\alpha)$$

Observe que el valor mínimo de "V_B" se da cuando $F_N = 0$.

Reemplazando en (α) :

$$V_B^2 = 40\left(0 + 8\times10^{-2}\right)$$

$$\therefore \quad V_B^2 = 3,2 \qquad \text{... (I)}$$

* En el tramo A – B de la esferita :

$$W_{AB}^{neto} = \left(E_{cin.}\right)_B - \left(E_{cin.}\right)_A$$

$$W_{AB}^{Fg} + W_{AB}^{F_{EL}} + W_{AB}^{F_N^{0}} = \frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2$$

$$\Rightarrow \quad -mgh + F_{EL}h = \frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2$$

$$-\left(10^{-2}\right)(10)(0,8) + \left(2\times10^{-2}\right)(0,8) = \frac{1}{2}\left(10^{-2}\right)V_B^2 - \frac{1}{2}\left(10^{-2}\right)V_A^2$$

$$\therefore \quad V_A^2 - V_B^2 = 12,8 \qquad \text{... (II)}$$

Reemplazando (I) en (II) :

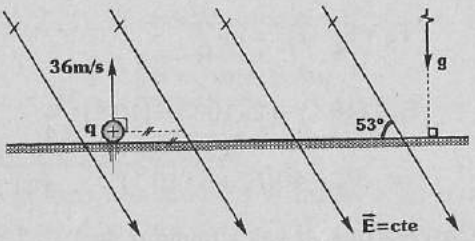
$$V_A^2 - 3,2 = 12,8 \quad \Rightarrow \quad V_A^2 = 16$$

$$\therefore \quad \boxed{V_A = 4\ m/s} \qquad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 76

Determine el alcance horizontal de la esferita electrizada con $q=10\,\mu C$, sabiendo que su masa es $m=0{,}5$ kg.

$$\left(g=10\ m/s^2\ ;\ E=5\times10^5\,\frac{N}{C}\right)$$

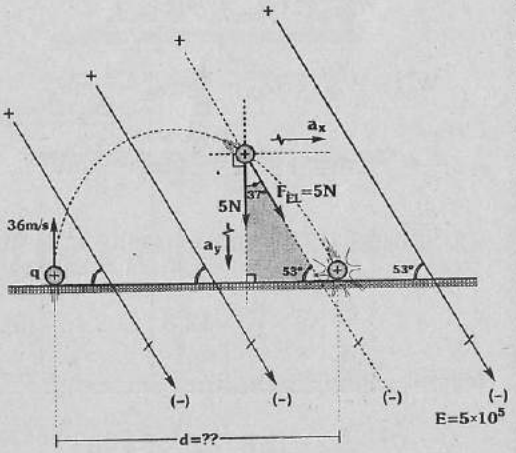


RESOLUCIÓN

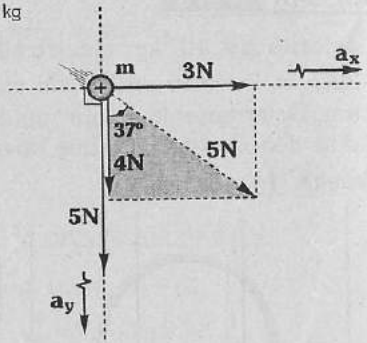
* Realizando el D.C.L de la esferita :

$$F_{EL}=Eq=\left(5\times10^5\,\frac{N}{C}\right)\left(10^{-5}C\right)$$

$$\therefore\ F_{EL}=5N$$



* Descomponiendo la fuerza eléctrica, para hallar "a_x" y "a_y" :



Aplicando la 2da Ley de Newton :

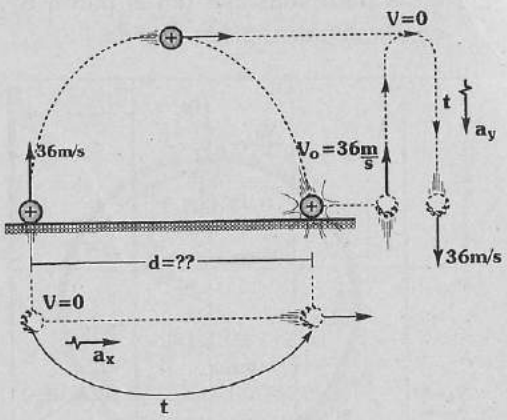
- $(F_{res.})_x = ma_x$

$$3=(0{,}5)a_x \ \Rightarrow\ a_x=6\ m/s^2$$

- $(F_{res.})_y = ma_y$

$$(5+4)=(0{,}5)a_y \ \Rightarrow\ a_y=18\ m/s^2$$

* De la cinemática de la partícula, se tiene :



* **En la proyección vertical** :

Tramo de subida :

$$V_f=V_o-a_y t_{sub.}\ \ ...\ (M.R.U.V)$$

$$0=V_o-a_y(t/2)$$

$$\therefore\ t = \frac{2V_o}{a_y} \quad \text{... (Tiempo de vuelo)}$$

$$\Rightarrow\ t = \frac{2(36)}{(18)}$$

$$\therefore\ t = 4s$$

* **En la proyección horizontal :**

$$e = V_o t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad \text{... (M.R.U.V)}$$

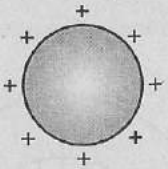
$$\downarrow$$

$$d = 0 + \frac{1}{2}(6)(4)^2$$

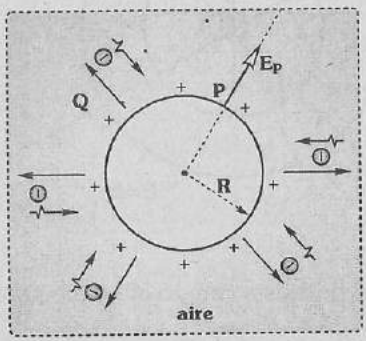
$$\therefore\ \boxed{d = 48m} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 77

¿Cuál es la máxima cantidad de carga eléctrica que puede almacenar una esfera conductora, de 15 cm de radio, que se encuentra rodeado de aire? (rigidez dieléctrica del aire $3\times10^6 N/C$).



Resolución



$R=15\times10^{-2}m$

Según se va cargando la esfera conductora, los electrones del aire trataran de moverse hacia la esfera. La máxima cantidad de carga eléctrica que puede almacenar la esfera se dará cuando esta a punto de producirse una **descarga eléctrica**, es decir cuando los electrones del aire están a punto de moverse hacia la esfera; esto ocurrirá cuando la intensidad de campo eléctrico en la superficie de la esfera tenga el mismo valor que la rigidez dieléctrica del aire.

$$\Rightarrow\ E_p = 3\times10^6 \frac{N}{C}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{KQ_{máx.}}{R^2} = 3\times10^6$$

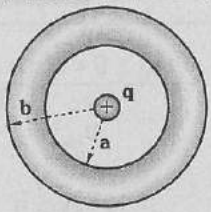
$$\Rightarrow\ \frac{(9\times10^9)Q_{máx.}}{(15\times10^{-2})^2} = 3\times10^6$$

$$Q_{máx.} = 7{,}5\times10^{-6}C$$

$$\therefore\ \boxed{Q_{máx.} = 7{,}5\mu C} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 78

Se tiene una esfera conductora con una parte central hueca, descargada. Si en el centro de la esfera se coloca una pequeña carga "q", luego. ¿En qué región no hay campo eléctrico? (r : radio arbitrario)



A) $0<r<a$

B) $b<r$

C) $a<r<b$

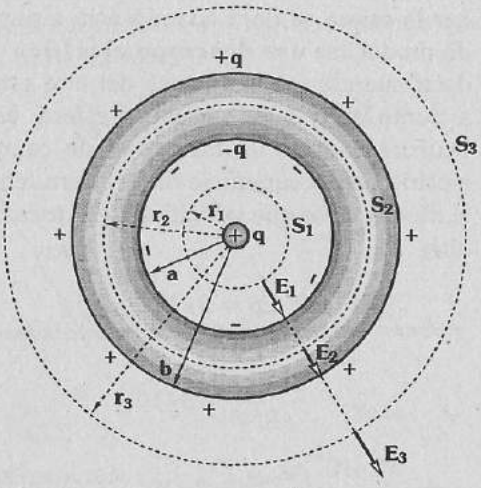
D) $0<r<a \vee b>r$

E) Hay campo eléctrico en todas partes.

Resolución

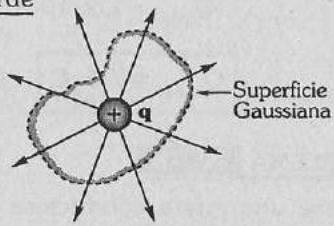
* Aplicando la Ley de Gauss : por induc-

ción electrostática, el sistema quedará así :



S_1, S_2 y S_3 : son superficies gaussianas.

Recuerde



$$\Phi_{\substack{\text{eléctrico}\\\text{neto}}} = \frac{q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}}}{\varepsilon_o}$$

* Para : $0 < r_1 < a$

$$\underbrace{\Phi_{\substack{\text{eléc.}\\\text{neto}}}}_{} = \frac{q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}}}{\varepsilon_o}$$

$$E_1\left(4\pi r_1^2\right) = \frac{q}{\varepsilon_o} \Rightarrow E_1 = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}}_{K}\frac{q}{r_1^2}$$

$$\therefore \quad \underline{E_1 = \frac{Kq}{r_1^2}}$$

* Para : $a < r_2 < b$

$$\underbrace{\Phi_{\substack{\text{eléc.}\\\text{neto}}}}_{} = \frac{q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}}}{\varepsilon_o}$$

$$E_2\left(4\pi r_2^2\right) = \frac{q-q}{\varepsilon_o}$$

$$\therefore \quad \underline{E_2 = 0}$$

* Para : $b < r_3$

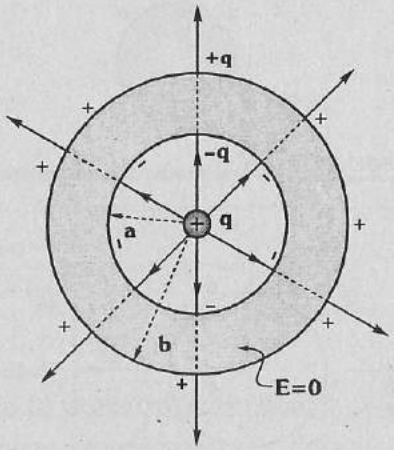
$$\Phi_{\substack{\text{eléc.}\\\text{neto}}} = \frac{q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}}}{\varepsilon_o}$$

$$E_3\left(4\pi r_3^2\right) = \frac{q - q + q}{\varepsilon_o}$$

$$\Rightarrow \quad E_3 = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right) = \frac{q}{r_3^2}$$

$$\therefore \quad \underline{E_3 = \frac{Kq}{r_3^2}}$$

Luego; en general :

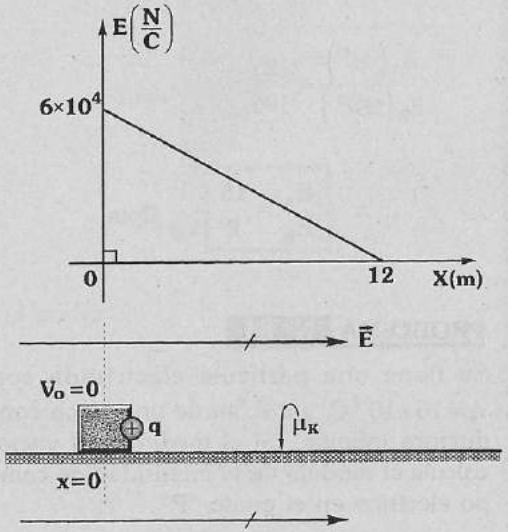


Del gráfico; no existe campo eléctrico para:

a < r < b Rpta.

PROBLEMA Nº 79

Un bloque de madera de 20 kg tiene incrustado una partícula electrizada con 5mC, es soltado en el interior de un campo eléctrico cuya intensidad cambia como muestra la gráfica. Determine la máxima rapidez que adquiere el bloque de madera ($\mu_K = 0{,}5$; $g = 10\ m/s^2$; desprecie la masa de la partícula electrizada).



RESOLUCIÓN

* Haciendo la gráfica $F_{EL} - x$:

Para x=0 :

$$\rightarrow F_{EL} = Eq = (6\times10^4)(5\times10^{-3})$$

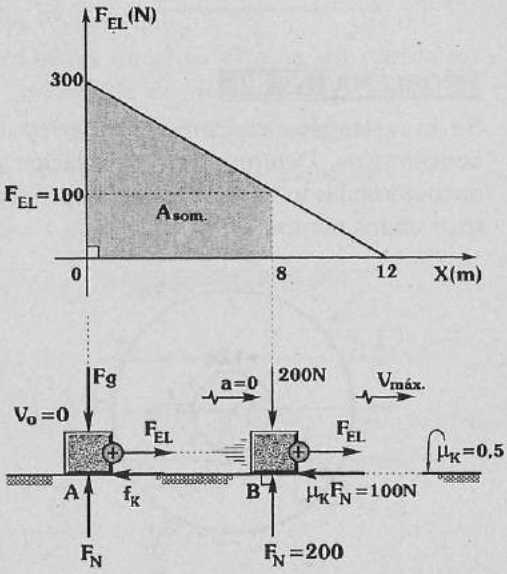
$$\therefore \quad F_{EL} = 300N$$

Para x=12 :

$$\rightarrow F_{EL} = \overset{0}{\cancel{E}}q \ldots (E=0)$$

$$\therefore \quad F_{EL} = 0$$

Como "E" varía en forma proporcional a la posición "x"; entonces la "F_{EL}" también lo hará en forma similar.



* La rapidez máxima del bloque ocurrirá cuando la aceleración de éste es nula (a=0).

Por equilibrio; en la posición "B" :

$$F_{EL} = \mu_K F_N = 100N$$

* En el tramo A – B del bloque :

$$W_{AB}^{neto} = (E_{cin.})_B - \overset{0}{\cancel{(E_{cin.})_A}}$$

$$W_{AB}^{FEL} + W_{AB}^{fk} = \frac{1}{2}mV_{máx.}^2$$

$$A_{som.} - f_k d_{AB} = \frac{1}{2}mV_{máx.}^2$$

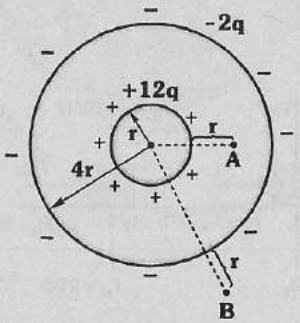
$$\left(\frac{100+300}{2}\right)8 - (100)(8) = \frac{1}{2}(20)V_{máx.}^2$$

Resolviendo :

$$\boxed{V_{máx.} = 4\sqrt{5}\ m/s}$$ Rpta.

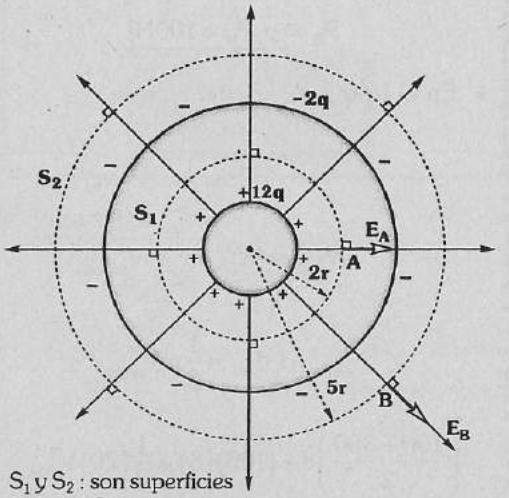
PROBLEMA Nº 80

Se muestra dos cascarones esféricos y concéntricos. Determine en que relación se encuentran las intensidades de campo eléctrico en los puntos "A" y "B".



Resolución

Aplicando la ley de Gauss; para facilitar la resolución :



S_1 y S_2 : son superficies Gaussianas

Se sabe : $$\boxed{\Phi_{\substack{elec.\\neto}} = \frac{q_{\substack{neta\\encerrada}}}{\varepsilon_o}}$$

En el punto "A" y "B" :

$$* \quad E_A\left[4\pi(2r)^2\right] = \frac{12q}{\varepsilon_o} \quad \ldots (I)$$

$$* \quad E_B\left[4\pi(5r)^2\right] = \frac{12q - 2q}{\varepsilon_o} \quad \ldots (II)$$

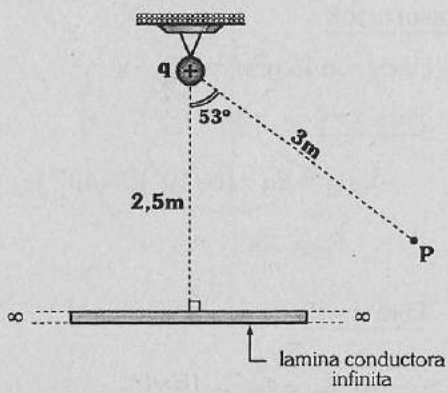
Dividiendo ↓

$$\frac{E_A\left(4r^2\right)}{E_B\left(25r^2\right)} = \frac{12q}{10q}$$

$$\therefore \quad \boxed{\frac{E_A}{E_B} = \frac{15}{2}}$$ Rpta.

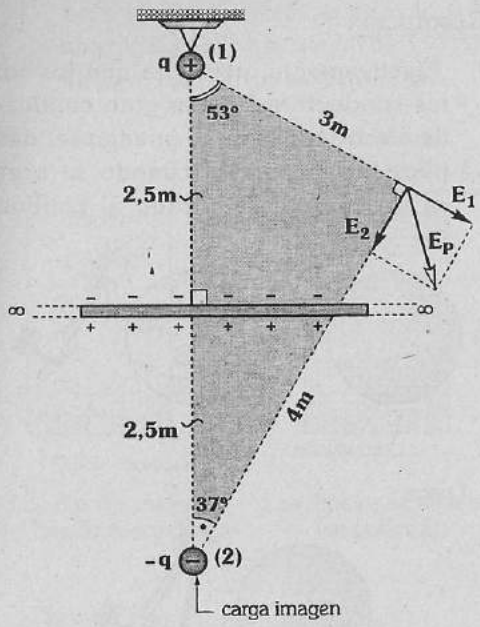
PROBLEMA Nº 81

Se tiene una partícula electrizada con $q = 16\times10^{-3}C$ y a 2,5m de una placa conductora infinita. Si el medio es el vacío, calcule el módulo de la intensidad de campo eléctrico en el punto "P".



Resolución

Por la propiedad de **carga imagen** se tiene:



Del gráfico :

$$Ep = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \qquad \dots (\alpha)$$

Donde :

* $E_1 = \dfrac{Kq}{(3)^2} = \dfrac{(9\times10^9)(16\times10^{-3})}{9}$

$$\therefore\ E_1 = 16\times10^6\,\frac{N}{C}$$

* $E_2 = \dfrac{Kq}{(4)^2} = \dfrac{(9\times10^9)(16\times10^{-3})}{16}$

$$\therefore\ E_2 = 9\times10^6\,\frac{N}{C}$$

Reemplazando en (α) :

$$E_p = 10^6\sqrt{16^2 + 9^2}$$

$$\therefore\ \boxed{E_p = \sqrt{337}\times10^6\,\frac{N}{C}} \qquad \text{Rpta.}$$

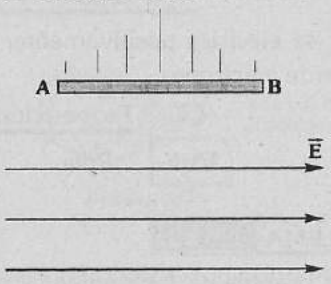
PROBLEMA Nº 82

Al descender lentamente el conductor hacia un campo eléctrico homogéneo podemos afirmar que :

I) Dentro de él se origina un reordenamiento de electrones.

II) "A" se electriza negativamente.

III) "B" se electriza negativamente.



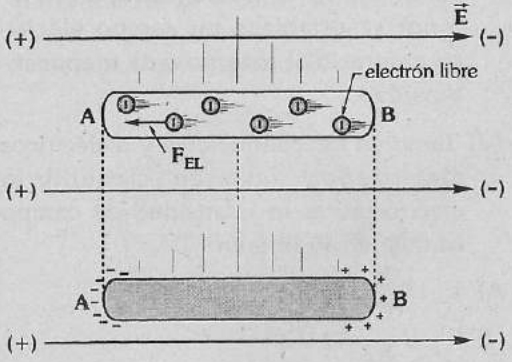
A) VVF B) FVV C) VVV

D) FFF E) VFV

Resolución

* Como se trata de un conductor, entonces este presentará una gran cantidad de electrones libres.

* Cuando el conductor ingresa al campo eléctrico; sobre los electrones libres actuará la fuerza eléctrica "F_{EL}", haciéndolas desplazar hacia un extremo del conductor.



Luego :

I) Se puede apreciar que los electrones libres se reordenan.

Proposición : Verdadera

II) "A" se electriza negativamente, porque los electrones libres se alojan en éste punto (gana electrones).

Proposición : Verdadera

III) "B" se electriza positivamente, porque pierde electrones.

Proposición : Falsa

$\therefore$ **VVF** Rpta.

PROBLEMA Nº 83

Indique cuántas de las siguientes proposiciones son incorrectas.

I) El fenómeno de inducción electrostática es propio de los conductores.

II) Si tenemos un conductor electrizado y en equilibrio electrostático, el campo eléctrico asociado a él es más intenso en aquellas zonas donde presentan filos y puntas.

III) Cuando un dieléctrico se coloca en una región donde se ha establecido un campo eléctrico homogéneo, en su interior se establece un campo eléctrico contrario al externo y de menor intensidad.

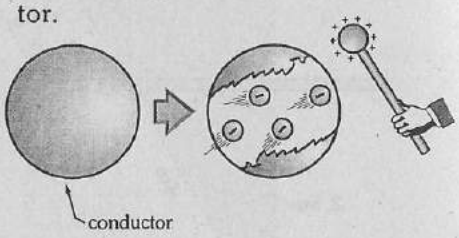
IV) Tanto en los conductores y dieléctricos electrizados y en equilibrio electrostático, la intensidad de campo es nula en su interior.

A) 4 B) 3 C) 2

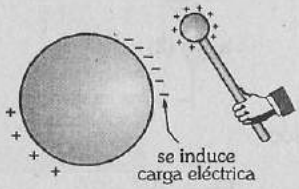
D) 1 E) 0

Resolución

I) Efectivamente, debido a que los con los conductores tienen gran cantidad de electrones libres, y pueden ser desplazados fácilmente cuando se acerca un cuerpo electrizado al conductor.



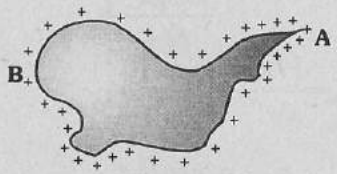
Luego:



En los aislantes o dieléctrico no se puede inducir carga eléctrica con facilidad.

Proposición : correcta

II) Conductor en equilibrio eléctrico.



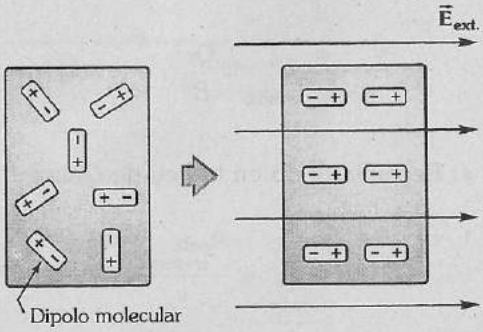
$E_A > E_B$

* El campo eléctrico es más intenso en las puntas o filos, porque la carga eléctrica del conductor se distribuye en mayor cantidad en estas zonas.

* El poder de las puntas de un conductor se aplica, en los pararayos.

Proposición correcta

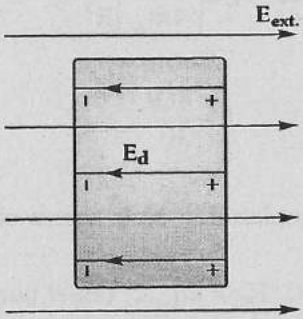
III) Cuando un dieléctrico se coloca en una región donde existe un campo eléctrico; el dieléctrico se **polariza**.



Los dipolos están desalineados

Los dipolos se alinean (se polariza)

Luego :

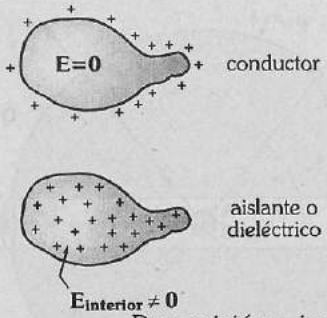


En el interior del dieléctrico se origina un campo eléctrico opuesto al campo eléctrico exterior, esto es debido a la orientación de los dipolos. Además se cumple :

$$E_d < E_{ext.}$$

Proposición : correcta

IV) Sólo en los conductores el campo eléctrico es nulo en su interior, esto se debe a que los conductores distribuye su carga eléctrica en la superficie exterior, mas no los dieléctricos o aislantes.



Proposición : incorrecta

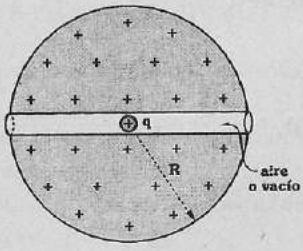
El número de proposiciones incorrectas es:

1 Rpta.

Clave D

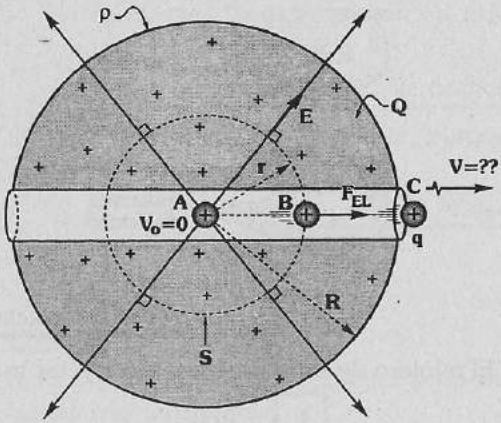
PROBLEMA Nº 84

Se tiene una esfera dieléctrica de radio "R", electrizada uniformemente en todo su volumen con "Q". Si se realizara una pequeña abertura diametral y en la parte central se ubica una partícula electrizada con "q", la cual es desviada ligeramente. Determine la rapidez con la cual escapa la partícula de la esfera, sabiendo que la masa de la partícula es "m". (Desprecie los efectos gra-vitatorios).



RESOLUCIÓN

Aplicando la **Ley de Gauss**, para calcular la intensidad de campo eléctrico, en un punto donde $r \leq R$:



S: superficie Gaussiana

* En el tramo $A-B-C$ de la partícula :

$$\underbrace{W_{AC}^{neto}} = (E_{cin.})_C - \cancel{(E_{cin.})_A}^{0}$$

$$W_{AC}^{F_{EL}} = \frac{1}{2}mV^2 \quad \ldots (\alpha)$$

* Cómo la esfera esta electrizada uniformemente :

$$\Rightarrow \quad \rho = \frac{Q}{V_{esfera}} = \frac{q_{neta\ encerrada}}{V_{\substack{encerrado\\ en\ la\ superficie\\ Gaussiana}}} = cte$$

$$\frac{Q}{\frac{4\pi}{3}R^3} = \frac{q_{neta\ encerrada}}{\frac{4\pi}{3}r^3}$$

$$\therefore \quad q_{\substack{neta\\ encerrada}} = \frac{Qr^3}{R^3} \quad \ldots (I)$$

* Reemplazando en la Ley de Gauss :

$$\underbrace{\Phi_{\substack{eléc.\\ neto}}} = \frac{q_{neta\ encerrada}}{\varepsilon_o}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{(Qr^3/R^3)}{\varepsilon_o}$$

$$\Rightarrow \quad E = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right)\frac{Qr}{R^3}$$

$$E = \frac{KQr}{R^3} \quad \ldots (II)$$

* Reemplazando en la fuerza eléctrica :

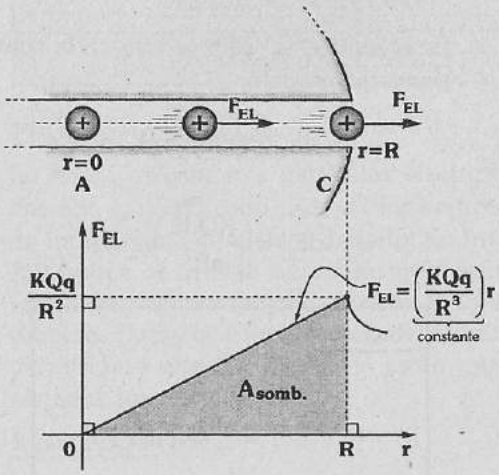
$$F_{EL} = Eq \quad \ldots \text{(en el punto "B")}$$

$$F_{EL} = \left(\frac{KQr}{R^3}\right)q$$

$$\therefore \quad F_{EL} = \left(\frac{KQq}{R^3}\right)r \quad \ldots (r \leq R)$$

Se puede apreciar que la fuerza eléctrica "F_{EL}" varía uniformemente con la posición "r".

* Graficando $F_{EL} - r$:



Por propiedad de trabajo mecánico :

$$W_{AC}^{F_{EL}} = A_{somb.}$$

$$W_{AC}^{F_{EL}} = \frac{\left(\frac{KQq}{R^2}\right)R}{2}$$

$$\therefore \quad W_{AC}^{F_{EL}} = \frac{KQq}{2R} \qquad \ldots (III)$$

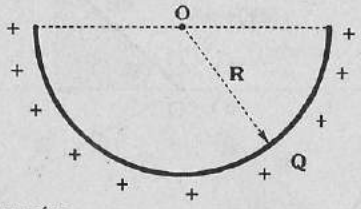
Reemplazando (III) en (α) :

$$\frac{KQq}{2R} = \frac{1}{2}mV^2$$

$$\therefore \quad \boxed{V = \sqrt{\frac{KQq}{mR}}} \qquad \textit{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 85

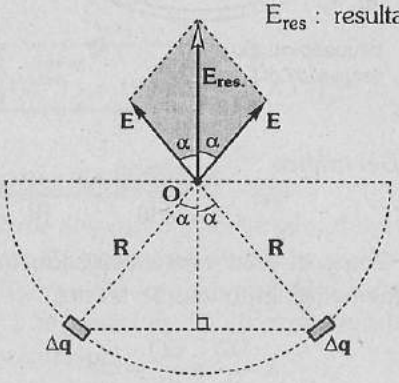
Calcule el módulo de la intensidad de campo eléctrico en el punto "O", si la semicircunferencia esta electrizada uniformemente con "Q".



RESOLUCIÓN

Para dos pequeñas porciones simétricas :

$\vec{E}_{res}$: resultante

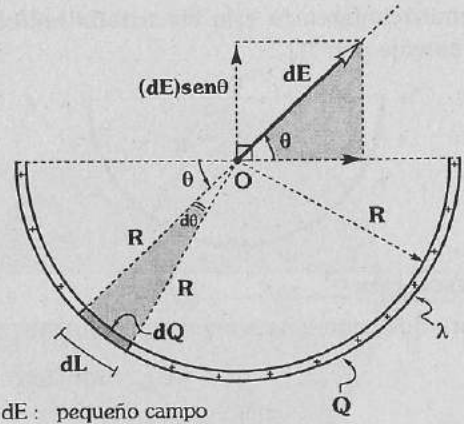


Se puede apreciar que la intensidad de campo eléctrico total en el punto "O" es vertical (por simetría).

* Para calcular la intensidad de campo eléctrico total en el punto "O", tomaremos una pequeña porción de carga que tienda a cero $(\Delta Q \to 0 = dQ)$.

* Cómo el campo eléctrico total en el punto "O" es vertical, entonces sólo se tomará en cuenta las componentes verticales de las pequeñas porciones, porque las **componentes horizontales** se anulan.

dθ : pequeña porción que tiende a cero.



dE : pequeño campo generado "dQ".

* Del gráfico :

$$dL = Rd\theta \qquad ... (I)$$

* Como el arco esta electrizado uniformemente, entonces se tendrá :

$$\lambda = \frac{Q}{L} = \frac{dQ}{dL} = cte$$

$$\frac{Q}{\pi R} = \frac{dQ}{Rd\theta}$$

$$\therefore \quad dQ = \frac{Q}{\pi} d\theta \qquad ... (II)$$

* Reemplazando en :

$$dE = \frac{KdQ}{R^2}$$

$$dE = \frac{K\left(\frac{Qd\theta}{\pi}\right)}{R^2}$$

$$\therefore \quad dE = \frac{KQd\theta}{\pi R^2} \qquad ... (III)$$

* En el punto "O" sólo se tomará la componente vertical :

$$dE_o = (dE)sen\theta$$

$$\Rightarrow \quad dE_o = \left(\frac{KQd\theta}{\pi R^2}\right)sen\theta$$

Recuerde :

Si :

$$\Rightarrow \quad I = \int_a^b sen\,\mu\, du$$

$$\Rightarrow \quad I = |-\cos\mu|_a^b$$

Integrando miembro a miembro :

$$\int dE_o = \int_o^{\pi}\left(\frac{KQd\theta}{\pi R^2}\right)sen\theta$$

$$E_o = \frac{KQ}{\pi R^2}\int_o^{\pi} sen\theta d\theta$$

$$\Rightarrow \quad E_o = \frac{KQ}{\pi R^2}\,|-\cos\theta|_o^{\pi}$$

$$E_o = \frac{-KQ}{\pi R^2}\,[\cos\pi - \cos 0]$$

$$\Rightarrow \quad E_o = \frac{-KQ}{\pi R^2}[-1-1]$$

$$\therefore \quad \boxed{E_o = \frac{2KQ}{\pi R^2}} \quad \text{Rpta.}$$

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

Electrostática

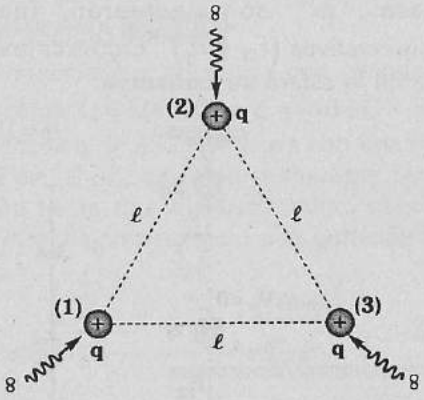
Si: q_1 aire o vacío q_2, d

Se considera el signo de q_1 y q_2 ⇨ $U_{P.E} = \frac{K q_1 q_2}{d}$

PROBLEMA Nº 86

Se desea colocar tres partículas electrizadas con q=2mC cada una, en los vértices de un triángulo equilátero de lado $\ell = 1m$. Determine el trabajo necesario que debe realizar un agente externo durante todo el proceso. (Desprecie los efectos gravitatorios y considere que las partículas están muy alejadas inicialmente).

Resolución



* El trabajo del agente externo sera mínimo (necesario), cuando las partículas se **trasladen lentamente**.

* Por la conservación de la energía :

$$E^{sis.}_{final} = E^{sis.}_{inicial} + W^{F.N.C}_{total}$$

$$\left(U^{sis.}_{P.E}\right)_{final} = \left(U^{sis.}_{P.E}\right)^{0}_{inicial} + W^{agent.}_{ext.}$$

$$U^{P.E}_{1,2} + U^{P.E}_{1,3} + U^{P.E}_{2,3} = W^{agent.}_{ext.}$$

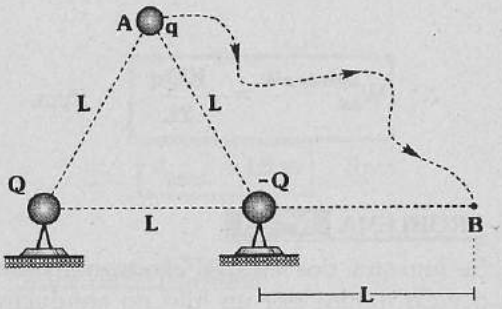
$$\frac{Kq^2}{\ell} + \frac{Kq^2}{\ell} + \frac{Kq^2}{\ell} = W^{agent.}_{ext.}$$

$$\Rightarrow \quad W^{agent}_{ext.} = \frac{3Kq^2}{\ell} = \frac{3(9\times10^9)(2\times10^{-3})^2}{(1)}$$

$$\therefore \quad \boxed{W^{agent}_{ext.} = 108\times10^3 J} \quad \text{Rpta.}$$

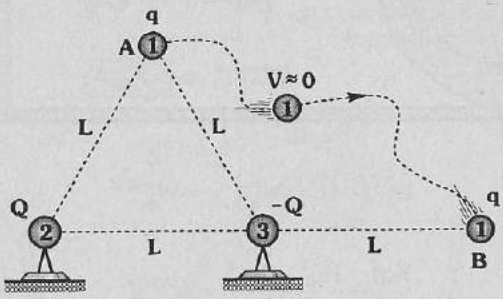
PROBLEMA Nº 87

A partir del sistema mostrado, determine el trabajo necesario que debe desarrollar un agente externo en trasladar a "q" de "A" a la posición "B" (desprecie efectos gravitatorios).



Resolución

Para el trabajo necesario, la partícula se trasladara lentamente.



Para la partícula (1) en el tramo A – B :

$$E_{final} = E_{inicial} + W_{AB}^{F.N.C}$$

$$\left(U_{1,2}^{P.E} + U_{1,3}^{P.E}\right)_{final} = \left(U_{1,2}^{P.E} + U_{1,3}^{P.E}\right)_{inicial} + W_{AB}^{agente\ ext.}$$

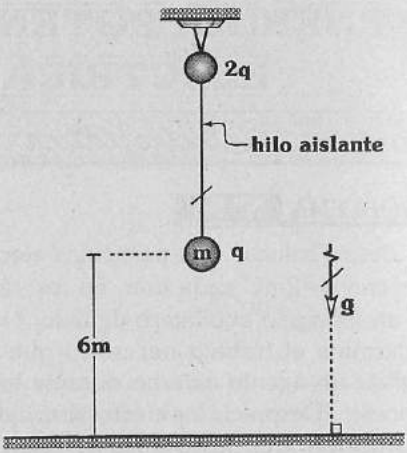
$$\left(\frac{KQq}{2L} + \frac{K(-Q)q}{L}\right) = \left(\frac{KQq}{L} + \frac{K(-Q)q}{L}\right) + W_{AB}^{agente\ ext.}$$

$$-\frac{KQq}{2L} = 0 + W_{AB}^{agente\ ext.}$$

$$\therefore \quad \boxed{W_{AB}^{agente\ ext.} = -\frac{KQq}{2L}} \qquad \text{Rpta.}$$

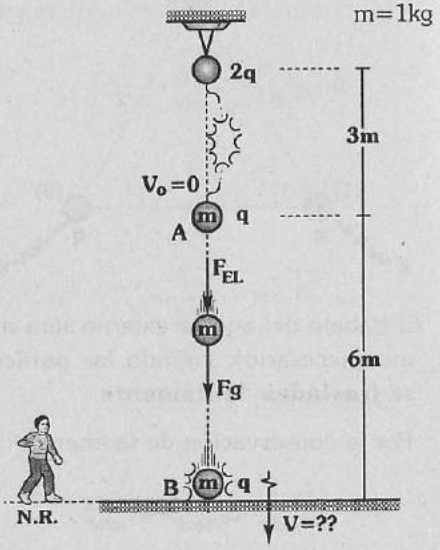
PROBLEMA Nº 88

Se muestra dos esferas electrizadas con q y 2q unidas por un hilo no conductor de 3m de longitud, si se corta el hilo. Determine la rapidez con que la esfera llega a la superficie del piso (m=1 kg ; $q = 10^{-4}$C ; g = 10 m/s^2).



Resolución

Luego de cortar el hilo; sobre la esfera de masa "m" sólo actuarán fuerzas conservativas $(F_{EL}$ y $F_g)$. Entonces la energía de la esfera **se conserva**.



* En el tramo A – B de la esfera "m" :

$$E_A = E_B$$

$$mgh + U_A^{P.E.} = \frac{1}{2}mV^2 + U_B^{P.E.}$$

$$mgh + \frac{K(q)(2q)}{3} = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{K(q)(2q)}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV^2 = mgh + \frac{4kq^2}{9}$$

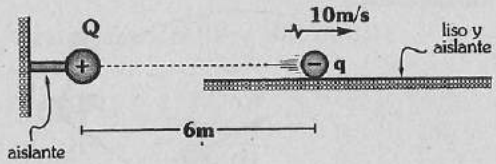
$$\frac{1}{2}(1)V^2 = (1)(10)(6) + \frac{4\left(9\times10^9\right)\left(10^{-4}\right)^2}{9}$$

Resolviendo :

$$\boxed{V = 10\sqrt{2}\ \text{m/s}}$$ Rpta.

PROBLEMA Nº 89

Se muestra dos partículas con cantidades de carga $Q = 600\ \mu C$ y $q = -40\ \mu C$. Si la partícula q de 480 g se lanza con una rapidez de 10 m/s tal como se muestra. Determine hasta que distancia como máximo logrará alejarse respecto a la partícula fija.

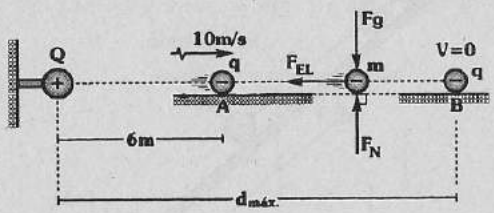


Resolución

* Como sólo realiza trabajo la fuerza conservativa " F_{EL} " (fuerza eléctrica); entonces la energía de la partícula "q" **se conserva**.

* El máximo alejamiento de "q" respecto a "Q"; ocurrirá cuando la rapidez de la partícula "q" es nula (V=0).

$$m = 48\times10^{-2}\ \text{kg}$$



* En el tramo A – B de la partícula q :

$$E_A = E_B$$

$$\frac{1}{2}mV_A^2 + U_A^{P.E} = U_B^{P.E}$$

$$\frac{1}{2}mV_A^2 + \frac{KQq}{6} = \frac{KQq}{d_{máx.}}$$

$$\frac{1}{2}\left(48\times10^{-2}\right)\left(10^2\right) + \frac{\left(9\times10^9\right)\left(6\times10^{-4}\right)\left(-4\times10^{-5}\right)}{6} =$$

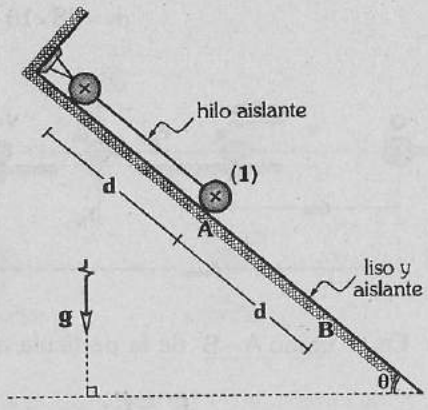
$$= \frac{\left(9\times10^9\right)\left(6\times10^{-4}\right)\left(-4\times10^{-5}\right)}{d_{máx.}}$$

$$\Rightarrow \quad -12 = \frac{-216}{d_{máx.}}$$

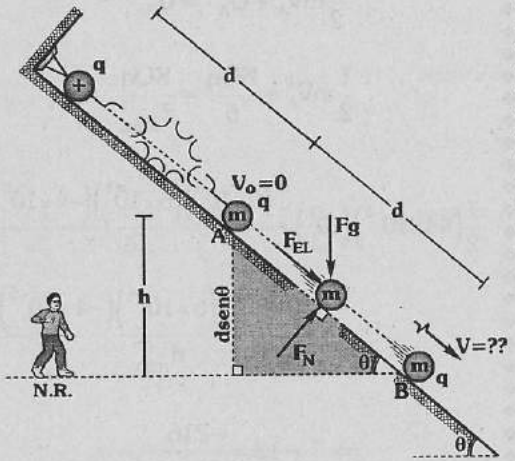
$$\therefore \quad \boxed{d_{máx.} = 18\ \text{m}}$$ Rpta.

PROBLEMA Nº 90

Se tiene dos partículas electrizadas con "q" cada una, al cortarse el hilo, la partícula (1) empieza a deslizar. Determine cual es su rapidez cuando pasa por "B" (m : masa de la partícula (1)).



RESOLUCIÓN



* Para la partícula de masa "m", en el tramo A – B :

$$W_{AB}^{F.N.C} = W_{AB}^{F_N} = 0$$

$$\Rightarrow \quad E_A = E_B$$

$$mgh + U_A^{P.E} = \frac{1}{2}mV^2 + U_B^{P.E}$$

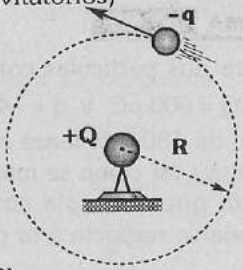
$$mg(dsen\theta) + \frac{K(q)(q)}{d} = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{K(q)(q)}{2d}$$

$$mg(dsen\theta) + \frac{Kq^2}{2d} = \frac{1}{2}mV^2$$

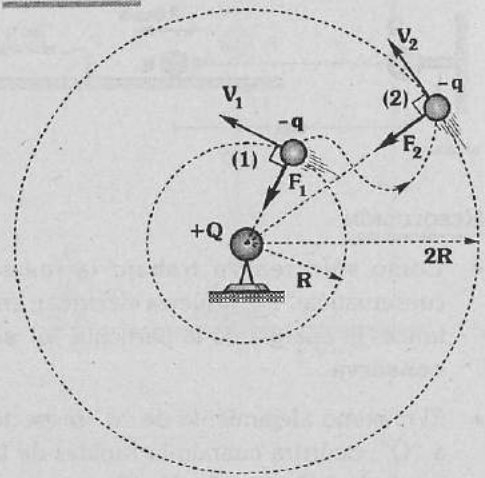
$$\therefore \quad \boxed{V = \sqrt{2gdsen\theta + \frac{Kq^2}{md}}} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 91

Una partícula electrizada con "–q" se encuentra orbitando alrededor de otra partícula fija, electrizada con +Q, describiendo una trayectoria circunferencial de radio "R". Hallar el trabajo que debe realizar un agente externo para lograr que el radio de giro sea 2R. (Desprecie la energía que se desprende por emisión de ondas electromagneticas; también desprecie los efectos gravitatorios)



RESOLUCIÓN



F_1 y F_2 : son fuerzas eléctricas.

Se sabe; para la partícula "−q" :

$$E_{final} = E_{inicial} + W^{\text{fuerzas no conservativas.}}$$

$$\Rightarrow \left(E_{cin.}\right)_2 + U^{P.E.}_{(2)} = \left(E_{cin.}\right)_{(1)} + U^{P.E}_{(1)} + W^{F_{ext.}}$$

$$\frac{1}{2}mV_2^2 + \frac{KQ(-q)}{2R} = \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{KQ(-q)}{R} + W^{F_{ext.}}$$

$$\therefore \quad W^{F_{ext.}} = \frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{KQq}{2R} \quad \ldots (I)$$

Del gráfico :

* En la posición (1) :

$$F_{cp_{(1)}} = F_1$$

$$m\frac{V_1^2}{R} = \frac{KQq}{R^2} \Rightarrow mV_1^2 = \frac{KQq}{R} \ldots (II)$$

* En la posición (2) :

$$F_{cp_{(2)}} = F_2$$

$$m\frac{V_2^2}{R} = \frac{KQq}{(2R)^2} \Rightarrow mV_2^2 = \frac{KQq}{4R} \ldots (III)$$

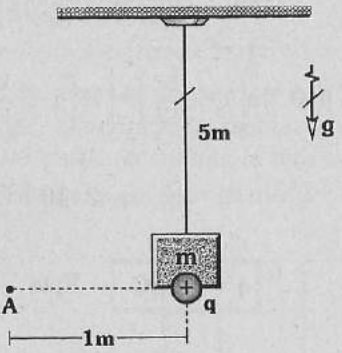
Reemplazando (II) y (III) en (I) :

$$W^{F_{ext.}} = \frac{1}{2}\left(\frac{KQq}{4R}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{KQq}{R}\right) + \frac{KQq}{2R}$$

$$\therefore \quad \boxed{W^{F_{ext.}} = \frac{KQq}{8R}} \quad \text{Rpta.}$$

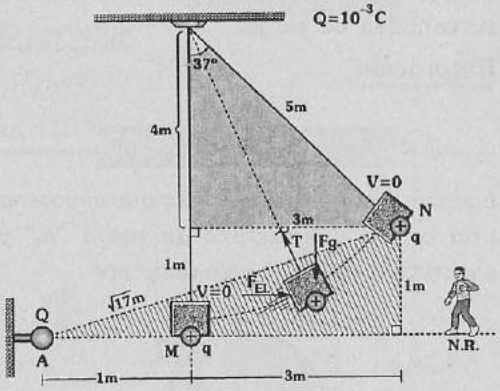
PROBLEMA Nº 92

En la situación mostrada, la esferita de masa despreciable adherido al bloque de madera, permanece en reposo. Si de pronto en "A" se ubica (fija) una partícula electrizada con Q=1mC, la máxima desviación que experimenta la cuerda a partir de su ubicación inicial es de 37°. Determine "q" ($m = 18\left(1 - \frac{1}{\sqrt{17}}\right)$kg ; $g = 10\ m/s^2$)



RESOLUCIÓN

Analizando el movimiento del bloque y la esferita, como si fuera un sólo cuerpo (sistema).



Para el sistema (bloque − esferita); en el tramo M–N :

$$EL \quad W^{F.N.C}_{MN} = W^{T}_{MN} = 0$$

$$\therefore \quad E_M = E_N$$

$$U^{P.E}_M = EP^{GRAV}_N + U^{P.E}_N$$

$$\frac{KQq}{1} = mg(1) + \frac{KQq}{\sqrt{17}}$$

$$KQq\left(1 - \frac{1}{\sqrt{17}}\right) = mg$$

$$(9\times10^{9})(10^{-3})q\left(1-\frac{1}{\sqrt{17}}\right) = \left[18\left(1-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)\right](10)$$

$$\Rightarrow \quad q = 2\times10^{-5}\ C$$

$$\therefore \quad \boxed{q = 20\ \mu C} \quad \text{Rpta.}$$

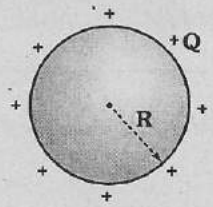
PROBLEMA Nº 93

Una esfera conductora de radio "R" está electrizado con +q, determine cuanto trabajo será necesario desarrollar para triplicar su cantidad de carga.

RESOLUCIÓN

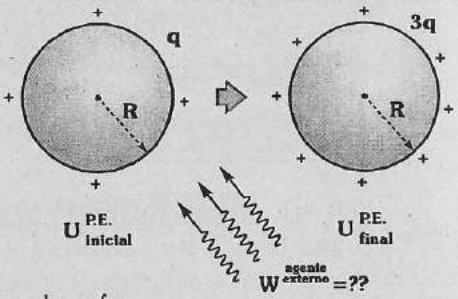
Observación importante

La energía potencial eléctrica que almacena una esfera conductora de radio "R" y electrizado con "Q", esta dado por :



$$\Rightarrow \quad \boxed{U^{P.E}_{esfera} = \frac{KQ^2}{2R}} \quad \textit{Demuestre}$$

En nuestro caso :



Para la esfera :

$$E_{final} = E_{inicial} + W^{F.N.C}_{total}$$

$$U^{P.E}_{final} = U^{P.E}_{inicial} + W^{agente\ externo}$$

$$\frac{K(3q)^2}{2R} = \frac{Kq^2}{2R} + W^{agente\ externo}$$

$$\therefore \quad \boxed{W^{agente\ externo} = \frac{4Kq^2}{R}} \quad \text{Rpta.}$$

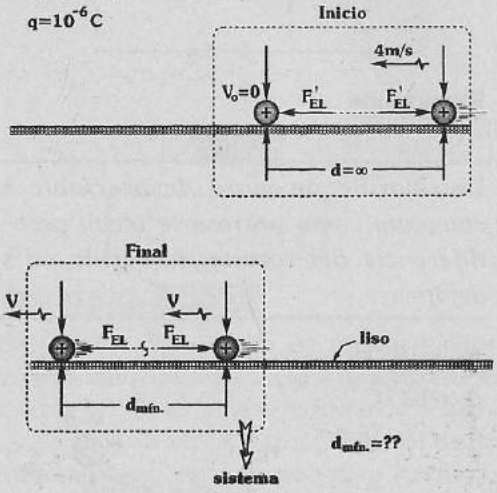
PROBLEMA Nº 94

Tenemos en la gráfica a una pequeña esfera electrizada con $1\mu C$ de carga y 10^{-3} kg de masa. A una gran distancia de ésta se lanza una esfera idéntica a la primera y con una rapidez de 4 m/s. Determine la menor separación que puede haber entre ellas.

RESOLUCIÓN

* La menor separación entre las partículas ocurrirá cuando estas presentan la misma velocidad (en módulo y sentido); esto se debe a que la velocidad

de una de las esferitas respecto al otro es cero, pues el otro ya no se acerca más $\left(\vec{V}_{1/2}=\vec{V}_1-\vec{V}_2=0\right)$:



Se puede observar que la :

$$\left(\vec{F}_{res.}\right)^{sis.}=\vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{P}^{sis.}_{inicial}=\vec{P}^{sis.}_{final} \quad \begin{matrix}\longrightarrow (+)\\ \longleftarrow (-)\end{matrix}$$

$$m(-4)=m(-V)+m(-V)$$

$$\therefore \quad V=2\ m/s$$

Además ; El $W^{F.N.C}_{sis.}=0$

$$\Rightarrow E^{sis.}_{inicial}=E^{sis.}_{final}$$

$$(E_{cin.})^{sis.}_{inicial}+U^{P.E}_{inicial}=(E_{cin.})^{sis.}_{final}+U^{P.E}_{final}$$

$$\frac{1}{2}m(4)^2+\frac{Kq^{2\,0}}{\infty}=\frac{1}{2}m(2)^2+\frac{1}{2}m(2)^2+\frac{Kq^2}{d_{min}}$$

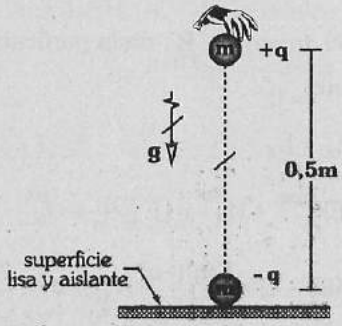
$$\Rightarrow \frac{1}{2}(10^{-3})(4)^2=\frac{1}{2}(10^{-3})(2)^2+\frac{1}{2}(10^{-3})(2)^2+\frac{9\times10^9(10^{-6})^2}{d_{min.}}$$

Resolviendo :

$$\boxed{d_{min.}=2{,}25\ m} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 95

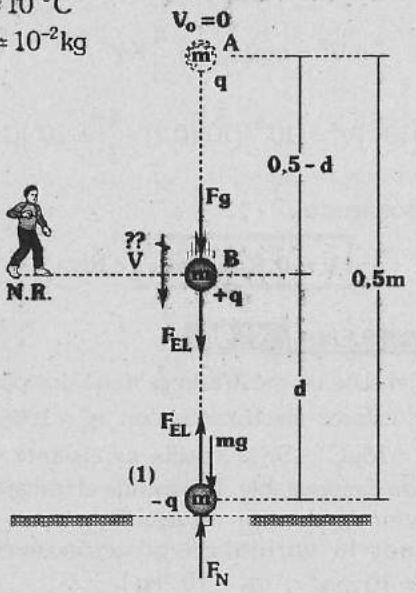
Una partícula electrizada con $q=1\,\mu C$ y de $10^{-2}kg$ de masa es soltada en la posición mostrada. Determine la rapidez que presenta esta partícula cuando la otra se logra desprender del piso. $\left(g=10\ m/s^2\right)$



RESOLUCIÓN

$q=10^{-6}C$

$m=10^{-2}kg$



Cuando la partícula (1) esta a punto de desprenderse, se cumple que $F_N = 0$, además :

$$\overset{0}{\cancel{F_N}} + F_{EL} = mg \quad \text{... (equilibrio)}$$

$$\frac{K(q)(q)}{d^2} = mg \quad \Rightarrow \quad \frac{Kq^2}{d^2} = mg$$

$$\frac{(9\times10^9)(10^{-6})^2}{d^2} = (10^{-2})(10)$$

Resolviendo : $d = 0{,}3\ m$

* En el tramo A – B, de la partícula "+q":

$$W^{F.N.C} = 0$$

$$\Rightarrow \quad E_A = E_B$$

$$EP_A^{grav.} + U_A^{P.E} = (E_{cin.})_B + U_B^{P.E}$$

$$mg(0{,}5 - d) + \frac{K(q)(-q)}{0{,}5} = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{K(q)(-q)}{d}$$

$$mg(0{,}5 - 0{,}3) - \frac{Kq^2}{0{,}5} = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{Kq^2}{0{,}3}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}mV^2 = mg(0{,}2) + \frac{4}{3}Kq^2$$

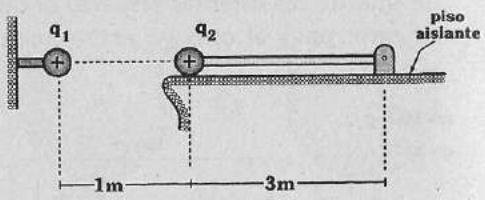
$$\frac{1}{2}(10^{-2})V^2 = (10^{-2})(10)(0{,}2) + \frac{4}{3}(9\times10^9)(10^{-6})^2$$

Resolviendo :

$$\boxed{V = 0{,}8\sqrt{10}\ m/s}$$ Rpta.

PROBLEMA Nº 96

En el sistema mostrado se tiene dos pequeñas esferas electrizadas con $q_1 = 100\mu C$ y $q_2 = 15\mu C$. Si la varilla es aislante y de masa despreciable. Determine el trabajo necesario hecho por un agente externo para poner la varilla en posición vertical ($g = 10\ m/s^2$; $m_2 = 10^{-2}kg$).



Resolución

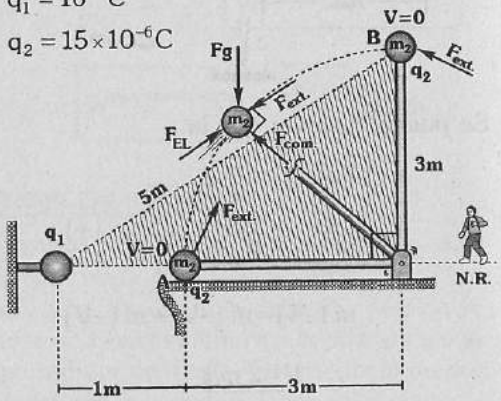
Nota

Una varilla de masa despreciable se comporta como un resorte ideal; pero a diferencia del resorte, la varilla no se deforma.

$m_2 = 10^{-2}kg$

$q_1 = 10^{-4}C$

$q_2 = 15\times10^{-6}C$



$F_{com.}$: Fuerza de comprensión

* Para colocar la varilla en posición vertical, entonces en esta posición la varilla permanecerá en reposo permanente (V=0), para lograr esto la varilla se puede trasladar lentamente y así la "$F_{ext.}$" haría un trabajo necesario :

* En el tramo A – B de la esfera "m_2" :

$$E_{final} = E_{inicial} + W_{AB}^{F.N.C}$$

$$EP_B^{grav.} + U_B^{P.E} = U_A^{P.E} + (W_{AB}^{Fext.} + \overset{0}{W_{AB}^{Fcom.}})$$

$$m_2 g(3) + \frac{Kq_1q_2}{(5)} = \frac{Kq_1q_2}{(1)} + W_{AB}^{Fext.}$$

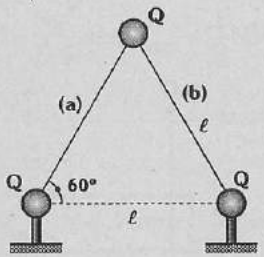
$$\Rightarrow W_{AB}^{Fext.} = m_2 g(3) - \frac{4}{5}Kq_1q_2$$

$$W_{AB}^{Fext.} = (10^{-2})(10)(3) - \frac{4}{5}(9\times10^{9})(10^{-4})(15\times10^{-6})$$

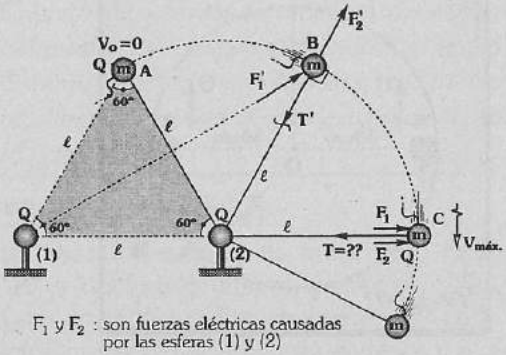
$$\therefore \boxed{W_{AB}^{Fext.} = -10{,}5\ J} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 97

Se muestra un sistema de tres pequeñas esferas electrizadas con **Q**. Si se corta la cuerda (a). Determine el módulo de la fuerza de tensión en la cuerda (b) cuando la esfera que no está fija adquiera su máxima rapidez. (Desprecie efectos gravitatorios).



RESOLUCIÓN



F_1 y F_2 : son fuerzas eléctricas causadas por las esferas (1) y (2)

$$\Rightarrow F_1 = \frac{KQ^2}{(2\ell)^2}$$

$$F_2 = \frac{KQ^2}{\ell^2}$$

* Se puede apreciar que la esfera "m" realiza un movimiento circunferencial, donde su rapidez aumenta en el **tramo A – B – C**; entonces su rapidez máxima lo alcanzará en la **posición "C"**.

* En la posición "C" de la esfera "m" :

$$F_{cp} = ma_{cp} \text{ ...(en el eje radial)}$$

$$T - F_1 - F_2 = m\frac{V_{máx.}^2}{\ell}$$

$$\Rightarrow T - \frac{KQ^2}{(2\ell)^2} - \frac{KQ^2}{\ell^2} = m\frac{V_{máx.}^2}{\ell}$$

$$\therefore T = \frac{5}{4}\left(\frac{KQ^2}{\ell^2}\right) + m\frac{V_{máx.}^2}{\ell} \quad \text{... (I)}$$

* En el tramo A – B – C de la esfera "m" :

$$W_{AC}^{F.N.C} = W_{AC}^{T'} = 0$$

$$\Rightarrow E_A = E_B \text{ ... (se conserva la energía)}$$

$$U_A^{P.E} = (E_{cin.})_c + U_c^{P.E}$$

$$\left(\frac{KQ^2}{\ell} + \frac{KQ^2}{\ell}\right) = \frac{1}{2}mV_{máx.}^2 + \left(\frac{KQ^2}{2\ell} + \frac{KQ^2}{\ell}\right)$$

$$\therefore mV_{máx.}^2 = \frac{KQ^2}{\ell} \quad \text{... (II)}$$

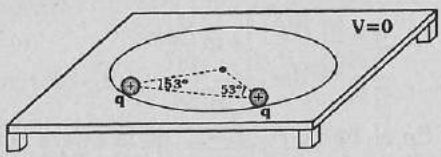
Reemplazando (II) en (I) :

$$T = \frac{5}{4}\left(\frac{KQ^2}{\ell^2}\right) + \frac{\left(\frac{KQ^2}{\ell}\right)}{\ell}$$

$$\therefore \boxed{T = \frac{9KQ^2}{4\ell^2}} \quad \text{Rpta.}$$

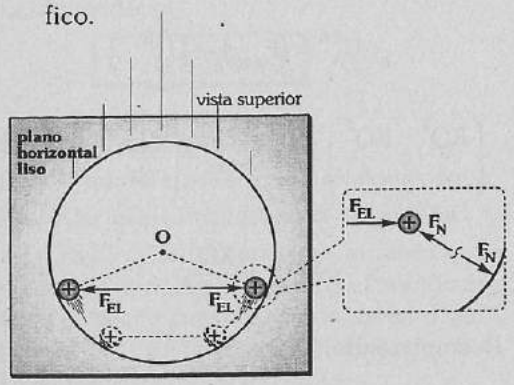
PROBLEMA Nº 98

Sobre una mesa horizontal lisa, muy larga y fabricada de un material aislante se encuentra un anillo dieléctrico muy fino de masa "M" y 30 cm de radio. En el interior del anillo se hallan dos pequeñas esferas lisas de masa "m" y electrizadas con $q = 2\mu C$ cada una. Si el sistema es abandonado en la posición mostrada. Determine la máxima rapidez que alcanza el anillo (M=2m=1 kg)

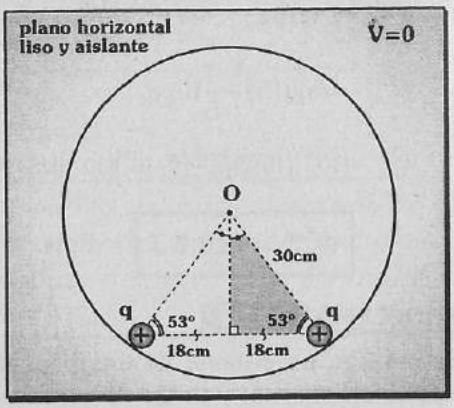


RESOLUCIÓN

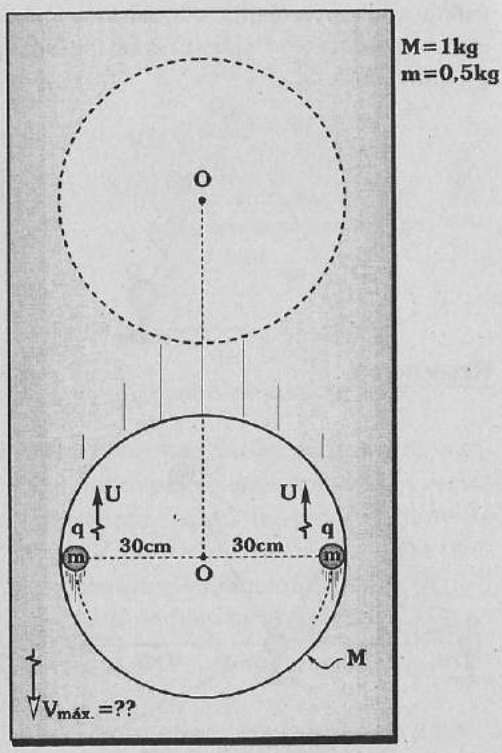
* Debido a la fuerza que ejercen las esferas sobre el anillo, el sistema empieza a moverse tal como se muestra en el gráfico.



* Se puede observar que el anillo aumenta su rapidez hasta el instante que la línea que une a las esferas pasa por el centro "O" del anillo.



Luego :



* Se puede apreciar que la fuerza resultante sobre el sistema (anillo–esferas) es :

$$\left(\vec{F}_{res.}\right)^{sis.} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{P}^{sis.}_{inicial} = \vec{P}^{sis.}_{final} \quad (+)\uparrow \ (-)\downarrow$$

$$0 = m(U) + m(U) + M(-V_{máx.})$$

$$0 = 0{,}5(U) + 0{,}5(U) + (1)(-V_{máx.})$$

$$\therefore \quad U = V_{máx.} \qquad \ldots (I)$$

* Además se observa que el :

$$W^{F.N.C}_{sis.} = 0$$

$$\Rightarrow E^{sis.}_{inicial} = E^{sis.}_{final}$$

$$\left(U^{P.E}_{sis.}\right)_{inicial} = \left(U^{P.E}_{sis.}\right)_{final} + \left(E_{cin.}\right)^{sis.}_{final}$$

$$\frac{K(q)(q)}{0{,}36} = \frac{K(q)(q)}{0{,}6} + \cancel{2}\left(\frac{1}{\cancel{2}}mU^2\right) + \frac{1}{2}MV^2_{máx.} \quad \ldots (II)$$

Reemplazando (I) en (II) :

$$\frac{Kq^2}{0{,}36} = \frac{Kq^2}{0{,}6} + mV^2_{máx.} + \frac{1}{2}MV^2_{máx.}$$

$$\Rightarrow \frac{(9\times10^9)(2\times10^{-6})^2}{0{,}36} = \frac{(9\times10^9)(2\times10^{-6})^2}{0{,}6} + (0{,}5)V^2_{máx.} + \frac{1}{2}(1)V^2_{máx.}$$

Resolviendo :

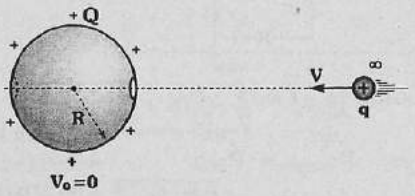
$$\boxed{V_{máx.} = 0{,}2\ m/s} \quad \text{Rpta.}$$

Nota

Cuando las esferitas se mueven mas arriba del punto "O" (respecto al anillo); el anillo disminuye su rapidez debido a que la fuerza resultante sobre éste se opone al movimiento (desacelera).

PROBLEMA Nº 99

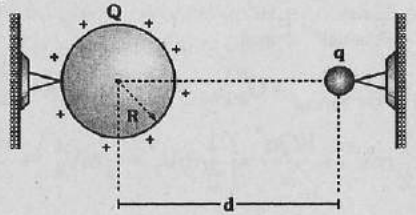
Un cascarón esférico de masa "**m**", radio "**R**" y electrizado uniformemente con "**Q**", tiene dos orificios diametralmente opuestos. Inicialmente el cascarón está en reposo; a lo largo de la recta que une los orificios y desde un lugar muy alejado se mueve con rapidez "**V**" hacia el cascarón una partícula de masa "**m**" y electrizada con "**q**". Determine el tiempo durante el cual la partícula se encontrara dentro del cascarón (considerar que la partícula y el cascarón se encuentran aislados; además desprecie los efectos gravitatorios).



RESOLUCIÓN

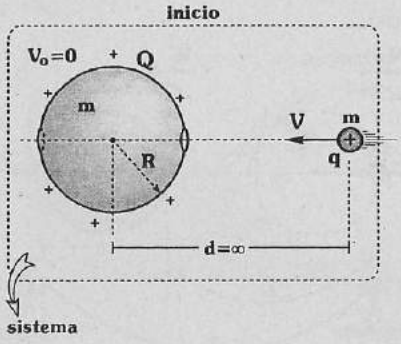
Recuerde

Si :

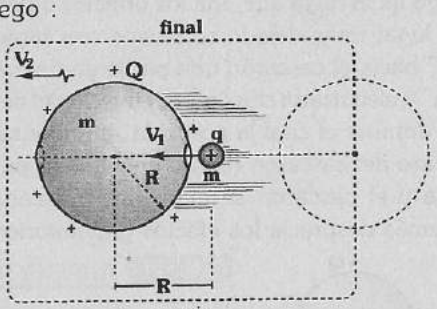


$$\Rightarrow \boxed{U^{P.E} = \frac{KQq}{d}}$$

* Analizando el sistema (cascarón-partícula). Como inicialmente los cuerpos están muy alejados $(d = \infty) \Rightarrow U^{P.E}_{inicial} = 0$; la interacción entre ellos es muy débil :



Luego :



* Como la $\left(\vec{F}_{res.}\right)^{sis.} = \vec{0}$:

$$\Rightarrow \vec{P}^{sis.}_{inicial} = \vec{P}^{sis.}_{final} \quad \begin{matrix}\longrightarrow (+)\\ \longleftarrow (-)\end{matrix}$$

$$m(-V) = m(-V_1) + m(-V_2)$$

$$\therefore \quad V_1 + V_2 = V \qquad \ldots (I)$$

* Además se observa que el $W^{F.N.C}_{sis.} = 0$:

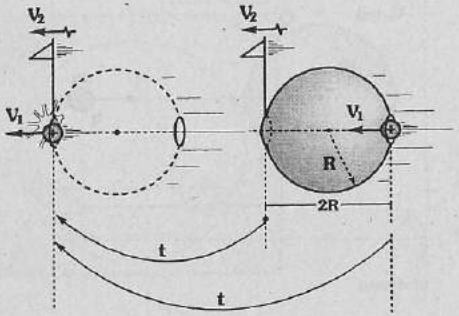
$$\Rightarrow E^{sis.}_{inicial} = E^{sis.}_{final}$$

$$(E_{cin.})^{sis.}_{inicial} + U^{P.E}_{inicial} = (E_{cin.})^{sis.}_{final} + U^{P.E}_{final}$$

$$\frac{1}{2}mV^2 + \underset{0}{\cancel{\frac{KQq}{\infty}}} = \left(\frac{1}{2}mV_1^2 + \frac{1}{2}mV_2^2\right) + \frac{KQq}{R}$$

$$\therefore \quad V^2 = V_1^2 + V_2^2 + \frac{2KQq}{mR} \qquad \ldots (II)$$

* Cuando la partícula se mueve dentro del cascarón estos describirán un **M.R.U**; debido a que en el interior del cascarón el campo eléctrico asociado a éste es nulo (no existe interacción eléctrica entre los cuerpos).



* Del gráfico se puede apreciar que "t" es el tiempo de alcance entre la partícula y la parte delantera del cascarón (también es el tiempo que permanece la partícula dentro del cascarón).

$$t = \frac{d_{sep.}}{V_1 - V_2} \qquad \ldots \text{(Tiempo de alcance)}$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{2R}{V_1 - V_2} \qquad \ldots (III)$$

Para hallar $V_1 - V_2$; elevamos al cuadrado la ecuación (I) :

$$V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2 = V^2 \qquad \ldots (\alpha)$$

$$V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 + 4V_1V_2 = V^2$$

$$(V_1 - V_2)^2 = V^2 - 4V_1V_2 \qquad \ldots (\beta)$$

Reemplazando (α) en (II) :

$$\cancel{V_1^2 + V_2^2} + 2V_1V_2 = \cancel{V_1^2 + V_2^2} + \frac{2KQq}{mR}$$

$$\therefore \quad V_1V_2 = \frac{KQq}{mR}$$

Reemplazando en (β):

$$(V_1 - V_2)^2 = V^2 - 4\left(\frac{KQq}{mR}\right)$$

$$\therefore \quad V_1 - V_2 = \left(V^2 - \frac{4KQqV^2}{mRV^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Finalmente reemplazamos en (III) :

$$t = \frac{2R}{\left(V^2 - \frac{4KQqV^2}{mRV^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

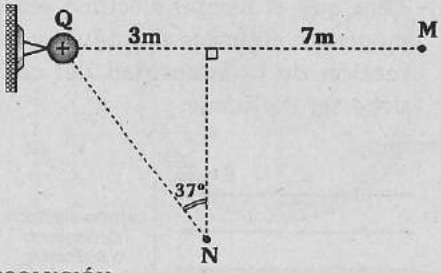
$$\therefore \quad \boxed{t = \frac{2R}{V}\left(1 - \frac{4KQq}{mRV^2}\right)^{-\frac{1}{2}}} \quad \text{Rpta.}$$

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

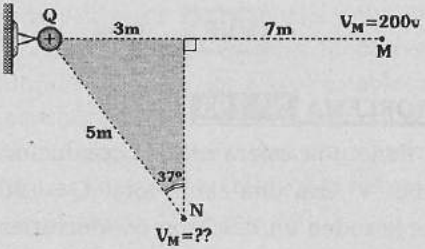
Electrostática

PROBLEMA Nº 100

Si el potencial eléctrico en el punto "M" es 200v, determinar el potencial eléctrico, en el punto "N".



RESOLUCIÓN



Del gráfico :

* $V_M = \dfrac{KQ}{d_M}$

$\Downarrow$

$200 = \dfrac{KQ}{10}$

$\therefore \quad KQ = 2\,000 \qquad \ldots (I)$

Además :

* $V_N = \dfrac{KQ}{d_N} \Rightarrow V_N = \dfrac{KQ}{5} \qquad \ldots (II)$

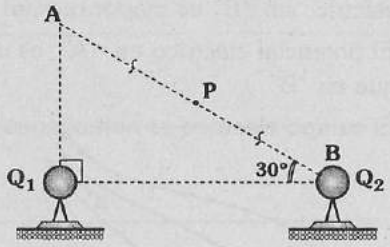
Reemplazando (I) en (II) :

$$V_N = \frac{2\,000}{5}$$

$$\therefore \boxed{V_N = 400v} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 101

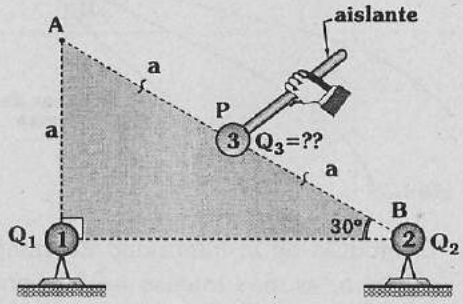
Determinar la cantidad de carga de la partícula electrizada que se debe ubicar en el punto "P" (punto medio de AB) para que el potencial eléctrico total en el punto "A" sea nulo $(Q_1 = +6\mu C\ ;\ Q_2 = -4\mu C)$.



RESOLUCIÓN

$Q_1 = 6\mu C$

$Q_2 = -4\mu C$



El potencial eléctrico (total) en el punto "A" esta dado por :

$$V_A = V_{(1)}^A + V_{(2)}^A + V_{(3)}^A$$

$$\Downarrow$$

$$0 = \frac{KQ_1}{a} + \frac{KQ_2}{2a} + \frac{KQ_3}{a}$$

$$\Rightarrow \quad Q_3 = -Q_1 - \frac{Q_2}{2}$$

$$Q_3 = -(6\mu C) - \frac{(-4\mu C)}{2}$$

$$\therefore \boxed{Q_3 = -4\mu C} \quad \text{Rpta.}$$

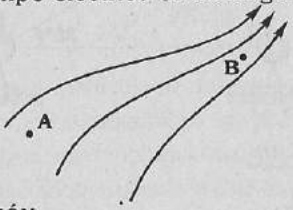
PROBLEMA Nº 102

De acuerdo al gráfico que se muestra indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda :

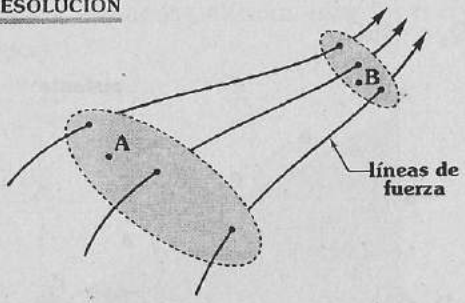
I) El módulo de la intensidad de campo eléctrico en "B" es mayor que en "A".

II) El potencial eléctrico en "A" es mayor que en "B".

III) El campo eléctrico es homogéneo :



RESOLUCIÓN



I) El módulo de la intensidad de campo eléctrico, es más intenso en las zonas donde las líneas de fuerza están mas juntas.

$$\therefore \quad E_B > E_A$$

Proposición : Verdadera

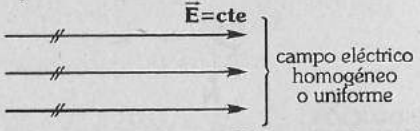
II) Las líneas de fuerza o de campo eléctrico, siempre se dirigen de mayor hacia el menor potencial eléctrico.

$$\therefore \quad V_A > V_B$$

Proposición : Verdadera

III) Para que el campo eléctrico sea homogéneo; entonces el módulo y la dirección de la intensidad del campo debe ser constante.

Ejemplo :

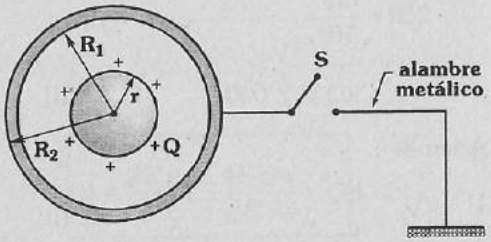


Proposición : Falsa

$$\therefore \boxed{VVF} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 103

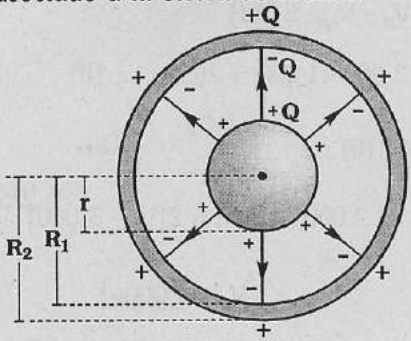
Se tiene una esfera maciza conductora de radio "**r**" con una carga total $Q = +20\mu C$, que le rodea un cascarón conductor esférico de radio $\mathbf{R_1}$ y $\mathbf{R_2}$. Calcular la carga que adquiere el cascarón cuando se cierra el interruptor "S". (Considere que el cascarón esta deselectrizado, inicialmente)



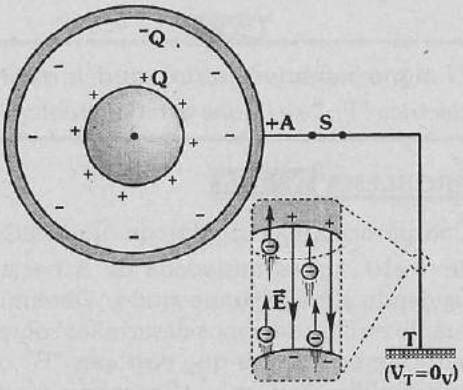
Resolución

Cuando el cascarón no esta conectado a tierra.

* En este caso, el cascarón internamente se electriza negativamente con "$-Q$" y externamente con $+Q$ ""; esto ocurre por la influencia del campo eléctrico, asociado a la esfera de radio r.



* Cuando el cascarón se conecta a tierra (*se cierra el interruptor* "S"), se genera una diferencia de potencial entre tierra (T) y la superficie externa del cascarón, donde $V_A > V_T$, por ello se establece un campo eléctrico dentro del alambre, éste campo eléctrico arrastra a los electrones libres del alambre y la tierra desde el punto "T" hacia "A".



Este flujo de electrones (corriente eléctrica) cesa cuando el potencial de "A" y "T" son iguales. $(V_A = V_T = O_v)$

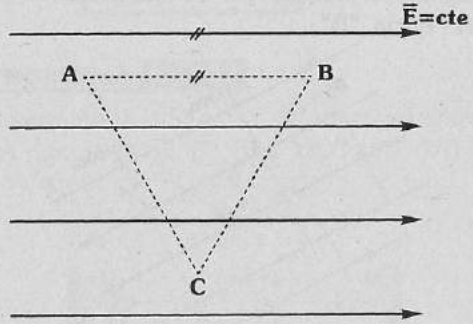
$\Rightarrow$ La superficie externa del cascarón no estará electrizada.

$\therefore$ La carga total del cascarón es $-Q$.

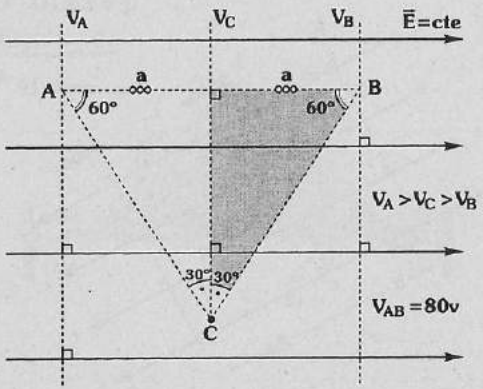
$\boxed{-20\mu C}$ Rpta.

PROBLEMA Nº 104

Los puntos **A**, **B** y **C**, son vértices de un triángulo equilátero. Si la diferencia de potencial entre los puntos **A** y **B** es 80v. Calcular la diferencia de potencial entre los puntos **A** y **C**.



Resolución



Del gráfico, por definición se sabe que :

* $V_{AC} = E(a)$ ... (I)
* $V_{AB} = E(2a)$ ... (II)

$\downarrow (\div)$

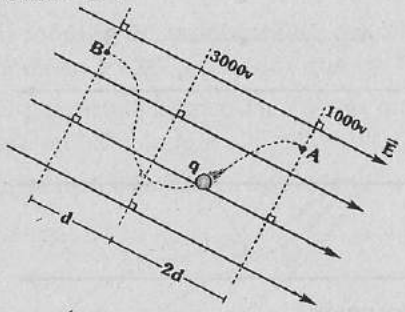
$$\frac{V_{AC}}{V_{AB}} = \frac{E(a)}{E(2a)}$$

$$\Rightarrow V_{AC} = \frac{V_{AB}}{2} \rightarrow V_{AC} = \frac{80v}{2}$$

$$\therefore \boxed{V_{AC} = 40v} \quad \text{Rpta.}$$

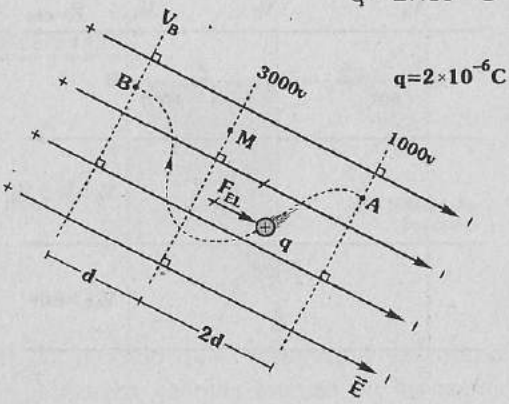
PROBLEMA Nº 105

Una partícula electrizada con $q = 2\mu C$, es desplazada en el interior de un campo eléctrico homogéneo tal como se muestra; Determine el trabajo del campo eléctrico de "A" hacia "B".



RESOLUCIÓN

$q = 2\times10^{-6}C$



Del gráfico :

$$V_B > V_M > V_A$$

* $V_B - V_M = E(d)$

$$V_B - 3\,000 = Ed \quad \text{... (I)}$$

* $V_M - V_A = E(2d)$

$$3\,000 - 1\,000 = 2(Ed) \quad \text{... (II)}$$

(I) en (II) :

$$3\,000 - 1\,000 = 2[V_B - 3\,000]$$

$$\therefore \underline{V_B = 4\,000v}$$

Por definición se sabe :

$$W_{AB}^{campo} = W_{AB}^{FEL} = q(V_A - V_B)$$

$$\Rightarrow W_{AB}^{campo} = \left(2\times10^{-6}\right)(1\,000 - 4\,000)$$

$$\therefore \boxed{W_{AB}^{campo} = -6\times10^{-3}\,J} \quad \text{Rpta.}$$

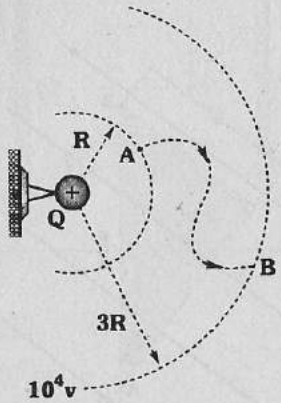
Nota

El signo negativo indica que la fuerza eléctrica "F_{EL}" se opone al movimiento.

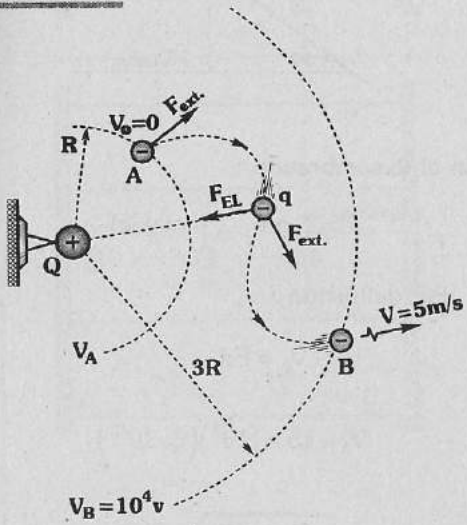
PROBLEMA Nº 106

Una partícula electrizada con $q = -2\mu C$ y de 4×10^{-3}kg es trasladada de A hacia B siguiendo el trayecto mostrado. Determine cuánto trabajo debemos desarrollar sobre la partícula para lograr que pase por "B" con una rapidez de 5 m/s. (*Desprecie efectos*

gravitatorios).



RESOLUCIÓN



* Para calcular el $W_{AB}^{F_{ext.}}$, utilicemos la siguiente relación :

$$W_{AB}^{NETO} = (E_{cin.})_B - \cancel{(E_{cin.})_A}^{0}$$

$$W_{AB}^{F_{EL}} + W_{AB}^{F_{ext.}} = \frac{1}{2}mV^2$$

$$q(V_A - V_B) + W_{AB}^{F_{ext.}} = \frac{1}{2}mV^2$$

$$\therefore\ W_{AB}^{F_{ext.}} = \frac{1}{2}mV^2 - q(V_A - V_B) \quad \dots (\beta)$$

* Del gráfico :

$$\left.\begin{array}{ll} * & V_A = \dfrac{KQ}{R} \quad \dots (I) \\ * & V_B = \dfrac{KQ}{3R} \quad \dots (II) \end{array}\right\} (\div)\downarrow$$

$$\frac{V_A}{V_B} = 3 \Rightarrow V_A = 3V_B = 3\left(10^4 v\right)$$

$$\therefore\ \underline{V_A = 3\times10^4 v}$$

Reemplazando valores en (β) :

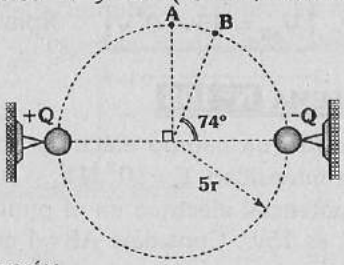
$$W_{AB}^{F_{ext.}} = \frac{1}{2}\left(4\times10^{-3}\right)(5)^2 - \left(-2\times10^{-6}\right)\left(3\times10^4 - 10^4\right)$$

Resolviendo :

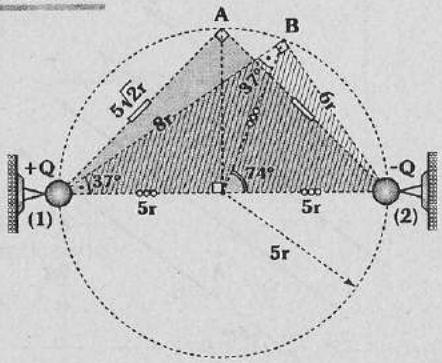
$$\boxed{W_{AB}^{F_{ext.}} = 9\times10^{-2}\,J} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 107

Determine la diferencia de potencial entre los puntos "A" y "B" $(Q = 12\mu C\ ;\ r = 1cm)$.



RESOLUCIÓN



Del gráfico se puede apreciar que :

* $V_A = V_{(1)}^A + V_{(2)}^A$

$$\Rightarrow V_A = \frac{KQ}{5\sqrt{2}\,r} + \frac{K(-Q)}{5\sqrt{2}\,r}$$

$$\therefore V_A = 0$$

* $V_B = V_{(1)}^B + V_{(2)}^B$

$$\Rightarrow V_B = \frac{KQ}{8\,r} + \frac{K(-Q)}{6\,r}$$

$$\therefore V_B = -\frac{KQ}{24r}$$

Nos piden :

$$V_A - V_B = 0 - \left[-\frac{KQ}{24r}\right]$$

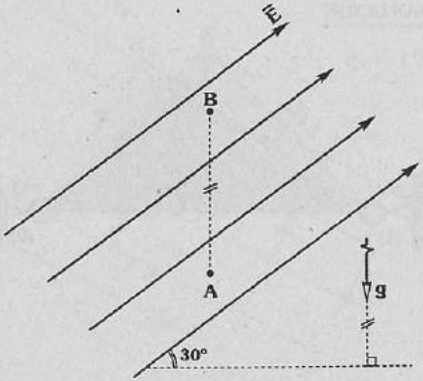
$$\Rightarrow V_{AB} = \frac{KQ}{24r}$$

$$V_{AB} = \frac{\left(9\times10^{9}\right)\left(12\times10^{-6}\right)}{24\left(10^{-2}\right)}$$

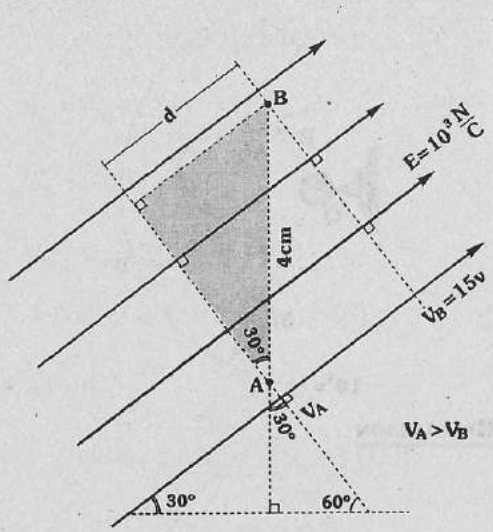
$$\therefore \boxed{V_{AB} = 45\times10^{4}\,v} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 108

Se muestra un campo eléctrico homogéneo de intensidad $E = 10^3$ N/C. Determine el potencial eléctrico en el punto A, si en "B" es 15v. Considere AB=4 cm.



RESOLUCIÓN



En el ◺sombreado :

$$d = 2\ \text{cm} \quad \ldots \text{(notable)}$$

* Por definición :

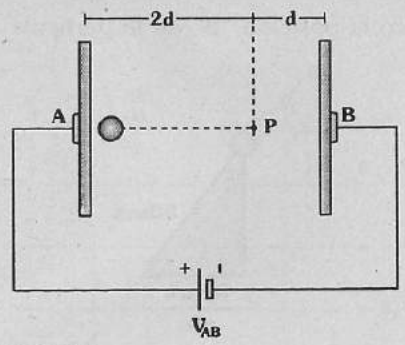
$$V_A - V_B = Ed$$

$$V_A - 15 = \left(10^3\right)\left(2\times10^{-2}\right)$$

$$\therefore \boxed{V_A = 35v} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 109

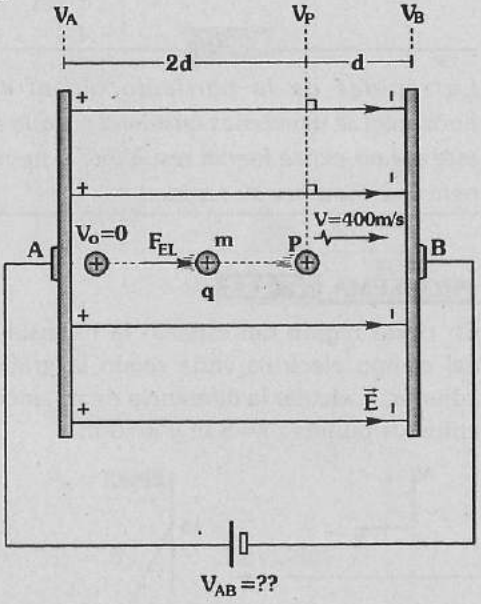
En el dispositivo mostrado una partícula de 6×10^{-5}kg y electrizada con q = 6μC es abandonado en la placa "A"; si esta llega al punto "P" con una rapidez de 400 m/s, determine el voltaje entre las placas (*desprecie los efectos gravitatorios*).



RESOLUCIÓN

$m = 6\times10^{-5}kg$

$q = 6\times10^{-6}C$



Del gráfico :

* $V_{AB} = E(3d)$

$$\therefore\ V_{AB} = 3Ed \quad ... (I)$$

Además :

* $V_{AP} = E(2d) \Rightarrow V_{AP} = 2Ed$

* En el tramo A – P de la partícula :

$$\underbrace{W_{AP}^{neto}}_{\tau^0} = (E_{cin.})_P - (E_{cin.})_A$$

$$W_{AP}^{F_{EL}} = (E_{cin.})_P$$

$$q(V_{AP}) = \frac{1}{2}mV^2$$

$$\left(6\times10^{-6}\right)(2Ed) = \frac{1}{2}\left(6\times10^{-5}\right)(400)^2$$

$$\therefore\ Ed = 4\times10^5 v$$

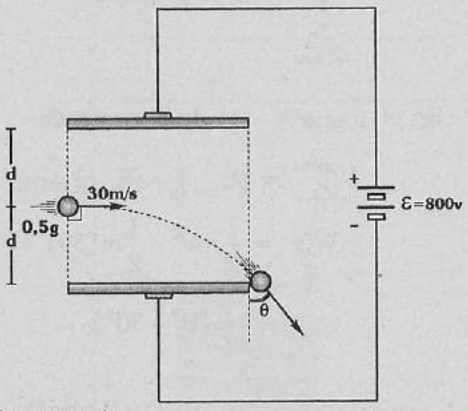
Reemplazando en (I) :

$$V_{AB} = 3\left(4\times10^5 v\right)$$

$$\therefore\ \boxed{V_{AB} = 12\times10^5 v} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 110

En la gráfica se muestra la trayectoria que describe una partícula electrizada con q=1mC, cuando se mueve entre las placas de un capacitor plano. Determine el ángulo "θ" (Desprecie efectos gravitatorios).

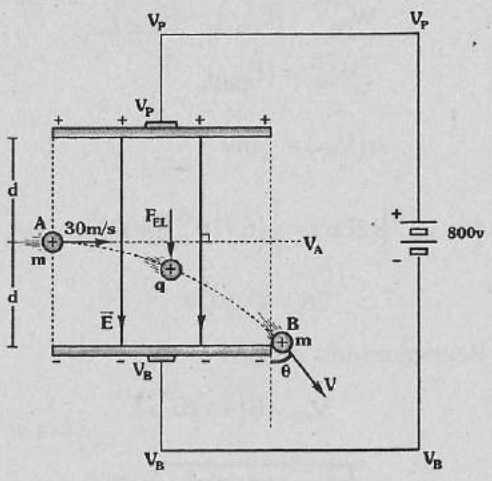


RESOLUCIÓN

Graficando :

$$q = 10^{-3}C$$

$$m = 5\times10^{-4}kg$$



* En la fuente :

$$V_{PB} = 800v$$

* En el capacitor :

- $V_{PB} = E(2d) = 800v$

$$\therefore \quad Ed = 400v$$

- $V_{AB} = Ed \Rightarrow V_{AB} = 400v$

$\Downarrow$

400v

* En el tramo A – B, de la partícula :

$$W_{AB}^{neto} = (E_{cin.})_B - (E_{cin.})_A$$

$$W_{AB}^{F_{EL}} = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}m(30)^2$$

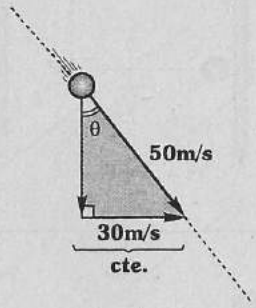
$$qV_{AB} = \frac{1}{2}m\left(V^2 - 30^2\right)$$

$$(10^{-3})(400) = \frac{1}{2}(5\times10^{-4})(V^2 - 30^2)$$

Resolviendo :

$$V = 50\ m/s$$

* En la posición "B" de la partícula :



En el ◺ sombreado :

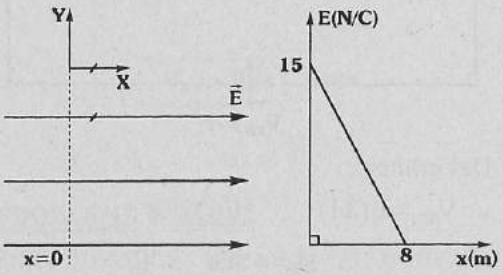
$$\theta = 37°$$ Rpta.

Nota

La rapidez de la partícula, en el eje horizontal se mantiene constante, porque en este eje no existe fuerza resultante o fuerza neta que modifica su rapidez.

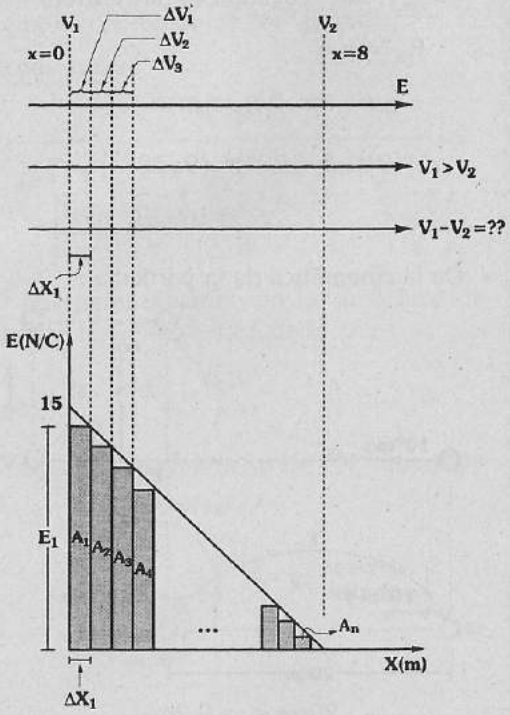
PROBLEMA Nº 111

En cierta región del espacio la intensidad del campo eléctrico varía según la gráfica adjunta. Calcular la diferencia de potencial entre los puntos : x=8 m y x=0 m



Resolución

* Para un pequeño incremento de "x"; la intensidad de campo eléctrico es prácticamente constante.



Del gráfico :

* $A_1 = \underbrace{E_1 \Delta x_1}$

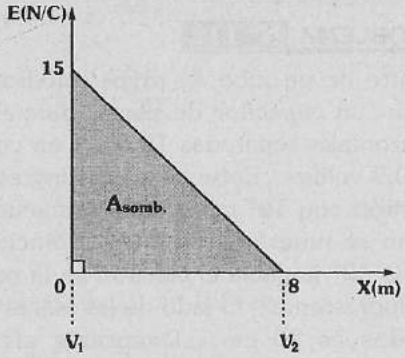
$\Rightarrow A_1 = \Delta V_1$ ... (voltaje)

Luego :

$$V_1 - V_2 = \overbrace{\Delta V_1}^{A_1} + \overbrace{\Delta V_2}^{A_2} + \Delta V_3 + ... + \Delta V_n$$

$\Rightarrow V_1 - V_2 = A_1 + A_2 + A_3 + ... + A_n$ ... (I)

* En la gráfica :



Se puede observar que :

$$A_1 + A_2 + A_3 + ... + A_n = A_{somb.} \quad ... (II)$$

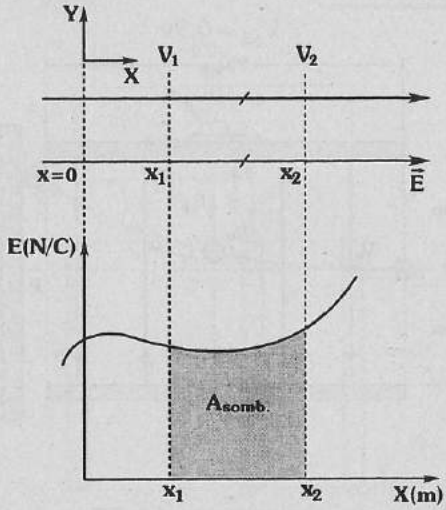
Reemplazando (II) en (I) :

$$V_1 - V_2 = A_{somb.}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{15 \times 8}{2} \rightarrow V_1 - V_2 = 60v$$

$$\therefore \boxed{V_2 - V_1 = -60v} \quad \text{Rpta.}$$

En general

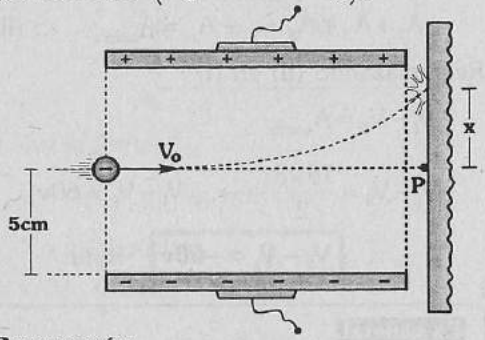


$\Rightarrow \boxed{V_1 - V_2 = A_{somb.}}$

$V_1 > V_2$

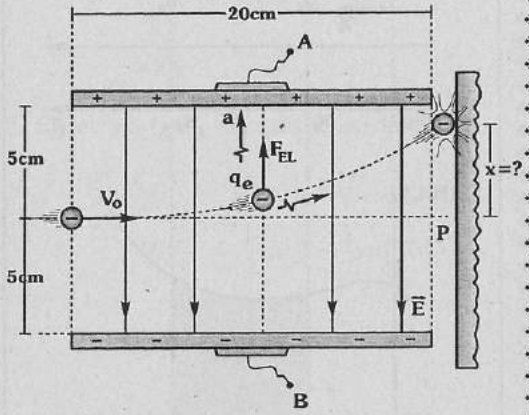
PROBLEMA Nº 112

Dentro de un tubo de rayos catódicos se tiene un capacitor de placas paralelas y horizontales separadas 10 cm a un voltaje de 0,9 voltios. Entre las placas ingresa un electrón con 10^6 m/s horizontalmente, tal como se muestra. ¿A qué distancia del punto "P" impacta el electrón en la pantalla fluorescente? El lado de las placas cuadradas es 20 cm. Desprecie efectos gravitatorios $\left(m_e = 9\times10^{-31}\ kg\right)$.



RESOLUCIÓN

$V_{AB} = 0,9v$



Del gráfico :

* $\underbrace{V_{AB}}_{} = Ed_{AB}$

$0,9v = E(0,1m) \Rightarrow \underline{E=9\ \frac{N}{C}}$

* En el D.C.L del electrón :

$\underbrace{F_{res}}_{} = ma$ ... (2da Ley de Newton)

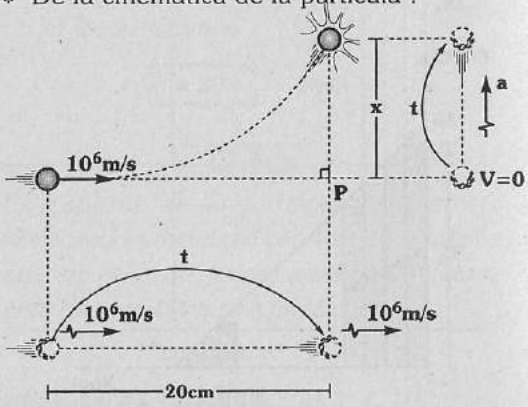
$F_{EL} = m_e a$

$\Rightarrow E|q_e| = m_e a$

$(9)\left(1,6\times10^{-19}\right) = \left(9\times10^{-31}\right)a$

$\therefore \underline{a = 16\times10^{11}\ m/s^2}$

* De la cinemática de la partícula :



$20cm < \ > 0,2m$

- En la proyección horizontal : (M.R.U)

$d_H = V_H t$

$0,2 = 10^6 t \rightarrow \underline{t = 2\times10^{-7}s}$

- En la proyección vertical : (M.R.U.V.)

$e = \cancel{V_o t} + \frac{1}{2}at^2$

$\Downarrow$

$x = 0 + \frac{1}{2}\left(16\times10^{11}\right)\left(2\times10^{-7}\right)^2$

$\Rightarrow x = 32\times10^{-3}\ m$

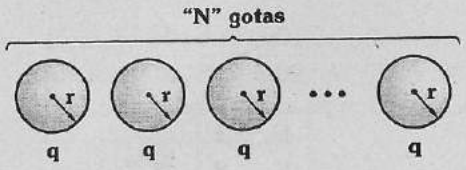
$\therefore$ **x = 3,2 cm** Rpta.

PROBLEMA Nº 113

Se tiene "N" gotas esféricas de un líquido. Si el potencial eléctrico en la superficie de

cada gota es "V_o"; Determine el potencial eléctrico en la superficie de la gota que se forma al combinar las **"N"** gotas.

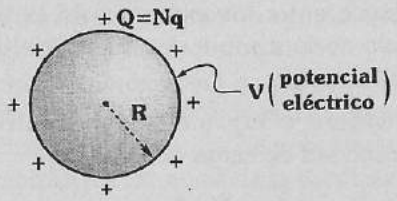
RESOLUCIÓN



El potencial eléctrico en la superficie de una de las gotas estará dado por :

$$V_o = \frac{Kq}{r} \qquad \ldots (I)$$

* Cuando se combinan las "**N**" gotas :



En este caso, el potencial eléctrico en la superficie de la gota será :

$$V = \frac{KQ}{R}$$

$$\Rightarrow \quad V = \frac{K(Nq)}{R} \qquad \ldots (II)$$

Se puede observar que el volumen total no se altera :

$$\Rightarrow \quad (\text{volumen})^{\text{total}}_{\text{inicial}} = (\text{volumen})^{\text{total}}_{\text{final}}$$

$$N\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\therefore \quad R = rN^{1/3} \qquad \ldots (III)$$

Reemplazando (III) en (II) :

$$V = \frac{K(Nq)}{r\,N^{1/3}}$$

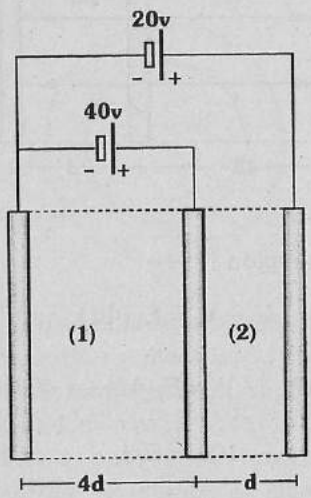
$$\therefore \quad V = N^{2/3}\left(\frac{Kq}{r}\right) \qquad \ldots (IV)$$

Reemplazando (I) en (IV) :

$$\boxed{V = N^{2/3}\,V_o}$$ Rpta.

PROBLEMA Nº 114

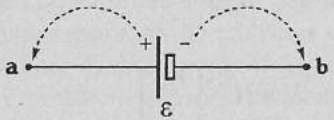
Tres láminas paralelas conductoras, colocadas muy cercanas entre sí, son conectadas a dos baterías como se muestra en la figura. Determine la relación entre los módulos de la intensidad del campo eléctrico establecido en la región "1" y "2".



RESOLUCIÓN

Recuerde

En una fuente de voltaje (batería), se cumple :

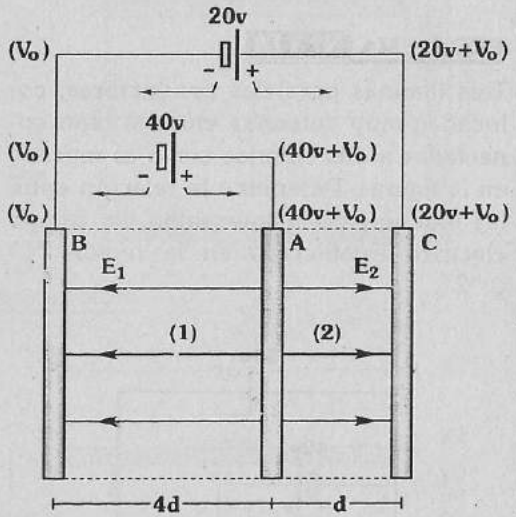


$V_a > V_b$

Donde :

$$\boxed{V_a - V_b = \varepsilon}$$

Haciendo que : $V_B = V_o$



Del gráfico :

* En la región (1) :

$$V_A - V_B = E_1(4d)$$

$$\Rightarrow (40v + V_o) - V_o = E_1(4d) \rightarrow 40v = 4E_1d$$

$$\therefore \quad 10v = E_1d \qquad \ldots (I)$$

* En la región (2) :

$$V_A - V_C = E_2(d)$$

$$(40v + V_o) - (20v + V_o) = E_2(d)$$

$$\therefore \quad 20v = E_2d \qquad \ldots (II)$$

Dividiendo (1) ÷ (2) :

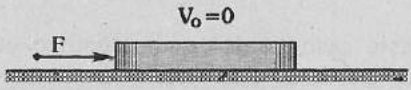
$$\frac{10v}{20v} = \frac{E_1 d}{E_2 d}$$

$$\therefore \quad \boxed{\frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{2}} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 115

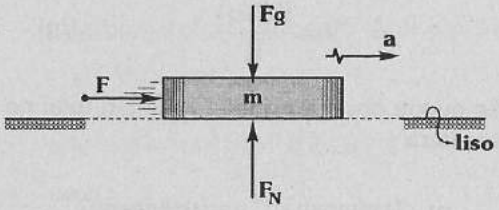
Una barra conductora homogénea de masa "**m**" y longitud "**L**" se encuentra neutra. Determine la diferencia de potencial que se establece entre los extremos de la barra cuando acelera sobre una superficie lisa y aislante.

(Considere : m_e : masa del electrón , q_e : cantidad de carga del electrón)



RESOLUCIÓN

* Realizando el D.C.L de la barra :



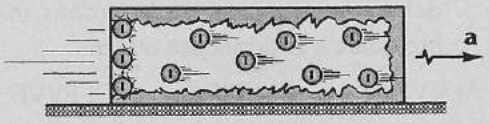
Según la 2da Ley de Newton se tiene :

$$a = \frac{F_{res.}}{m}$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{F}{m} \qquad \ldots (I)$$

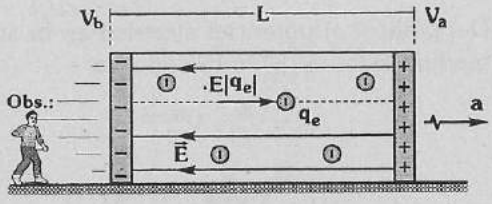
* Debemos de saber, que en el interior de un conductor metálico, existe una gran cantidad de electrones libres que se mueven caoticamente, parecido a las moléculas de un gas.

* Cuando la barra conductora acelera ; por inercia, los electrones libres en el interior de dicha barra se apegan al extremo posterior de éste :



Se puede apreciar que los extremos de la barra se carga negativa y positivamente, de esta manera se origina un campo eléctrico, en el interior de dicha barra. Cuando los electrones libres cesan su movimiento respecto a la barra, la intensidad de campo eléctrico y la diferencia de potencial que se origina en los extremos de la barra, se mantendrán constantes.

* Despreciando la fricción en el interior de la barra, se tiene :



En el D.C.L de un electrón :

$$\underbrace{F'_{res}}_{} = ma \quad \text{... (2da Ley de Newton)}$$

$$E|q_e| = m_e a \quad \text{... (II)}$$

Además se sabe :

$$V_{ab} = EL \Rightarrow E = \frac{V_{ab}}{L} \quad \text{... (III)}$$

Reemplazando (I) y (III) en (II) :

$$\left(\frac{V_{ab}}{L}\right)|q_e| = m_e\left(\frac{F}{m}\right)$$

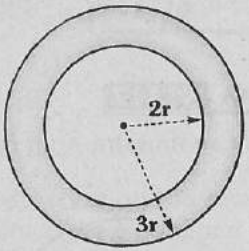
$$\therefore \boxed{V_{ab} = \frac{F}{m}L\left[\frac{m_e}{|q_e|}\right]} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 116

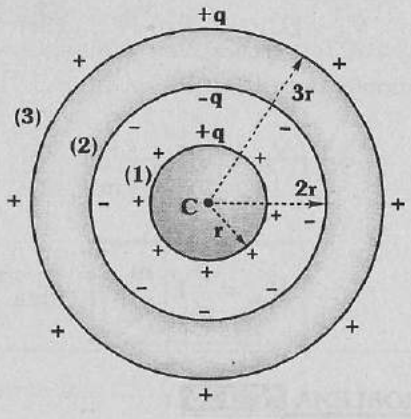
Se tiene un cascarón metálico de radio interno **2r** y externo **3r**, no electrizado. Una esfera conductora de radio **r** electrizada con **+q** es colocada concéntricamente al conductor. Determine el potencial eléctrico en el centro de la esfera.

Resolución

Cómo se trata de un cascarón metálico, entonces es un material conductor.



* Cuando se coloca la esfera conductora de radio r y electrizado con **+q** en el interior del cascarón, se induce una cantidad de carga igual a **−q** en la superficie interna del cascarón (ver la teoría); y como el cascarón es neutro, entonces en la superficie externa la cantidad de carga eléctrica será **+q**.



El potencial eléctrico en el punto "C", estará dado por :

$$V_C = V_{(1)}^C + V_{(2)}^C + V_{(3)}^C$$

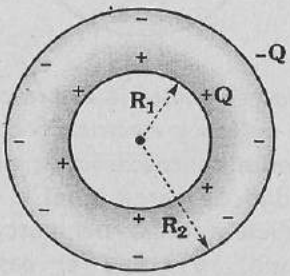
$$V_C = \frac{Kq}{r} + \frac{K(-q)}{2r} + \frac{Kq}{3r}$$

Reduciendo :

$$\boxed{V_C = \frac{5}{6}\left(\frac{Kq}{r}\right)}$$ Rpta.

PROBLEMA Nº 117

En la figura se muestra a un capacitor esférico :



Respecto de las siguientes proposiciones, indique verdadero (V) o falso (F).

I) El potencial eléctrico en la armadura externa es cero.

II) La intensidad del campo eléctrico para $r < R_1$ y $r > R_2$ es cero.

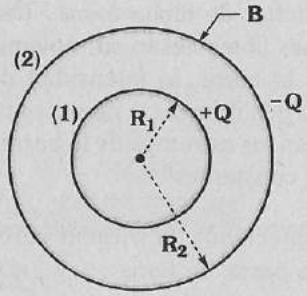
III) La intensidad del campo eléctrico para $R_1 \leq r < R_2$ es variable, siendo máxima para $r = R_2$.

IV) Si la cantidad de carga de las armaduras se incrementa, entonces la ruptura del aire se iniciará en las zonas más próximas a la armadura interna.

A) VVFV B) FVVV C) FVVF
D) FVFV E) FFVV

Resolución

I)



Del gráfico; el potencial eléctrico en la armadura externa (B), esta dado por :

$$V_B = V_{(1)}^B + V_{(2)}^B$$

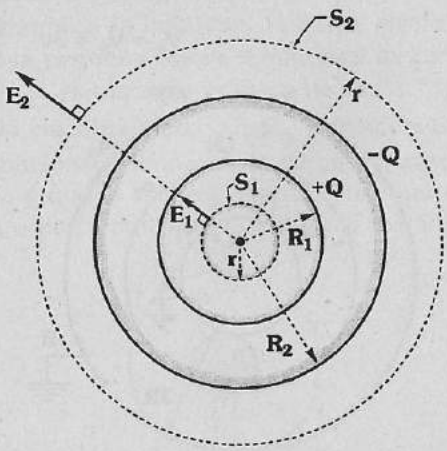
$$\Rightarrow V_B = \frac{K(Q)}{R_2} + \frac{K(-Q)}{R_2}$$

$$\therefore V_B = 0v$$

Se observa que el potencial eléctrico en la armadura externa es cero.

Proposición : Verdadera

II) Aplicando la Ley de Gauss :



S_1 y S_2 : son superficies Gaussianas.

* Para $r < R_1$:

$$\Phi_{\substack{\text{eléc.}\\\text{neto}}} = \frac{q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}}}{\varepsilon_o} \quad \text{... (Ley de Gauss)}$$

$$E_1 A_1 = \frac{0}{\varepsilon_o}$$

$$\therefore \quad \underline{\underline{E_1 = 0}}$$

* Para $r > R_2$:

$$\Phi_{\substack{\text{eléc.}\\\text{neto}}} = \frac{q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}}}{\varepsilon_o}$$

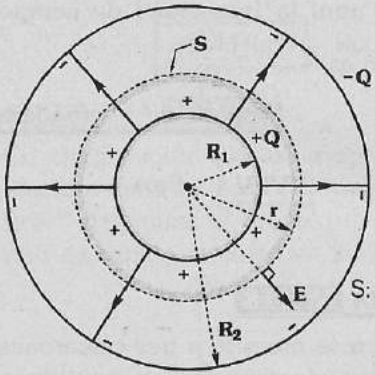
$$\Rightarrow \quad E_2 A_2 = \frac{+Q - Q}{\varepsilon_o}$$

$$\therefore \quad \underline{\underline{E_2 = 0}}$$

Se observa que la intensidad de campo eléctrico es cero para $r < R_1$ y $r > R_2$.

Proposición : Verdadera

III)



S: superficie Gaussiana

* Para : $R_1 \leq r < R_2$

Aplicando la Ley de Gauss :

$$\Phi_{\substack{\text{eléc.}\\\text{neto}}} = \frac{q_{\substack{\text{neta}\\\text{encerrada}}}}{\varepsilon_o}$$

$$EA = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

$$\Rightarrow \quad E\left(4\pi r^2\right) = \frac{Q}{\varepsilon_o} \quad \rightarrow \quad E = \underbrace{\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right)}_{K} \frac{Q}{r^2}$$

$$\therefore \quad \underline{\underline{E = \frac{KQ}{r^2}}}$$

Se puede observar que la intensidad de campo eléctrico varía en forma proporcional a $\left(\frac{1}{r^2}\right)$; entonces "E" será máximo cuando "r" es mínimo, es decir cuando $r = R_1$.

Proposición : Falsa

IV) La ruptura del aire o descarga eléctrica es el flujo de los electrones libres por medio del aire, esto se iniciará en la armadura donde la intensidad del campo eléctrico es máximo,

es decir en la armadura interna puesto que aquí la intensidad de campo eléctrico es $E_{máx.} = \frac{KQ}{R_1^2}$

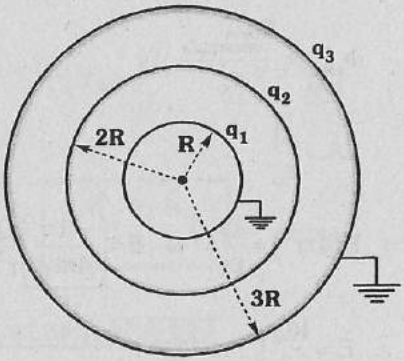
Proposición : Verdadera

$\therefore$ **VVFV** Rpta.

PROBLEMA Nº 118

En la gráfica se muestra a tres cascarones concéntricos electrizados en equilibrio electrostático.

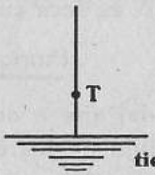
Determinar q_2 y q_3 ; si $q_1 = 2\mu C$.



RESOLUCIÓN

Recuerde

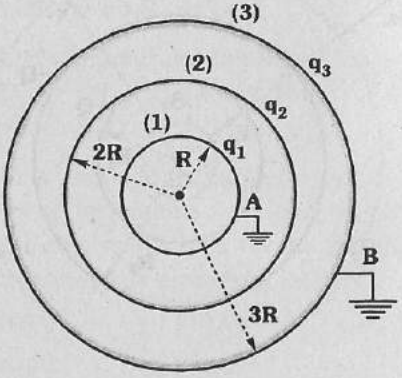
Si :



$\Rightarrow \boxed{V_T = 0v}$

$q_1 = 2\mu C$

$V_A = V_B = 0v$



Del gráfico :

* $\underbrace{V_A} = V_{(1)}^A + V_{(2)}^A + V_{(3)}^A$

$$0 = \frac{Kq_1}{R} + \frac{Kq_2}{2R} + \frac{Kq_3}{3R}$$

$$0 = 2\mu C + \frac{q_2}{2} + \frac{q_3}{3}$$

$$\therefore \quad \frac{q_2}{2} + \frac{q_3}{3} = -2\mu C \qquad \text{... (I)}$$

* $\underbrace{V_B} = V_{(1)}^B + V_{(2)}^B + V_{(3)}^B$

$$0 = \frac{Kq_1}{3R} + \frac{Kq_2}{3R} + \frac{Kq_3}{3R}$$

$$0 = 2\mu C + q_2 + q_3$$

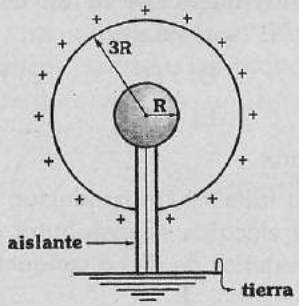
$$\therefore \quad q_2 + q_3 = -2\mu C \qquad \text{... (II)}$$

De (I) y (II) :

$$\boxed{\begin{array}{l} q_2 = -8\mu C \\ q_3 = 6\mu C \end{array}}$$ Rpta.

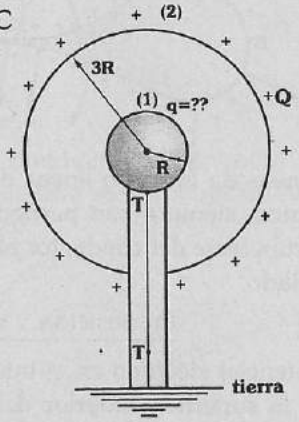
PROBLEMA Nº 119

Determine la cantidad de carga eléctrica de la pequeña esfera conductora de radio "R" si el cascarón esférico de radio "3R" está electrizado con 30μC. Considere distribución uniforme en la carga del cascarón y que la esfera pequeña está conectada a tierra por medio de un hilo metálico.



RESOLUCIÓN

$Q = 30\mu C$



Se sabe por definición : $V_{tierra} = V_T = 0v$

* Del gráfico :

$$\underbrace{V_T} = V^T_{(1)} + V^T_{(2)}$$

$$0 = \frac{Kq}{R} + \frac{KQ}{3R}$$

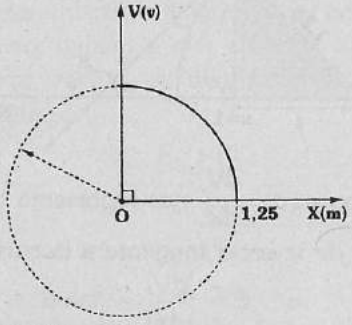
$$\Rightarrow \quad q = -\frac{Q}{3}$$

$$q = -\frac{(30\mu C)}{3}$$

$$\therefore \quad \boxed{q = -10\mu C} \quad \text{Rpta.}$$

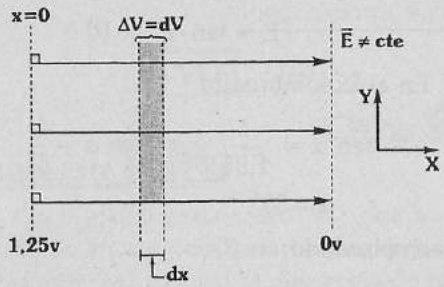
PROBLEMA Nº 120

En cierta región del espacio el potencial eléctrico varía con la posición según la gráfica. Determine el módulo de la intensidad de campo eléctrico en x=1m.



RESOLUCIÓN

Para un pequeño tramo :



* Para el pequeño tramo, la intensidad del campo eléctrico es prácticamente constante :

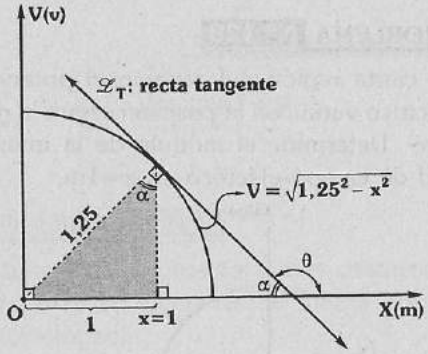
$$\Rightarrow \quad \underbrace{dV} = Edx$$

pequeña variación del potencial

$$\therefore \quad E = \left|\frac{dV}{dx}\right|$$

Donde :

$\frac{dV}{dx}$: derivada del potencial eléctrico "V" respecto a "x".



La expresión : $\frac{dV}{dx}$ nos representa la pendiente de la recta tangente a la curva.

$$\Rightarrow \quad E = \left|\frac{dV}{dx}\right| = |\tan\theta|$$

$$E = |\tan\theta|$$

$$E = |-\tan\alpha|$$

$$\therefore \quad E = \tan\alpha \quad \ldots (I)$$

* En el ◺sombreado :

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{1}{1,25} \quad \Rightarrow \quad \text{sen}\,\alpha = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \quad \alpha = 53°$$

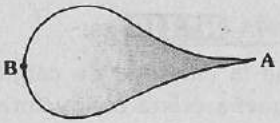
Reemplazando en (I) :

$$E = \tan 53°$$

$$\therefore \quad \boxed{E = \frac{4}{5}\ \frac{N}{C}} \quad \text{Rpta.}$$

PROBLEMA Nº 121

El conductor mostrado se encuentra electrizado con cantidad de carga "Q". Respecto a las siguientes proposiciones, indicar verdadero (V) o falso (F).



I) Las líneas de fuerza son perpendiculares a la superficie.

II) Los potenciales en los puntos "A" y "B" son iguales.

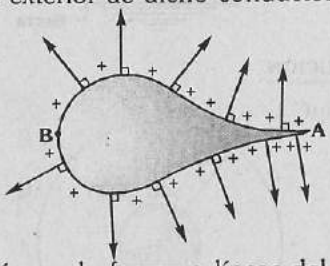
III) Las intensidades de campo eléctrico en "A" y "B" son iguales.

A) VVV B) FFF C) FFV

D) VVF E) FVF

Resolución

Cómo se trata de un conductor, entonces su carga eléctrica se distribuirá en la superficie exterior de dicho conductor.



I) La líneas de fuerza o líneas del campo eléctrico, siempre son perpendiculares a la superficie del conductor al cual esta asociado.

Proposición : Verdadera

II) El potencial eléctrico en el interior y en toda la superficie exterior del conductor es lo mismo.

$$\Rightarrow \quad V_A = V_B$$

Proposición : Verdadera

III) La carga eléctrica del conductor se concentra en mayor cantidad en las zonas agudas o puntas, lo mismo sucede para la intensidad de campo eléctrico.

$\therefore \quad E_A > E_B$

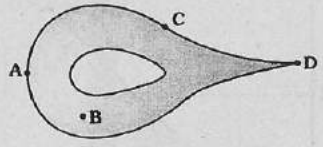
Proposición : Falsa

$\therefore$ **VVF** Rpta.

Clave D

PROBLEMA Nº 122

Se muestra un conductor hueco electrizado que ha alcanzado el equilibrio electrostático. Indique las proposiciones falsas y verdaderas.



I) $V_A = V_B = V_D$ II) $E_B = 0$

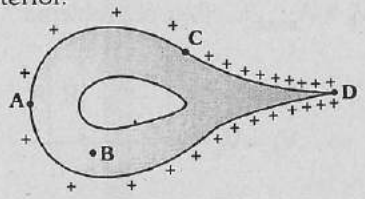
III) $E_A > E_D$ IV) $V_B = 0$

A) VVVV B) VFFF C) VVFF

D) VFFV E) FFFF

Resolución

En todo conductor electrizado, la carga eléctrica de éste se distribuye en su superficie exterior.



I) El potencial eléctrico del conductor hueco, se mantiene constante en la región interior y en la superficie externa.

$\therefore \quad V_A = V_B = V_C = V_D$

Proposición : Verdadera

II) Como toda la carga eléctrica del conductor hueco se distribuye en su superficie exterior; entonces la intensidad de campo eléctrico en toda la región interior será cero, puesto que no existe carga eléctrica neta en esta región.

$\therefore \quad E_B = 0$

Proposición : Verdadera

III. El campo eléctrico presenta mayor intensidad en las zonas agudas o puntas de la superficie exterior del conductor hueco, debido a que en estas zonas la carga eléctrica se distribuye en mayor cantidad.

$\therefore \quad E_D > E_A$

Proposición : Falsa

IV) Se sabe sabe : $V_A = V_B = V_C = V_D$

Pero el potencial eléctrico en estos puntos no es cero, debido a que el conductor tiene carga eléctrica neta.

$\therefore \quad V_B \neq 0$

Proposición : Falsa

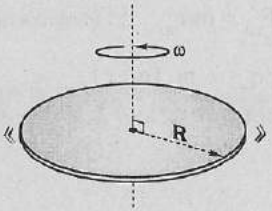
$\therefore$ **VVFF** Rpta.

Clave C

PROBLEMA Nº 123

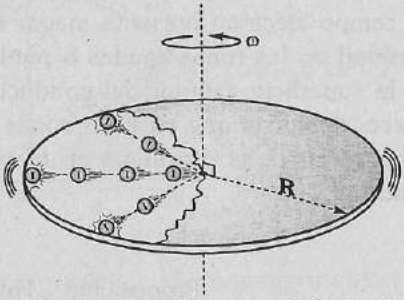
Un disco metálico de radio "**R**" gira alrededor de su eje con una rapidez angular constante "ω". Hallar la diferencia de potencial eléctrico entre el centro y la periferie del disco.

(m_e : masa del electrón
q_e : cantidad de carga eléctrica del electrón)

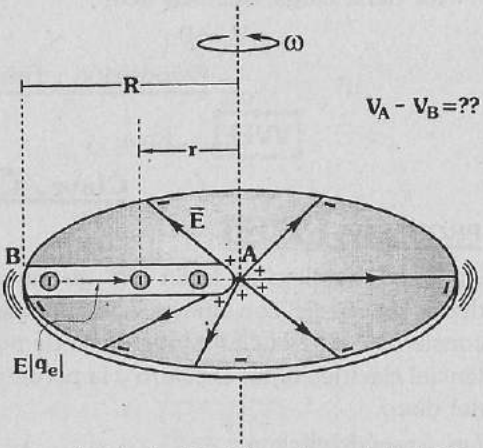


Resolución

Como el disco metálico es un conductor eléctrico, entonces cuando éste empieza a girar sus electrones libres se moverán hacia la periferia (*esto es por inercia*), y debido a esto se origina un campo eléctrico en el interior del disco.



Finalmente cuando cesa el flujo de electrones libres, es decir cuando estos se encuentran en reposo respecto al disco; se tendrá lo siguiente :



Despreciando la fricción sobre el electrón :

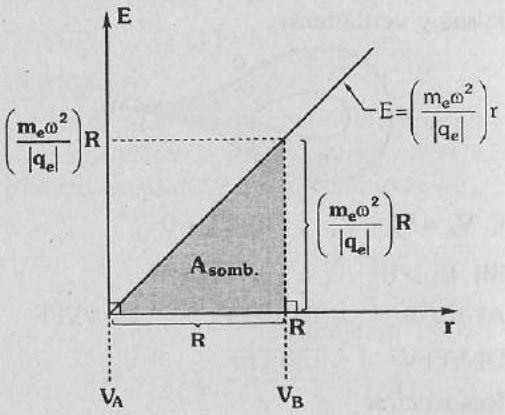
$$\underbrace{F_{cp}}_{} = ma_{cp} \quad \text{... (dinámica circunferencial)}$$

$$E|q_e| = m_e(\omega^2 r)$$

$$\therefore \quad E = \underbrace{\left[\frac{m_e\omega^2}{|q_e|}\right]}_{\text{constante}} r \quad \text{... (I)}$$

De la ecuación (I) podemos decir que la intensidad de campo eléctrico no es constante, porque depende directamente proporcional de la posición "r".

* Graficando E – r :

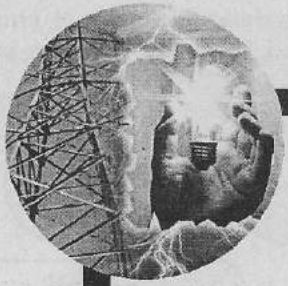


Se sabe :

$V_A - V_B = A_{somb.}$ ... (Ver el problema "111")

$$\Rightarrow \quad V_A - V_B = \frac{\left(\left[\frac{m_e\omega^2}{|q_e|}\right]R\right)R}{2}$$

$$\therefore \quad \boxed{V_A - V_B = \frac{m_e\omega^2R^2}{2|q_e|}} \quad \text{Rpta.}$$



FÍSICA

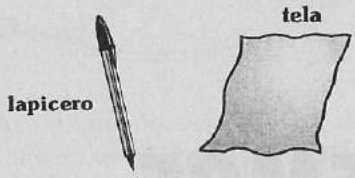
PROBLEMAS PROPUESTOS

ELECTROSTÁTICA

Carga eléctrica

PROBLEMA N°1

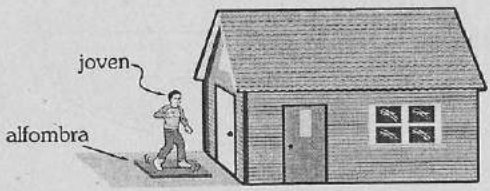
Un lapicero de plástico es frotado con un pedazo de tela, si la tela queda electrizada con $+8\mu C$, ¿Qué cantidad de carga adquiere el lapicero y cuántos electrones se transfieren? (Considere que inicialmente los cuerpos están neutros).



Rpta. $-8\mu C$ y 5×10^{13} electrones

PROBLEMA N°2

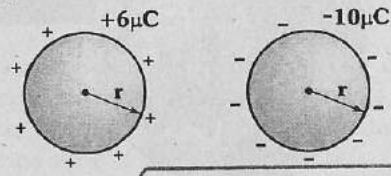
Un joven frota impetuosamente sus pies sobre cierta alfombra, quedando electrizado con $16\,\mu C$. Determine el número de electrones transferidos.



Rpta. 10^{14} electrones

PROBLEMA N°3

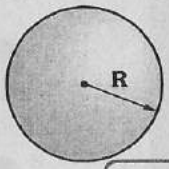
Se tiene dos esferas metálicas idénticas, una de ellas está electrizada con $6\,\mu C$ y la otra con $-10\mu C$. Determine el número de electrones que se transfiere entre las esferas, cuando éstas alcancen el equilibrio electrostático, luego de ponerlas en contacto.



Rpta : 25×10^{12} electrones

PROBLEMA N°4

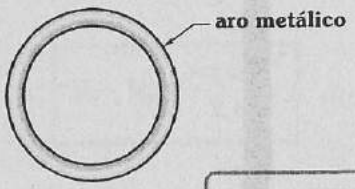
Una esferita conductora, de 10cm de radio, se encuentra electricamente neutra. Si cuando se le frota gana 2×10^{17} electrones, determine la densidad superficial de carga de la esferita al final.



Rpta. $-\frac{0,8}{\pi}\ C/m^2$

PROBLEMA N°5

Una aro metálico se encuentra electrizado con una cantidad de carga de $+20\mu C$, si con mucho cuidado se hace ingresar una partícula electrizada con $q=-30\mu C$ en el centro de dicho aro. ¿Qué cantidad de electrones se habrán puesto en movimiento en el aro?

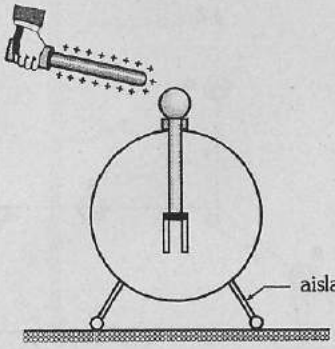


Rpta. $1\,875\times10^{11}$

PROBLEMA N°6

Si a un electroscopio descargado se le acerca una varilla cargada positivamente sin

tocarlo, ¿cómo se disponen las hojuelas o laminillas del electroscopio?



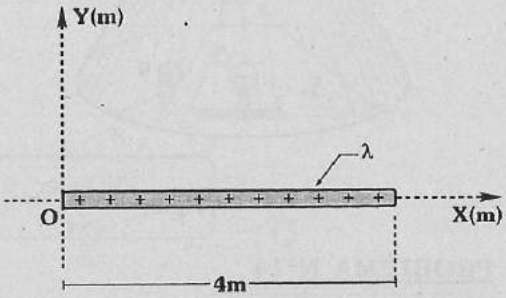
A) B) C)

D) E) N.A.

Rpta. Clave B

PROBLEMA N°7

Se tiene un alambre recto paralelo al eje "X", tal como se muestra, donde su cantidad de carga eléctrica está distribuida de acuerdo a $\lambda = \left(6x^2\right)\frac{\mu C}{m}$. Determine la cantidad de carga de dicho alambre.

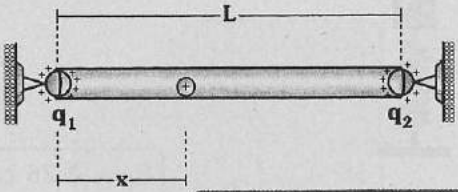


Rpta. 128 μC

Ley de Coulomb
(Fuerza Eléctrica)

PROBLEMA N°8

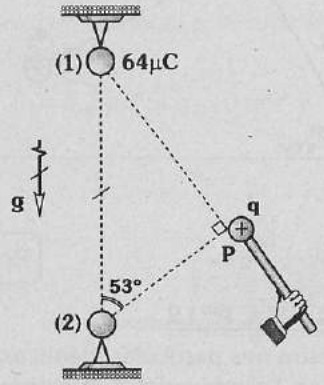
Dentro de un tubo horizontal liso y aislante de longitud "L", se encuentra una esferita con carga positiva. Si en los extremos de dicho tubo se encuentra dos cargas fijas "q_1" y "q_2", determine la posición de equilibrio de la esferita, respecto a "q_1".



Rpta. $x = L\left[1+\sqrt{\frac{q_2}{q_1}}\right]^{-1}$

PROBLEMA N°9

Cuando la partícula electrizada con "q" se coloca en el punto "P", ésta experimenta una fuerza eléctrica vertical. Determine la cantidad de carga de la esferita (2).

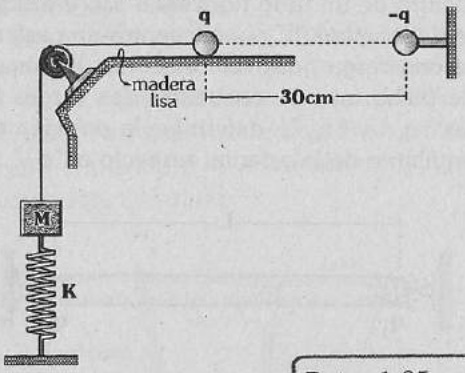


Rpta. −27 μC

PROBLEMA N°10

El sistema que se muestra está en reposo. Determine la deformación del resorte de rigidez K=1 000 N/m.

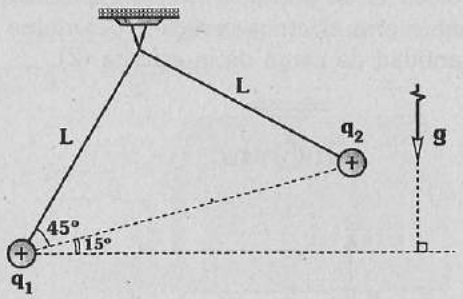
(M=5 kg ; g=10 m/s² y q=25 μC)



Rpta. 1,25 cm

PROBLEMA N°11

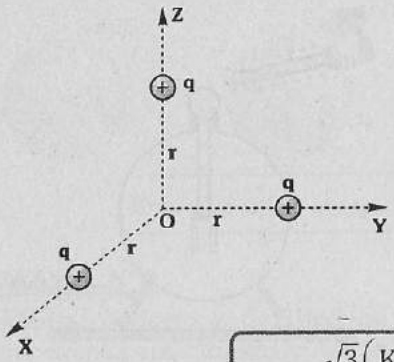
Si las partículas electrizadas se mantienen suspendidas de un hilo aislante, tal como se muestra. Determine la relación de sus masas para el equilibrio mecánico.



Rpta. $\sqrt{3}$

PROBLEMA N°12

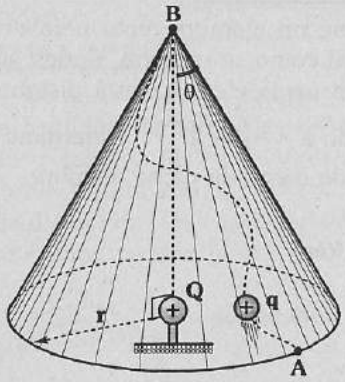
Se muestra tres partículas idénticas, electrizadas con "q" ubicadas a una distancia "r" del origen de coordenadas. Determine el módulo de la fuerza eléctrica resultante sobre la partícula ubicada en el eje Z. (*Considere cargas puntuales*).



Rpta. $\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{Kq^2}{r^2}\right)$

PROBLEMA N°13

Sobre la superficie lateral de una malla cónica de plástico, una partícula electrizada con "q" asciende lentamente desde "A" hacia "B". Determinar el valor máximo de la fuerza eléctrica entre "q" y "Q".

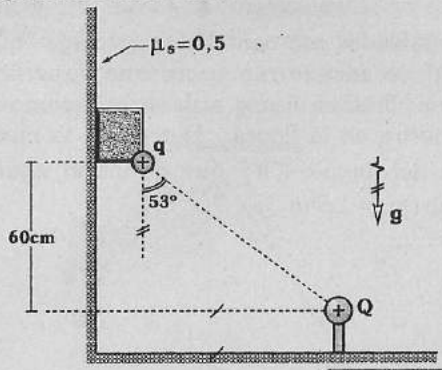


Rpta. $\frac{KQq\sec^2\theta}{r^2}$

PROBLEMA N°14

El bloque aislante de 0,9 kg tiene incrustado a una partícula ingravida electrizada con q=1mC. Determine el máximo valor de

"Q", para que el bloque se mantenga en la posición mostrada.



Rpta. 5 μC

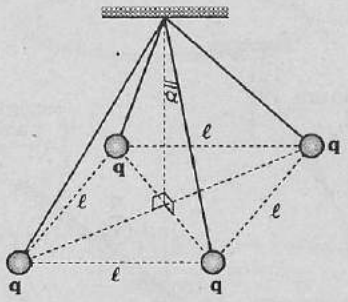
PROBLEMA N°15 *(Examen - Uni)*

Cuatro cargas puntuales iguales, de masa "m" y carga "q", están sostenidas en los extremos de cuatro cuerdas de masas despreciables e igual longitud, fijas en un mismo punto. En equilibrio, las cargas se ubican en los vértices de un cuadrado horizontal de lado "ℓ", como se ve en la figura. Determine el ángulo que cada cuerda hace con la vertical.

K=constante de Coulomb.

g=aceleración de la gravedad.

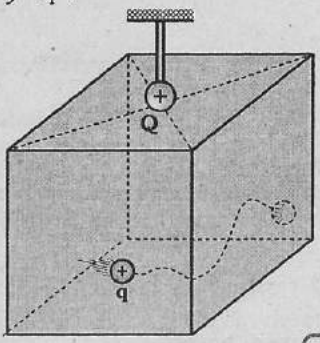
Considere : $\sqrt{2} = 1{,}41$



Rpta. $\arctan\left(1{,}91\dfrac{Kq^2}{mg\ell^2}\right)$

PROBLEMA N°16

Una carga puntual "Q" se coloca fijamente en el centro de la tapa superior de un cubo de arista "a". Existe una segunda carga puntual "q" que puede moverse sobre las caras del cubo excepto sobre la superior. Considerando todas las posibles posiciones para la carga "q", encontrar el cociente entre la fuerza electrostática máxima y la mínima de interacción mutua entre "Q" y "q".

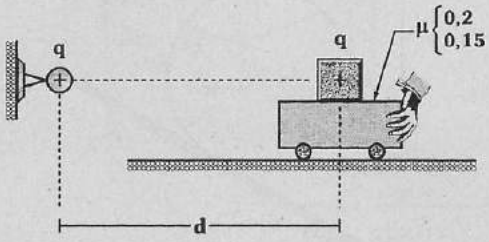


Rpta. 6

PROBLEMA N°17

Determine la menor distancia "d" que se debe acercar lentamente al coche, para que el pequeño bloque electrizado de 2×10^{-3} kg no deslice con respecto a la superficie aislante del coche.

$(q = 0{,}2\ \mu C\ ;\ g=10\ m/s^2)$

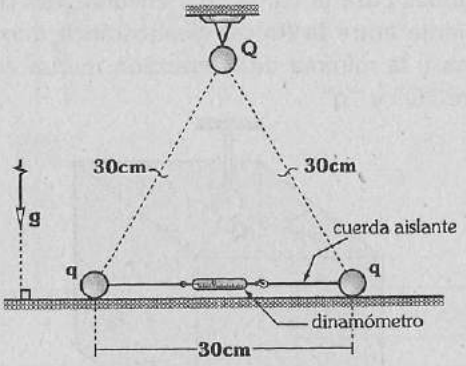


Rpta. 30 cm

PROBLEMA N°18

En la figura se muestra un sistema formado por tres partículas electrizadas en reposo. Determine la lectura del dinamómetro ideal. Considere piso liso y aislante.

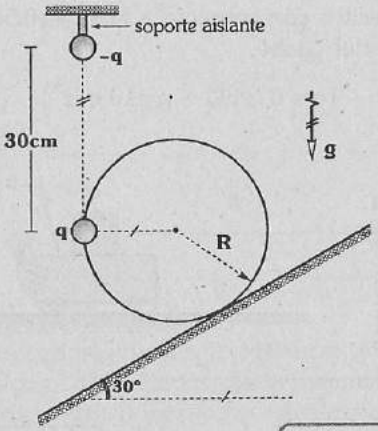
$(Q = 100\ \mu C\ ;\ q = 2\ \mu C)$



Rpta. 10,4 N

PROBLEMA N°19

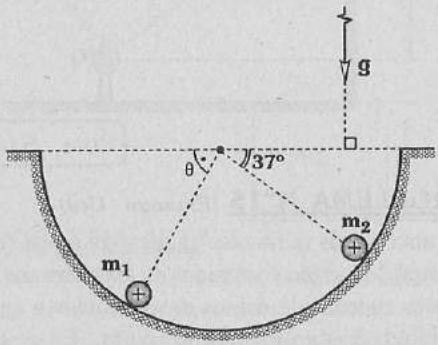
Determine el módulo de la fuerza que ejerce la superficie inclinada rugosa al anillo homogéneo (aislante), si éste se encuentra en equilibrio mecánico ($q = 1\mu C$, *desprecie la masa de las partículas electrizadas*).



Rpta. 0,2 N

PROBLEMA N°20

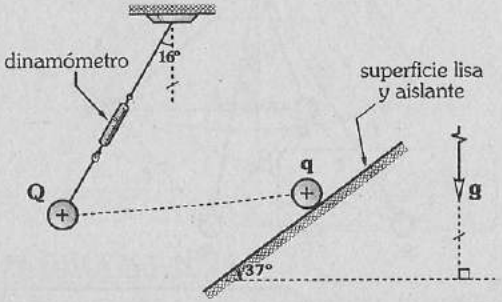
Dos pequeñas esferas de masas m_1 y m_2, electrizadas con cantidades de carga "q" y "Q" se encuentran sobre una superficie semicilíndrica lisa y aislante, tal como se muestra en la figura. Determine la medida del ángulo "θ" que define el equilibrio $(m_1 = 1{,}6\ m_2)$.



Rpta. 60°

PROBLEMA N°21

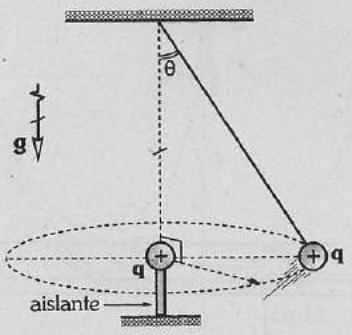
Se muestra dos esferas idénticas de 2 kg cada una, si las esferas electrizadas se mantienen en equilibrio mecánico. Determine la lectura del dinamómetro ideal $(g = 10\ m/s^2)$.



Rpta. 30 N

PROBLEMA N°22

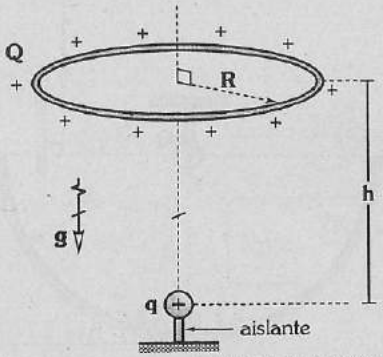
Una pequeña esfera de masa "m" y electrizada con "q", está suspendida de un hilo aislante de longitud "L" y gira tal como se muestra. Determine la rapidez angular constante con la que gira la esfera.



Rpta. $\left(\frac{g}{L\cos\theta}-\frac{Kq^2}{mL^3\text{sen}^3\theta}\right)^{\frac{1}{2}}$

PROBLEMA N°23

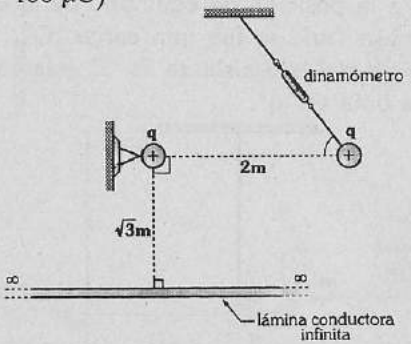
¿Qué masa debe tener el anillo homogéneo, cuya carga eléctrica "Q" está uniformemente distribuida a lo largo de su longitud, para mantenerse en la posición que se muestra?



Rpta. $\frac{KQqh}{\left(h^2+R^2\right)^{3/2}g}$

PROBLEMA N°24

Determine la lectura del dinamómetro ideal, si la esfera suspendida del hilo aislante es ingravida y se mantiene en reposo. ($q = 400\ \mu C$)

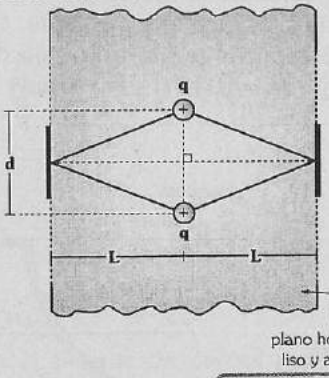


Rpta. $90\sqrt{13}$ N

PROBLEMA N°25

Se muestra dos cargas "q" cuando han alcanzado el equilibrio mecánico. Determine la distancia de separación de estas cargas, si los cordones de goma al cual están atadas tienen una longitud natural "L". La constante de rigidez de los cordones es "K_o". ($d<<<L$)

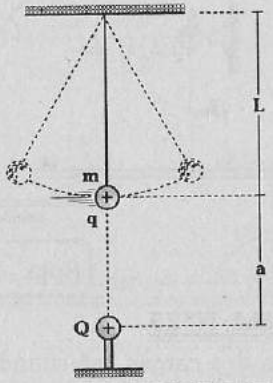
K : constante de Coulomb



Rpta. $\left(\frac{8Kq^2L^2}{K_o}\right)^{1/5}$

PROBLEMA N°26

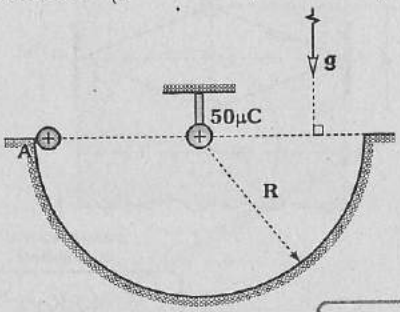
Determine la frecuencia de las oscilaciones pequeñas de un péndulo matemático, si a la distancia "a" por la vertical con relación a la posición de equilibrio de la bola de masa "m", se fija una carga "Q". La longitud del hilo aislante es "L" y la carga de la bola es "q".



Rpta. $\frac{1}{2\pi}\left(\frac{g}{L}-\frac{KQq(a+L)}{ma^3L}\right)^{\frac{1}{2}}$

PROBLEMA N°27

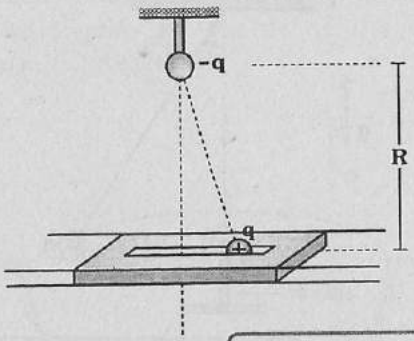
Si una pequeña esfera de 0,2 kg y electrizado con 1μC es abandonada en "A". Determine el valor de la fuerza que le ejerce la superficie cilíndrica lisa y aislante, cuando ésta pase por el punto más bajo de su trayectoria. $(g = 10\ m/s^2\ ;\ R = 10\ cm)$



Rpta. 49N

PROBLEMA N°28

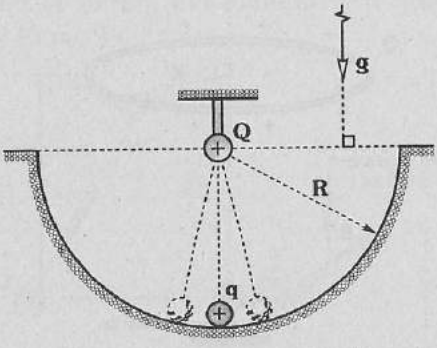
Sobre un carril perfectamente liso se encuentra una partícula de masa "m" y electrizado con "q". Determinar el período de las pequeñas oscilaciones de la partícula de masa "m".



Rpta. $2\pi\left(\frac{h^3m}{Kq^2}\right)^{1/2}$

PROBLEMA N°29

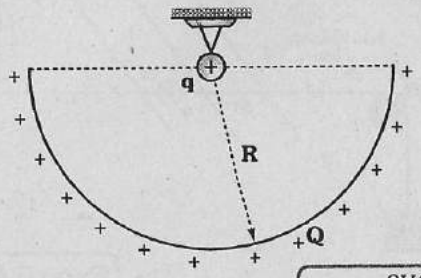
Se muestra un sistema en equilibrio. Determine el período de oscilación de la esferita apoyada sobre la superficie cilíndrica lisa y aislante; cuando se le hace un pequeño desplazamiento desde su posición de equilibrio.



Rpta. $2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

PROBLEMA N°30

Se muestra un semi-anillo uniformemente electrizado en toda su longitud. Determine la fuerza eléctrica sobre la carga fija "q", si el semi-anillo esta electrizado con "Q".

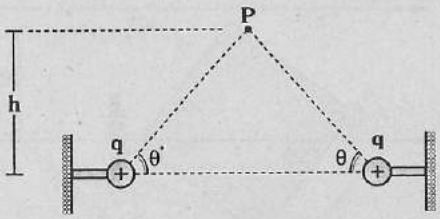


Rpta. $\frac{2KQq}{\pi R^2}$

Campo eléctrico

PROBLEMA N°31

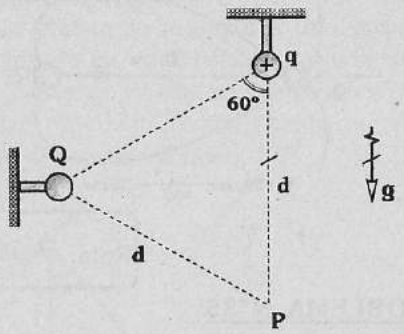
En la figura, determine el módulo de la intensidad de campo eléctrico en el punto "P".



Rpta. $\frac{2Kq^2sen^3\theta}{h^2}$

PROBLEMA N°32

En la figura mostrada, determinar la cantidad de carga "Q", si la intensidad de campo eléctrico en el punto "P" es horizontal $(q = 40\mu C)$.

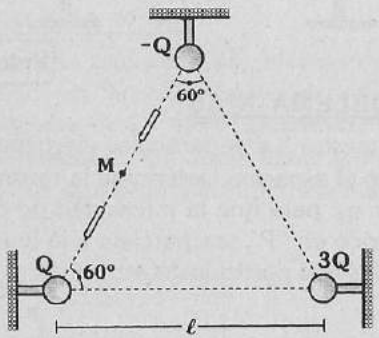


Rpta. $-20\mu C$

PROBLEMA N°33

A partir del sistema mostrado, determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico en el punto "M".

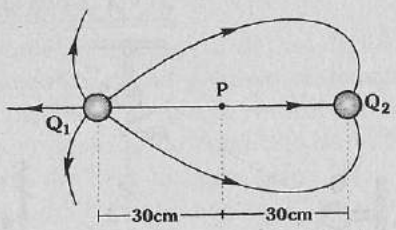
$(\ell = 2m\ ;\ Q = 1\mu C)$



Rpta. $9\sqrt{5}\frac{KN}{C}$

PROBLEMA N°34

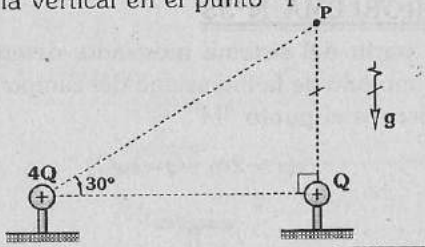
Para el sistema de cargas puntuales y fijas, se sabe que $Q_1 = 60\mu C$. Determine el módulo de la intensidad de campo eléctrico en el punto "P".



Rpta. $9\times10^6\,\frac{N}{C}$

PROBLEMA N°35

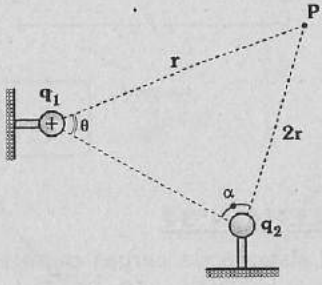
En la gráfica se representa a dos partículas electrizadas fijas. Determine el ángulo que forma la tangente a la línea de fuerza con la vertical en el punto "P".



Rpta. 30°

PROBLEMA N°36

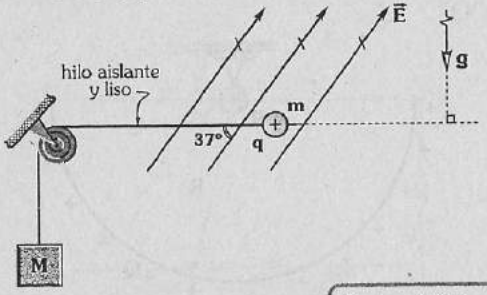
Se muestra a dos partículas electrizadas fijas en el espacio. Determine la razón entre q_1 y q_2 para que la intensidad de campo eléctrico en "P" sea paralela a la línea que une las dos partículas electrizadas.



Rpta. $-\frac{\text{sen}\alpha}{4\text{sen}\theta}$

PROBLEMA N°37

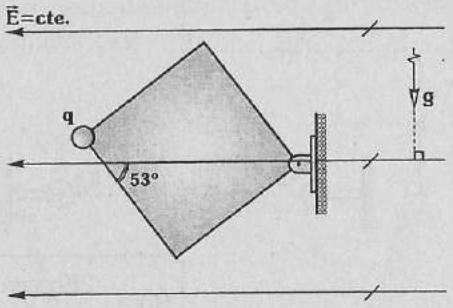
Determine la masa de madera (M) si sobre el sistema en equilibrio mecánico actúa un campo eléctrico uniforme. Considere $m=0{,}3$ kg y $g=10$ m/s^2.



Rpta. 0,4 kg

PROBLEMA N°38

La placa cuadrada homogénea y aislante tiene incrustada una partícula electrizada con $q=-30\mu C$ y de masa despreciable. Determine el módulo de la intensidad de campo eléctrico, si la placa de 0,6 kg se mantiene en reposo. $(g=10\ m/s^2)$

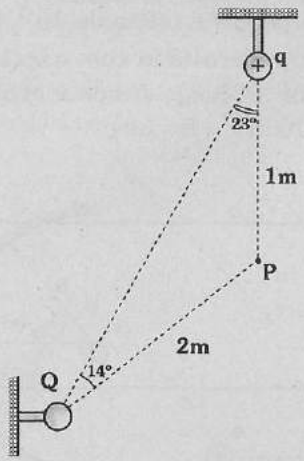


Rpta. $7\times10^5\,\frac{N}{C}$

PROBLEMA N°39

Para el sistema mostrado, determine "Q", de tal manera que el módulo de la intensi-

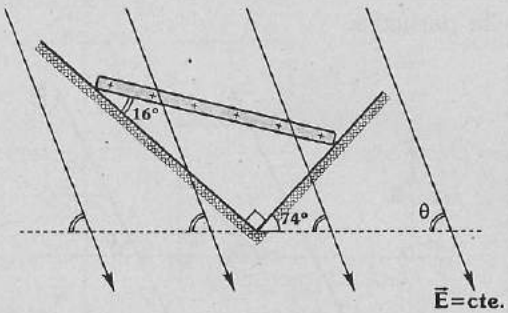
dad de campo eléctrico en el punto "P" sea mínimo $(q = 5\mu C)$.



Rpta. $+16\mu C$

PROBLEMA N°40

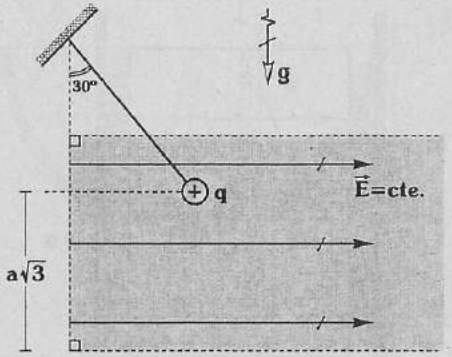
La varilla de masa despreciable está uniformemente electrizada y apoyada en dos superficies lisas y aislantes. Determine el ángulo " θ " para que la varilla permanezca en reposo: Considere campo eléctrico homogéneo.



Rpta. 32°

PROBLEMA N°41

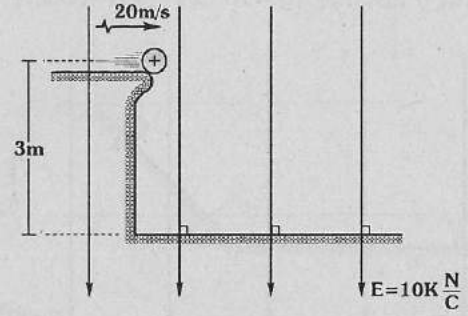
En la gráfica se muestra a una partícula electrizada en equilibrio con ayuda de un hilo aislante. Si éste se rompe, determine el recorrido de la partícula hasta que abandone el campo eléctrico.



Rpta. 2a

PROBLEMA N°42

La pequeña esfera de 30g, electrizada con $q = 20\mu C$ es lanzada horizontalmente con una rapidez de 20 m/s . Determine el alcance horizontal que logra hacer la esfera, hasta que este llega a la superficie horizontal $(g = 10\ m/s^2)$.

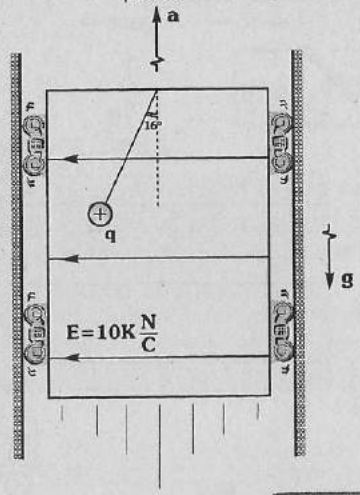


Rpta. 12 m

PROBLEMA N°43

Determine la aceleración del ascensor con la que asciende, si la cuerda aislante forma 16° con la vertical en todo momento.

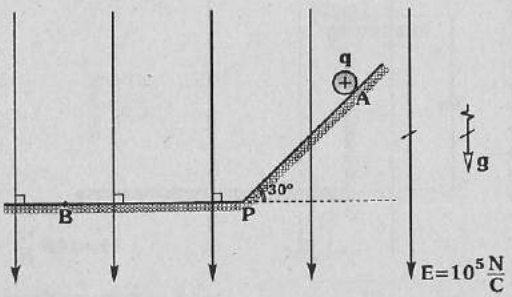
$(g = 10\ m/s^2\ ;\ m_{partícula} = 0{,}2\ kg\ y\ q = 70\mu C)$



Rpta. $2\ m/s^2$

PROBLEMA N°44

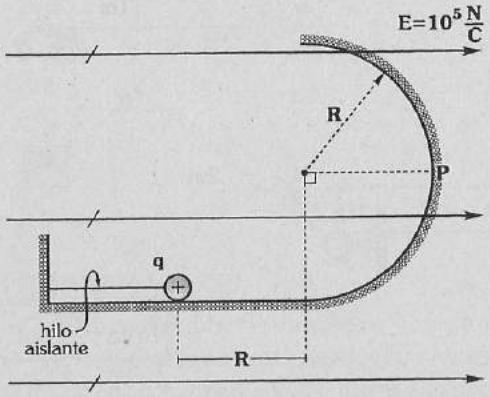
Una partícula electrizada con $q = 10\mu C$ y de 0,2 kg es abandonado en la posición "A". Determine su rapidez de la partícula en la posición "B". Considere superficie lisa y aislante $(g = 10\ m/s^2\ ;\ PA = 60cm)$.



Rpta. 3 m/s

PROBLEMA N°45

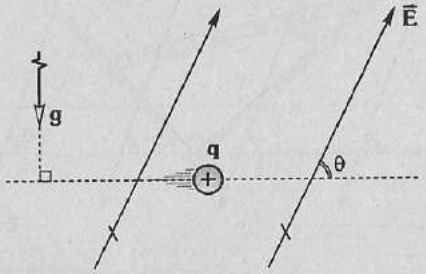
Determine el módulo de la fuerza que ejerce la superficie semicilíndrica lisa y aislante sobre la pequeña esfera de 10^{-1} kg que se encuentra electrizada con $q = +100\ \mu C$ al pasar por "P" luego de cortar el hilo aislante $(g = 10\ m/s^2\ ;\ R = 1m)$.



Rpta. 38N

PROBLEMA N°46

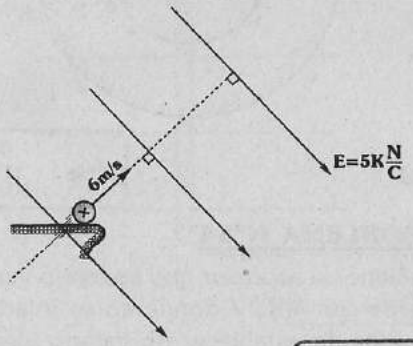
Se muestra una partícula electrizada con "q", moviéndose rectilineamente en el interior de un campo eléctrico homogéneo. Determine el módulo de la aceleración de la partícula.



Rpta. $g \cot \theta$

PROBLEMA N°47

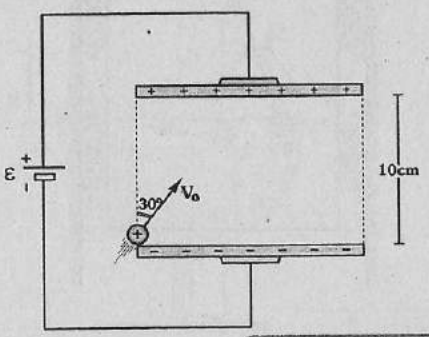
Una pequeña esfera de 25×10^{-2} kg electrizada con $q = 200\mu C$ es lanzada en una región donde se ha establecido un campo eléctrico homogéneo. Determine su rapidez luego de 2s de haberse lanzado. (*Desprecie efectos gravitatorios*).



Rpta. 10 m/s

PROBLEMA N°48

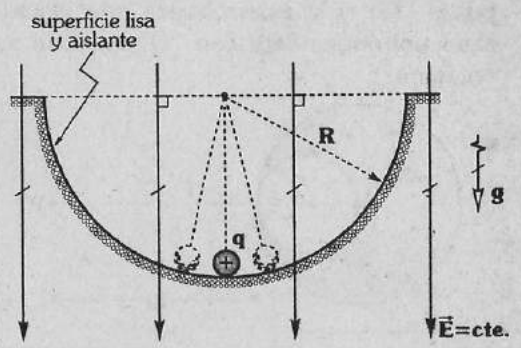
Entre dos placas electrizadas se lanza una partícula de 10^{-2}kg y electrizada con $q = 3\mu C$, tal como se muestra. Determine la intensidad de campo eléctrico mínimo que se debe establecer entre las placas de tal forma que la partícula logre escapar sin chocar con ellas (*desprecie efectos gravita-torios* ; $V_o = 100$ m/s).



Rpta. $125\times10^6 \frac{N}{C}$

PROBLEMA N°49

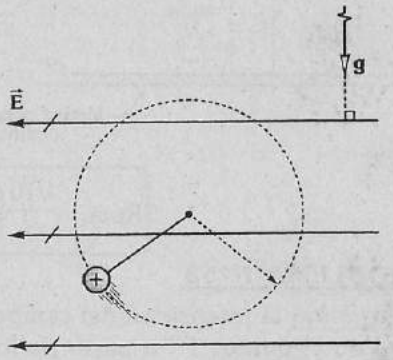
Determine el período de oscilación de la partícula electrizada, cuando esta se desvía ligeramente de su posición de equilibrio (m: *masa de la partícula electrizada*)



Rpta. $2\pi\sqrt{\frac{R}{g+\frac{Eq}{m}}}$

PROBLEMA N°50

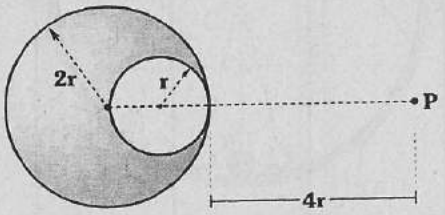
Una carga de 1mC y de 0,1 kg se encuentra girando en un plano vertical dentro de un campo eléctrico uniforme de intensidad $E = \sqrt{3}\ \frac{KN}{C}$. La rapidez en el punto donde la tensión de la cuerda de 2m es máxima, es de 6 m/s. Determine esta tensión.



Rpta. 3,8 N

PROBLEMA N°51

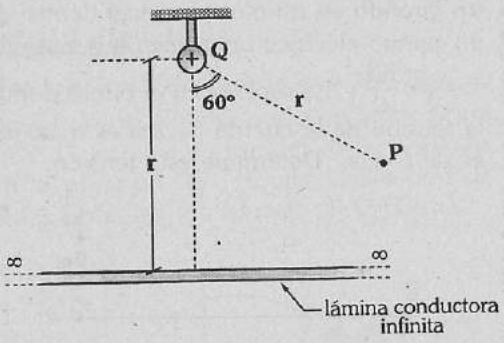
Se tiene una esfera dieléctrica de radio "2r", al cual se le ha extraído una porción esférica de radio "r". Determine el módulo de la intensidad de campo eléctrico en el punto "P", si la esfera hueca esta electrizado uniformemente con "Q" en todo su volumen.



Rpta. $\frac{17KQ}{525\,r^2}$

PROBLEMA N°52

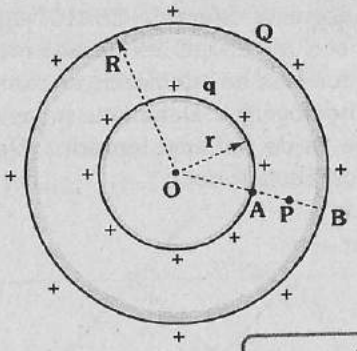
Determine el módulo de la intensidad de campo eléctrico en el punto "P".



Rpta.: $\frac{\sqrt{10}}{3}\left(\frac{KQ}{r^2}\right)$

PROBLEMA N°53

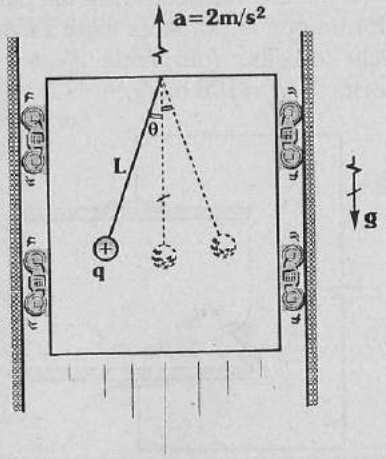
Determinar la intensidad del campo eléctrico en el punto "P" a partir de los cascarones esféricos mostrados. Considere que los cascarones están electrizados uniformemente. (AP=PB).



Rpta.: $\frac{4Kq}{(R+r)^2}$

PROBLEMA N°54

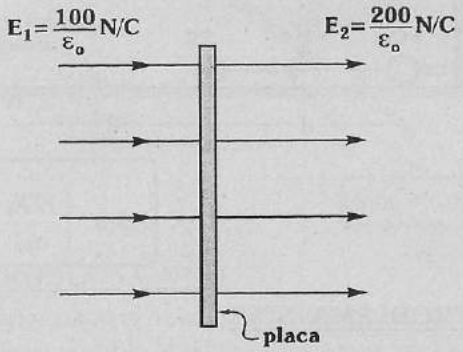
Se tiene un ascensor que asciende verticalmente con MRUV donde en su interior se ha logrado establecer un campo eléctrico homogéneo de intensidad $E=5K\frac{N}{C}(-\hat{j})$. Si el péndulo ubicado en su interior oscila tal como se muestra. Determine el periodo de dichas oscilaciones $(\theta<8°)$. (Considere: masa de la esfera: 10^{-2}kg ; $q=20\mu C$; $L=0{,}22$ m y $g=10\ m/s^2$).



Rpta.: $0{,}2\pi$s

PROBLEMA N°55

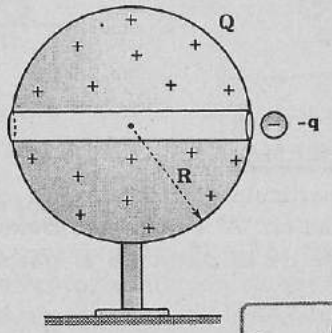
Se muestra una placa cuadrada en equilibrio electrostático. Determine la carga eléctrica de la placa, si su área es $2\times10^{-6}m^2$.



Rpta: $+200\mu C$

PROBLEMA N°56

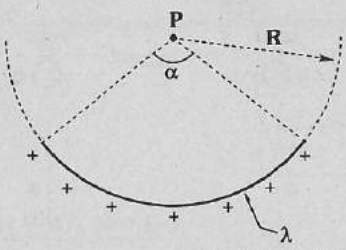
En una esfera dieléctrica, electrizada homogeneamente con cantidad de carga "Q" se ha practicado una pequeña perforación a lo largo de todo su diámetro. Una partícula electrizada con "–q" y de masa "m" se deja en libertad en uno de los extremos. Determine su rapidez cuando la partícula se encuentra a una distancia R/2 del centro de la esfera. (R: radio de la esfera ; desprecie los efectos gravitatorios).



Rpta $\sqrt{\frac{3KQq}{4mR}}$

PROBLEMA N°57

Si el arco esta electrizado uniformemente en todo su longitud con densidad de carga "λ". Determine el módulo de la intensidad de campo eléctrico en el punto "P".

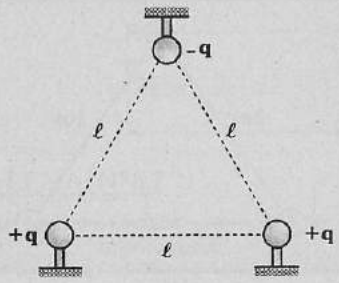


Rpta. $\frac{2\pi\lambda}{R}\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

Energía potencial eléctrica

PROBLEMA N°58

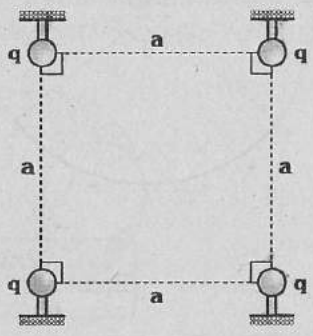
Tres partículas electrizadas están ubicadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado "ℓ", tal como se muestra. Determine la energía potencial eléctrica del sistema. (K: constante de Coulomb).



Rpta. $-\frac{Kq^2}{\ell}$

PROBLEMA N°59

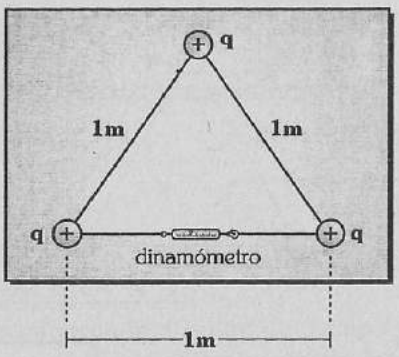
Se muestra a cuatro partículas electrizadas con "q" formando un cuadrado de lado "a". Determine la energía potencial eléctrica del sistema.



Rpta. $\left(4+\sqrt{2}\right)\frac{Kq^2}{a}$

PROBLEMA N°60

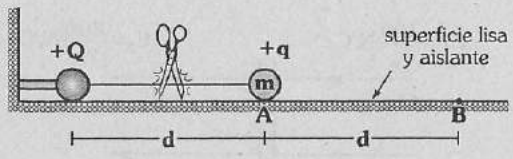
El sistema mostrado se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal lisa y aislante. Determine la energía potencial eléctrica que almacena dicho sistema; considerando que la lectura del dinamómetro ideales 20N.



Rpta. 60 J

PROBLEMA N°61

Si cortamos la cuerda aislante, determine la rapidez que adquiere la esfera electrizada con "q" cuando pasa por el punto "B".

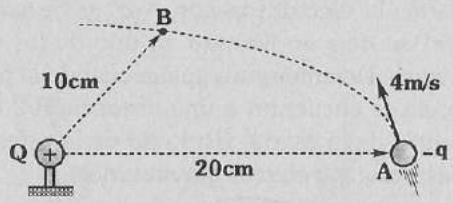


Rpta. $\left[\frac{KQq}{md}\right]^{\frac{1}{2}}$

PROBLEMA N°62

Una partícula electrizada con "-q" y masa "m" se lanza en "A" con 4 m/s, describiendo parte de una trayectoria elíptica. Determine la rapidez de la partícula en "B".

(*Desprecie efectos gravitatorios, considere* $\frac{q}{m}=5\times10^{-5}\frac{C}{Kg}$; $Q=1\mu C$).

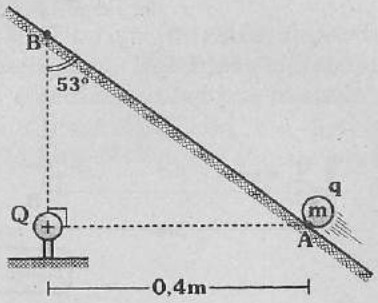


Rpta. $\sqrt{\frac{41}{2}}\frac{m}{s}$

PROBLEMA N°63

Una partícula electrizada con $q=+1\mu C$ se lanza en "A" con 5 m/s. Determine la rapidez de la partícula al pasar por el punto "B".

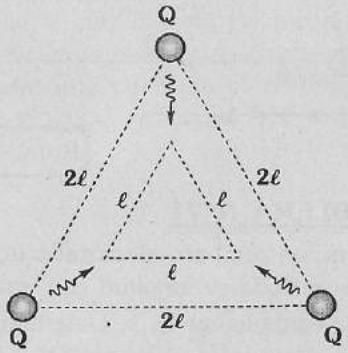
$(Q=2\mu C \;\; ; \;\; m=10^{-2}kg)$



Rpta. 4 m/s

PROBLEMA N°64

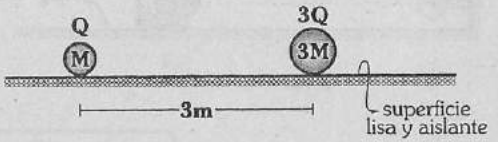
Determinar el trabajo necesario que se debe efectuar sobre el sistema de cargas, que inicialmente forman un triángulo equilátero de lado 2ℓ, para que posteriormente formen un triángulo equilátero de lado ℓ. Desprecie efectos gravitatorios.



Rpta. $\frac{3}{2}\left(\frac{KQ^2}{\ell}\right)$

PROBLEMA N°65

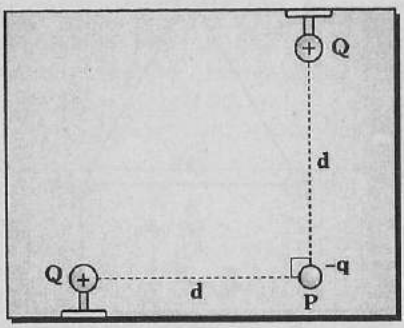
Dos cuerpos de masa **M** y **3M** están cargados eléctricamente con cargas Q y 3Q respectivamente, si estando separados 3m son soltados a partir del reposo. Determine la rapidez de **3M** cuando las cargas estén separados 9m (M=0,1 kg ; Q = 300μC)



Rpta. 20 m/s

PROBLEMA N°66

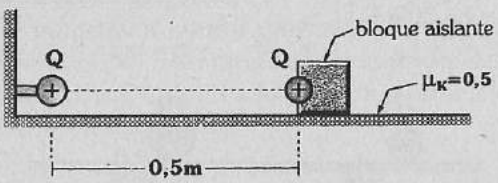
El gráfico nos muestra la vista superior de una superficie horizontal lisa y aislante. Determine la máxima rapidez que presenta una partícula electrizada con "**−q**" y de masa "**m**" soltada en "P".



Rpta. $2\left[\left(\sqrt{2}-1\right)\frac{KQq}{md}\right]^{\frac{1}{2}}$

PROBLEMA N°67

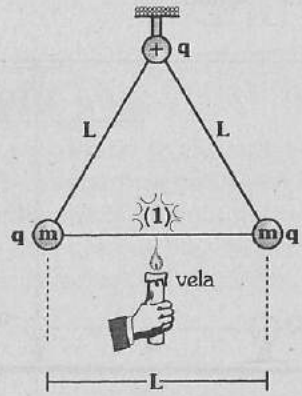
Las partículas electrizadas y de masa despreciable con $Q=\frac{1}{30}mC$ se encuentran unidas a una pared y a un bloque de 2 kg que se abandona en la posición que se indica. ¿Qué valor tiene la máxima velocidad que adquiere el bloque? ($g=10\ m/s^2$)



Rpta. $2\sqrt{5}$ m/s

PROBLEMA N°68

Se tiene 3 cargas idénticas unidas mediante hilos aislantes. Si quemamos el hilo (1); determine la máxima rapidez que pueden adquirir las cargas móviles. Desprecie efectos gravitatorios.

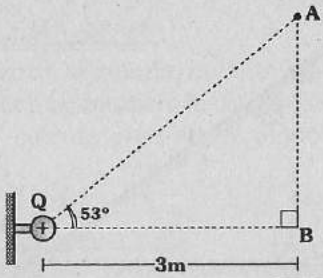


Rpta. $\left[\frac{K}{2mL}\right]^{\frac{1}{2}} q$

Potencial eléctrico

PROBLEMA N°69

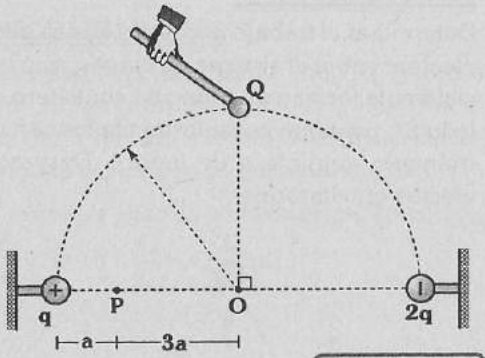
Determine la diferencia de potencial entre los puntos "A" y "B". (Q = 50nC)



Rpta. –60v

PROBLEMA N°70

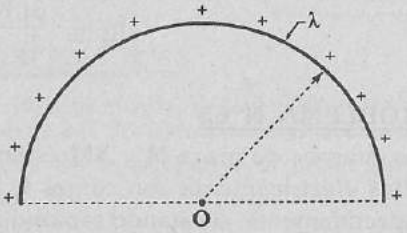
Si el potencial eléctrico en el punto "P" es cero. Determine "Q" (q = 7μC).



Rpta. – 45 μC

PROBLEMA N°71

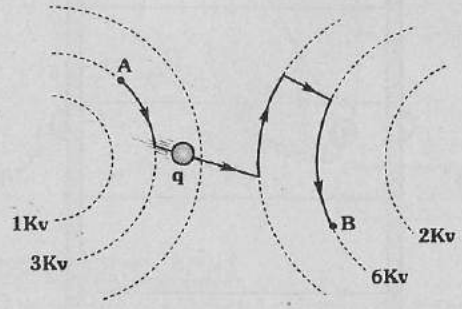
Se tiene un semi-aro electrizado uniformemente en toda su longitud con una densidad de carga lineal "λ". Determine el potencial eléctrico en el punto "O".



Rpta. πλK

PROBLEMA N°72

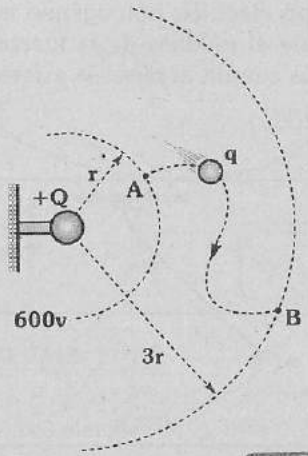
En el gráfico se muestra superficies equipotenciales. Determine el trabajo del campo eléctrico, cuando se traslada una partícula electrizada con $q = -8\mu C$ desde "A" hasta "B" por el camino mostrado.



Rpta. +24mJ

PROBLEMA N73

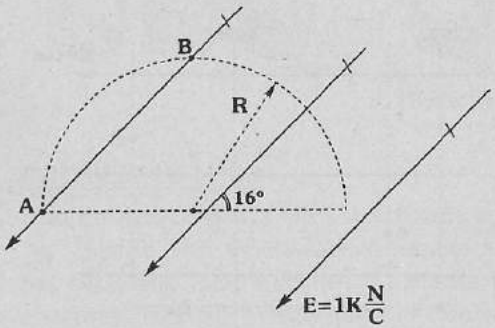
Determine la cantidad de trabajo realizado por el campo eléctrico asociado a "Q", al trasladar una partícula electrizada con $q = +20\mu C$ desde "A" hasta "B".



Rpta. +8mJ

PROBLEMA N°74

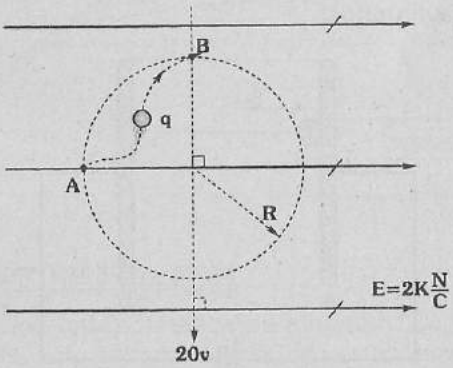
Determine el potencial eléctrico en el punto "A", si en "B" es 200v (R=50 cm).



Rpta. −760v

PROBLEMA N°75

Una partícula electrizada con $q = -24mC$ es trasladada lentamente de "A" hasta "B". Determine el trabajo que realiza el campo eléctrico para ello. (R=2 cm)

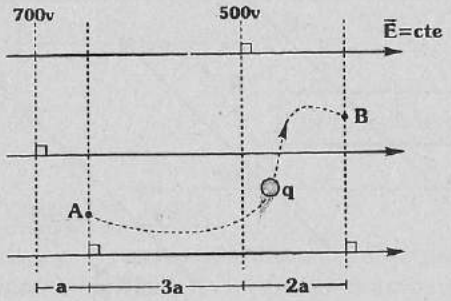


Rpta. −0,96J

PROBLEMA N°76

Determine la cantidad de trabajo que debe desarrollar la fuerza eléctrica, cuando tras-

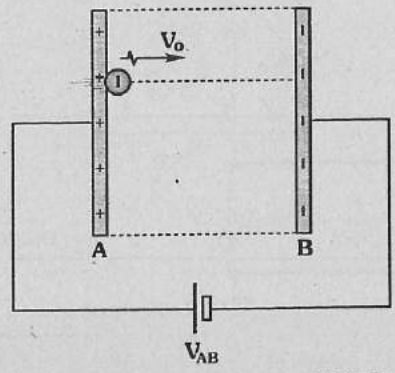
lademos una partícula electrizada con $q = -20\mu C$ desde "A" hasta "B".



Rpta. –5mJ

PROBLEMA N°77

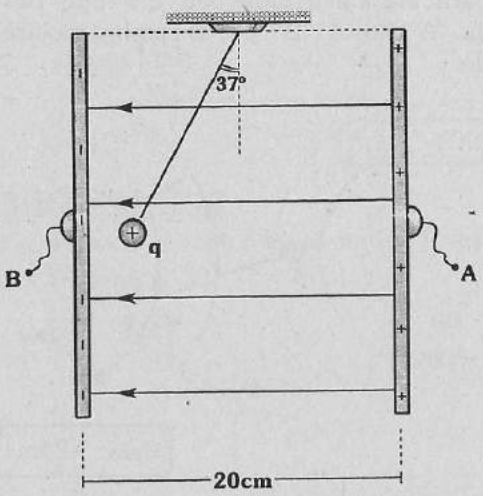
Determine el voltaje de frenado (V_{AB}) de tal manera que el electrón se detenga en la placa opuesta "B" ($V_o = 8\times10^6 m/s$; $m_e = 9{,}1\times10^{-31}kg$; desprecie efectos gravitatorios).



Rpta. 182v

PROBLEMA N°78

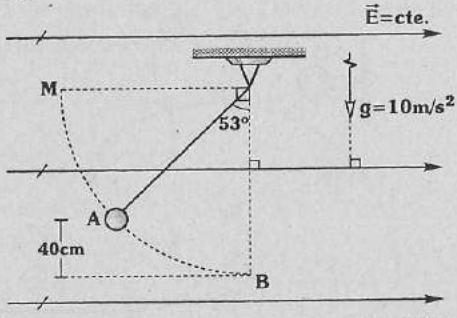
Determine la diferencia de potencial que debe existir entre las placas mostradas para que al colocar una partícula de 2×10^{-2} kg y carga q=100nC, se desvíe 37° respecto de la vertical. $(g = 10\ m/s^2)$



Rpta. 300 Kv

PROBLEMA N°79

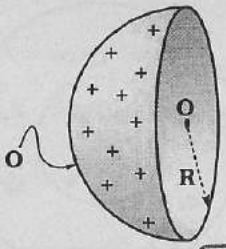
En el punto "A" se suelta la esfera de 0,2 kg electrizada con $q = -4mC$ y dentro de un campo eléctrico homogéneo mostrado. Determine el módulo de la fuerza de tensión en la cuerda al pasar la esfera por "B" $(V_{MB} = 200v)$



Rpta. 2,32 N

PROBLEMA N°80

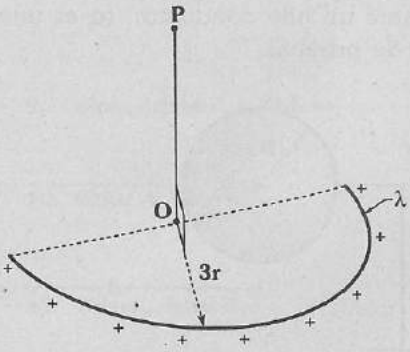
Determine el potencial eléctrico en el punto "O" del semicascarón conductor, electrizado en su superficie con una densidad de carga superficial constante σ.



Rpta. $2K\sigma\pi R$

PROBLEMA N°81

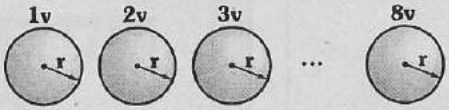
Determine el potencial eléctrico en el punto "P", si el semiaro esta electrizado uniformemente con una densidad de carga lineal "λ". (OP=4r)



Rpta. $\frac{3}{5}(K\lambda\pi)$

PROBLEMA N°82

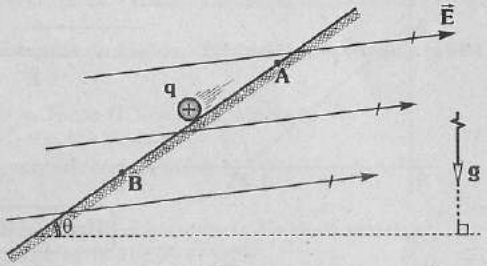
Se tiene 8 gotas esféricas de mercurio, de igual radio, electrizadas y que presentan en su superficie los potenciales 1v, 2v, 3v ..., 8v respectivamente, si las gotas se unen para formar una sola gota; Determine el potencial eléctrico de esta nueva gota.



Rpta. 18v

PROBLEMA N°83

Una esferita de masa "**m**" electrizada con "**q**" desliza con velocidad constante sobre un plano inclinado liso y aislante tal como se muestra. Determine la diferencia de potencial entre "A" y "B" dentro del campo eléctrico homogéneo $(\overline{AB}=d)$.

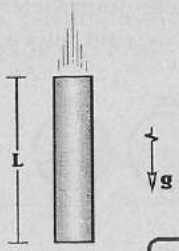


Rpta. $\frac{mgdsen\theta}{q}$

PROBLEMA N°84

Una barra metálica de longitud "L", que ha sido soltado desciende verticalmente. Determine la diferencia de potencial que se ha establecido en sus extremos. Desprecie la resistencia del aire.

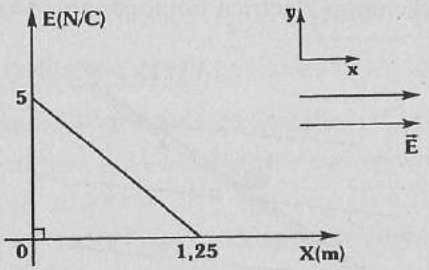
(m_e : masa del electrón.
q_e : cantidad de carga eléctrica del electrón.)



Rpta. $gL\left[\frac{m_e}{|q_e|}\right]$

PROBLEMA N°85

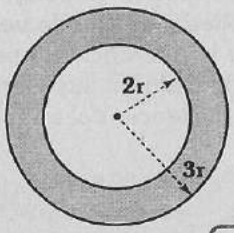
En el interior de un campo eléctrico variable tal como indica la gráfica (E−x). Hallar el potencial eléctrico en x=0, si x=0,5m es 10v.



Rpta. 12v

PROBLEMA N°86

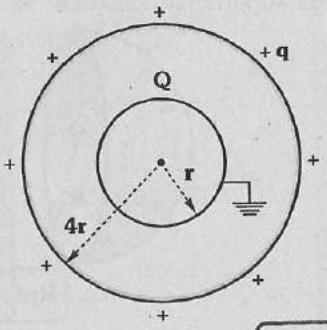
Se muestra un cascarón conductor de radios 2r y 3r no electrizado. Si concentricamente al cascarón se coloca una esfera conductora de radio r y con cantidad de carga $q = 12\mu C$. Determine el potencial eléctrico en el centro (r=10 cm).



Rpta. 900Kv

PROBLEMA N°87

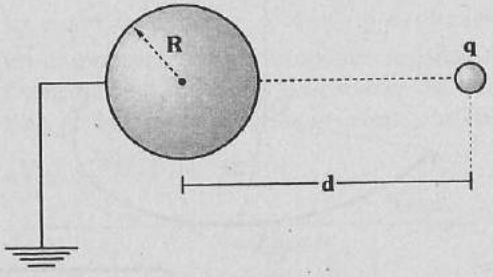
Se muestra dos cascarones conductoras en equilibrio electrostático; determine "Q" ($q=+16\mu C$).



Rpta. $-4\mu C$

PROBLEMA N°88

Determine la cantidad de carga que se induce en la superficie de la esfera metálica que esta conectada a tierra mediante un hilo conductor. (q es una carga de prueba).



Rpta. $-\frac{qR}{d}$